



B 15

3

228

BIBLIOTECA NAZIONALE  
CENTRALE - FIRENZE









**TRAITE**  
**D'HYDRAULIQUE**  
A L'USAGE  
**DES INGÉNIEURS.**



Paris,

**PITOIS-LEVRAULT ET C<sup>IE</sup>, LIBRAIRES.**  
RUE DE LA HARPE, 81.



**TRAITÉ**  
**D'HYDRAULIQUE.**



PARIS. — IMPRIMERIE DE W. REMQUET ET COMP.,  
rue Garancière, n. 5, derrière St-Sulpice.



# TRAITÉ D'HYDRAULIQUE,

A L'USAGE  
DES INGÉNIEURS,

PAR

J. F. D'AUBUISSON DE VOISINS,

Ingénieur en chef Directeur au Corps royal des Mines ; Officier de la Légion  
d'honneur, Chevalier de St.-Louis; Correspondant de l'Institut de France ;  
Secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres  
de Toulouse, etc., etc., etc.

SECONDE ÉDITION

CONSIDÉRABLEMENT AUGMENTÉE.



222 . : PARIS,

Chez PITOIS-LEVRAULT et C.<sup>o</sup>, rue de la Harpe, n.<sup>o</sup> 81 ;

STRASBOURG,

Chez F. G. LEVRAULT, rue des Juifs, n.<sup>o</sup> 33.

B. 15. 3. 286

---

## AVERTISSEMENT.

---

**M**ON but, en composant cet ouvrage, a été de présenter aux ingénieurs, c'est-à-dire à tous ceux qui ont de grandes constructions à proposer ou à faire exécuter, les règles qui doivent les diriger dans les projets qu'ils peuvent avoir à dresser sur la conduite des eaux, sur les travaux et les machines hydrauliques. J'ai voulu, en même temps, leur donner une pleine intelligence de ces règles, fixer le degré de confiance qu'elles doivent leur inspirer, et leur en montrer l'application.

L'hydraulique, telle que j'avais à la traiter, étant une science de faits, j'ai dû les exposer, et avec les circonstances propres à les faire bien connaître. Conduit ensuite par de simples raisonnemens ou par les principes de la phy-

sique et de la mécanique élémentaire, j'ai cherché à en déduire les règles que j'avais à donner. Plusieurs d'elles pouvaient être exprimées par des formules d'algèbre, et alors je n'ai pas manqué de faire usage du plus précis et du plus concis des langages. Un simple coup d'œil jeté sur un résultat algébrique montre, dans leur ensemble, toutes les quantités relatives à la question dont il s'agit, ainsi que les opérations à leur faire subir pour arriver à la solution.

Lorsque les formules ne découlaient pas immédiatement des faits observés, j'ai toujours eu soin de comparer leurs résultats avec ceux de l'expérience. Les uns et les autres ont été mis, en forme de tableaux autant que possible, sous les yeux du lecteur, afin qu'il pût juger par lui-même, et des modifications que cette comparaison portait à faire aux formules, et du degré d'exactitude qu'il pouvait s'en promettre en les appliquant à la pratique.

Des exemples, tout en montrant la manière d'effectuer de telles applications, servent de commentaire aux règles, et ils m'ont mis en



outré à même de faire mention des cas qui se présentent le plus fréquemment. Des ingénieurs occupés exclusivement de leur état depuis une longue suite d'années, peuvent avoir perdu l'usage des formules, et se trouver un instant embarrassés sur l'acception à donner à quelques-uns des caractères qu'elles présentent : un exemple sur un problème analogue à celui qu'ils ont à résoudre, les sortira presque toujours d'embarras.

On dira peut-être encore, au sujet de l'emploi que j'ai assez souvent fait des expressions algébriques, ce qu'on a déjà dit à l'occasion d'un autre de mes ouvrages à peu près de la nature de celui-ci, qu'en me servant d'une langue étrangère à plusieurs personnes qui s'occupent aussi de constructions, je rends mon livre moins généralement utile. J'ai signalé quelques-uns des avantages de cette langue, et je doute qu'en les sacrifiant j'eusse plutôt gagné que perdu sous le rapport de l'utilité. Je ferai d'ailleurs observer que, si l'on veut se restreindre à ce qui est strictement nécessaire, l'usage de ce traité n'exige que de savoir lire

une formule de l'algèbre la plus élémentaire, et de savoir effectuer par logarithmes les opérations qu'elle indique. Mais cette connaissance est indispensable à celui qui est dans le cas de résoudre des questions d'hydraulique; qu'il s'agisse, par exemple, de fixer le diamètre d'une suite de tuyaux destinés à conduire un volume d'eau donné, il faudra, entre autres opérations, extraire la racine cinquième du carré de ce volume, et une telle extraction ne peut guère s'effectuer que par logarithmes.

D'un autre côté, quelques personnes me reprocheront certainement d'avoir trop négligé l'usage de l'analyse et surtout de l'analyse infinitésimale. Mais ce livre, cette sorte de *manuel d'hydraulique à l'usage des ingénieurs*, n'est point un ouvrage de mathématiques, ni même de mathématiques appliquées, comme l'*Idraulica* de Venturoli. Un très grand nombre des règles et préceptes qu'il contient, par exemple sur la bonne disposition à donner à un système de tuyaux de conduite, à un vannage, aux roues à augets, etc., se trouvent étrangers à ces sciences : elles ne sont dans ce

traité qu'un accessoire; aussi, lorsqu'elles m'ont offert un moyen d'arriver à un but, sans m'astreindre à la rigueur géométrique, comme je l'ai eu fait ailleurs, j'ai pris la voie la plus directe, la plus facile, la plus battue. De là vient que je ne me suis pas servi du *principe des forces vives*; principe si fécond, et devenu aujourd'hui presque l'unique instrument avec lequel les géomètres attaquent les questions relatives à l'hydraulique et aux machines : j'aurais craint qu'il ne fût pas assez familier à la plupart de ceux à qui ce livre est destiné; d'ailleurs la méthode que j'ai suivie, en conservant, dans les problèmes à résoudre, les données immédiates de l'observation, la hauteur des charges dans l'écoulement des fluides, la hauteur des chutes dans les machines, etc., me paraît mener plus directement aux applications pratiques. Ainsi mon ouvrage, par sa nature, est bien plus du domaine des sciences d'observation, des sciences physiques, que des sciences mathématiques; c'est un traité d'hydraulique expérimentale et appliquée, et non d'hydraulique rationnelle.

Je n'ai d'ailleurs rien à dire sur le plan qui a été suivi : la table des matières, placée à la fin du volume, l'indique assez; et les courts préliminaires mis en tête des sections et des chapitres, en exposent les motifs. J'ai distingué, à l'aide d'un plus petit caractère, les exemples; les détails des expériences, lorsqu'il a été convenable de les donner; quelques remarques particulières, et quelques développemens qu'on ne trouverait pas ailleurs, par exemple sur les conduites et distributions d'eau.

Notre système métrique des poids et mesures offre trop d'avantages dans les calculs, et surtout dans les calculs d'hydraulique, par l'extrême facilité avec laquelle on y convertit les poids de l'eau en volumes et réciproquement, pour que je pusse les négliger; aussi ai-je adopté ce système, avec sa division décimale, exclusivement et dans toute sa pureté. En conséquence, je n'ai pris qu'une seule unité pour les mesures, le *mètre*; et une seule pour les poids, le *kilogramme*. Dans les mesures de longueur, j'indique la place du chiffre des unités par un <sup>m</sup> mis en exposant; la virgule

devenant alors inutile, je la néglige; ainsi j'écris  $47^m58$  et  $0^m057$  : je mets deux <sup>m</sup> dans les mesures de surface, et trois dans celles de capacité; j'écris, par exemple,  $8^{mm}42$  pour 8,42 mètres carrés, et  $0^{mmm}0594$  pour 0,0594 de mètre cube. En se bornant ainsi à une seule unité, il faut souvent employer un plus grand nombre de zéros, il est vrai; mais cette méthode est infiniment plus propre aux comparaisons: elle évite au lecteur ce jeu, ce tracas auquel l'esprit est continuellement tenu, lorsqu'on prend pour unité tantôt le mètre, tantôt le centimètre et tantôt le millimètre.

La seconde ordinaire sera toujours notre unité de temps.

Enfin, j'ai conservé la division du cercle en trois cent soixante degrés; division qui remonte à la plus haute antiquité, et qui est exclusivement adoptée par toutes les nations. J'aurais craint de troubler cette heureuse uniformité dans le langage de tous les temps et de tous les pays.

Qu'il me soit permis ici de réclamer de l'in-

dulgence pour cet ouvrage, très vraisemblablement le dernier de ceux qu'il m'a été donné d'écrire. Le seul désir de propager en France les connaissances scientifiques et leurs applications, de faire qu'à l'avenir nos travaux et machines hydrauliques soient disposés plus convenablement, m'a porté à l'entreprendre : quelques-uns de ceux que j'ai déjà publiés n'ont peut-être pas été sans quelque utilité, et, m'adressant au génie qui me les avait inspirés, j'ai dit :

*Extremum hunc, Arethusa, mihi concede laborem.*

---

# TRAITÉ D'HYDRAULIQUE.

---

1. L'hydraulique a pour objet la connaissance des phénomènes que présentent les fluides en mouvement, et celle des lois que la nature suit dans la production de ces phénomènes : elle a principalement en vue de faire servir ces connaissances aux moyens de diriger, conduire et élever les fluides de la manière la plus convenable à un but proposé.

2. Les fluides sont des corps dont les molécules, par suite d'une extrême mobilité, cèdent à la plus légère impression qu'elles éprouvent. Leur indépendance n'est pas cependant parfaite; une adhérence les lie, jusqu'à un certain point, les unes aux autres.

3. Ces corps se divisent en deux classes : les *fluides incompressibles* ou fluides proprement dits, auxquels les physiciens donnent quelquefois le nom de *liquides*; et les *fluides compressibles* ou *élastiques*. L'eau est comme le type des premiers, et l'air atmosphérique celui des seconds.

4. Quoique tous les fluides, ainsi que tous les corps de la nature, soient, en stricte rigueur, com-

pressibles et élastiques; cependant, les uns le sont si peu comparativement aux autres, et la différence, sous ce rapport, est si essentielle dans l'expression des lois de leurs mouvemens, que nous avons conservé cette distinction.

Nous diviserons en conséquence l'hydraulique en deux parties : l'une, l'*hydraulique* proprement dite, traitera des fluides incompressibles, et particulièrement de l'eau : dans l'autre, il s'agira des fluides élastiques, et principalement de l'air; ce sera l'*aérométrie*.





## PREMIÈRE PARTIE.

### DE L'HYDRAULIQUE PROPREMENT DITE.

5. L'eau en mouvement se présente de quatre manières différentes : ou sortant d'un réservoir ; ou coulant dans un lit ; ou agissant comme moteur ; ou, dans un état passif, élevée par des machines. De là, nos quatre sections de l'hydraulique.

Avant de les aborder, fixons la vraie valeur de deux quantités qui se retrouvent dans tous les calculs relatifs à cette science, le poids de l'eau et l'intensité de la gravité : ces quantités sont variables, et presque toujours on les suppose constantes. Ce qui suit mettra à même de juger de l'erreur qui peut résulter de cette supposition, dans les divers cas que l'on aura à traiter.

6. Lorsque l'eau est entièrement pure, et qu'elle est prise à son *maximum* de densité, elle pèse 1000<sup>k</sup> par mètre cube : tel est son *poids spécifique*. Poids  
de l'eau.

Trois causes peuvent le faire varier.

La plus puissante est la température : on sait que la chaleur dilate tous les corps, et diminue ainsi leur densité ou poids spécifique. D'après les expériences les plus exactes, celui de l'eau pure, aux différens degrés du thermomètre centigrade, serait ainsi qu'il est indiqué au tableau suivant. Au-dessous de 4°, la densité, au lieu de continuer à augmenter, va en diminuant : cette diminution, d'abord fort lente, croît rapidement près le terme de congélation, et le poids du mètre cube de glace n'est plus que de 930<sup>k</sup>.

Les effets de la pression sont bien moins sensibles. L'eau a même passé longtemps pour être entièrement incompressible; mais des expériences, faites dans ces derniers temps, ont montré que sous de très fortes charges elle se comprimait réellement, quoique d'une quantité bien petite; d'environ les 0,000046 de son volume, sous le poids d'une atmosphère, c'est-à-dire, sous une pression représentée par la hauteur de la colonne de mercure dans le baromètre, hauteur qu'on estime à 0<sup>m</sup>76, et qui équivaut à une hauteur de colonne d'eau d'environ 10<sup>m</sup>30; de sorte que le poids spécifique de la partie inférieure d'un lac qui aurait 100<sup>m</sup> de profondeur serait de 1000<sup>k</sup>44, celui de la partie supérieure étant 1000<sup>k</sup>. Mais, comme dans la pratique habituelle on n'aura pas à calculer sur de telles profondeurs ou hauteurs d'eau, on peut, sans erreur sensible, négliger entièrement l'effet de la pression.

| Température. | POIDS du mètre cube. |
|--------------|----------------------|
| deg.         | kil.                 |
| 4            | 1000,00              |
| 6            | 999,95               |
| 8            | 999,87               |
| 10           | 999,72               |
| 12           | 999,54               |
| 15           | 999,14               |
| 20           | 998,24               |
| 25           | 997,09               |
| 30           | 995,73               |
| 50           | 987,58               |
| 100          | 956,70               |

Celui qui provient des matières salines ou terreuses contenues dans les eaux qui coulent à la surface du globe, peut encore être omis dans la plupart des cas, le poids spécifique de l'eau des rivières n'étant que de un à deux dix-millièmes plus considérable que celui de l'eau distillée, qu'on prend pour type de l'eau entièrement pure. M. le professeur Boisgiraud a trouvé, par plusieurs pesées faites avec soin, 1000<sup>k</sup>149 pour le poids spécifique de l'eau de la Garonne, celui de l'eau distillée étant 1000<sup>k</sup>. Briason avait eu un résultat à peu près pareil pour l'eau de la Seine.

De plus, une masse d'eau, lorsqu'elle est entourée par l'air de l'atmosphère, y perd, comme tous les autres corps, une partie de son poids égale au poids de l'air dont elle occupe la place; et cette perte, qui ne sera presque jamais au-dessous de dix dix-millièmes, peut aller jusqu'à treize.

En somme, dans nos températures moyennes et suivant les diverses circonstances, le poids du mètre cube d'eau ne sera que de 998<sup>k</sup>4 à 999<sup>k</sup>. Toutefois, dans ce Traité, nous admettrons constamment 1000<sup>k</sup>, cette valeur rendant extrêmement facile la conversion des mètres cubes d'eau en kilogrammes, et *vice versa*.

Expression  
numérique  
de la gravité.

7. Des expériences, faites avec un soin extrême à l'observatoire de Paris, ont donné 0<sup>m</sup>99384 pour la longueur du pendule qui y bat les secondes, cette longueur étant réduite au niveau de la

mer. D'où l'on conclut que, dans ce lieu, un corps grave descend de 4<sup>m</sup>9044 ( $= \frac{1}{2} \cdot 0,99384\pi^2$ ) durant la première seconde de sa chute. Si, au bout de ce temps, la gravité cessait d'agir sur lui, il continuerait à descendre, mais d'un mouvement uniforme, et en parcourant un espace double, ou 9<sup>m</sup>8088 par seconde; ce nombre, qui exprime la vitesse imprimée par la gravité dans l'unité de temps, représente, pour Paris, l'intensité de cette force accélératrice; on désigne habituellement cette intensité ou vitesse par  $g$ , lettre initiale du mot *gravitas*.

Elle augmente d'ailleurs avec la latitude, et elle diminue avec l'élevation au-dessus du niveau de la mer, et on a généralement

$$g = 9^m8051 (1 - 0,00284 \cos 2l) \left(1 - \frac{2e}{r}\right),$$

$l$  étant la latitude du lieu,  $e$  son élévation au-dessus du niveau de la mer, et  $r$  le rayon du sphéroïde terrestre à ce niveau et dans ce lieu :  $\left\{ r = 6366407^m (1 + 0,00164 \cos 2l) \right\}$ .

Ainsi à Toulouse, où  $l = 43^\circ 36'$  et  $e = 146^m$ , on a  $g = 9^m8032$ ; à Montlouis, où  $l = 42^\circ 30'$  et  $e = 1620^m$  (la hauteur moyenne du baromètre y étant de 23<sup>p</sup> 2<sup>l</sup>), *Journal des mines*, tom. 23, p. 318),  $g = 9,7977$ . Malgré ces variations, comme tous les auteurs français, je prendrai constamment  $g = 9,808$ ; mais je remarquerai, en même temps et d'après les exemples qu'on vient de voir, que les résultats des calculs dans lesquels cette quantité entrera, peuvent être en erreur, même pour la France, de plus d'un millième.

8. La valeur de  $g$  reparaitra fort souvent sous deux formes dont je rappelle la génération.

D'après le premier principe de la chute des graves, et du mouvement uniformément accéléré en général, les vitesses acquises sont comme les temps employés à les acquérir : de sorte que si  $v$  est la vitesse acquise par un corps au bout du temps  $t$ ,  $g$  étant, comme nous venons de le voir, la vitesse acquise en 1'', on aura

$$v : g :: t : 1, \text{ ou } v = gt.$$

D'après le second principe, les espaces parcourus, ou les hauteurs des chutes, sont comme les carrés des temps employés à les parcourir; donc, si  $A$  est la hauteur dont ce même corps est

tombé dans le temps  $t$ ,  $\frac{1}{2}g$  étant la chute correspondante à  $1''$ , il viendra

$$h : \frac{1}{2}g :: t^2 : (1'')^2, \text{ ou } h = \frac{g t^2}{2}.$$

En prenant la valeur de  $t$  dans cette dernière équation ; et en la substituant dans la première, on a

$$v = \sqrt{2gh}, \text{ et par suite } h = \frac{v^2}{2g}.$$

Puisque  $g = 9^m 8088$ ,

$$\sqrt{2g} = 4^m 4292 = 4^m 43, \text{ et}$$

$$\frac{1}{2g} = 0^m 05097 = 0^m 051.$$

Par conséquent

$$v = 4,43\sqrt{h}, \text{ et } h = 0,051 v^2.$$

On dit que  $v$  est la *vitesse due à la hauteur  $h$* , et  $h$  la *hauteur due à la vitesse  $v$* .

La lettre grecque  $\pi$ , que nous avons prise plus haut comme exprimant le rapport de la circonférence au diamètre (3,1416), n'aura pas d'autre acception dans cet ouvrage. Le quart de cette quantité (0,7854), qui est le rapport du cercle au carré circonscrit, devant encore se présenter très fréquemment dans nos calculs, nous l'y désignerons par  $\pi'$ .



## PREMIÈRE SECTION.

DE L'ÉCOULEMENT DE L'EAU CONTENUE DANS UN RÉSERVOIR.



9. Le réservoir d'où l'eau sort peut être entretenu constamment plein; ou il ne reçoit pas de nouvelle eau, et alors il se vide; l'ouverture de sortie, au lieu de verser le fluide dans l'atmosphère, peut le verser dans un second réservoir plus ou moins rempli. Ces trois cas donnent lieu à la division de cette section en trois chapitres.

### CHAPITRE PREMIER.

DE L'ÉCOULEMENT, LORSQUE LE RÉSERVOIR EST CONSTAMMENT PLEIN.

10. L'ouverture par laquelle l'eau s'écoule est pratiquée sur le fond, ou sur une des parois latérales du réservoir. Dans cette dernière position, et c'est celle qui a presque toujours lieu, la surface du fluide dans le bassin peut se tenir au-dessus du bord supérieur de l'ouverture, laquelle est alors surmontée et comme limitée par le fluide sur tout son pourtour; dans ce cas elle prend plus particulièrement le nom d'*orifice*: cet orifice est ou simplement pratiqué dans une *mince paroi*, c'est-à-dire dans une paroi dont l'épaisseur n'est pas moitié de la plus

Définitions  
et divisions.

petite dimension de l'ouverture; ou il est garni d'un *ajutage*, court tuyau, tantôt *cylindrique*, le plus souvent *conique convergent* vers l'extérieur du bassin, et rarement *divergent* : une ouverture faite dans une paroi fort épaisse équivaldrait évidemment à un orifice en mince paroi portant un *ajutage*. La surface du fluide peut encore se trouver au-dessous du bord supérieur de l'ouverture; ce bord est alors comme s'il n'existait pas, et le plus souvent il n'existe pas en effet; l'ouverture n'est plus limitée à sa partie supérieure, et elle prend le nom de *déversoir* : les lois de l'écoulement, dans ce second cas, présentant des circonstances particulières, seront l'objet d'un article spécial. Il en sera de même, lorsque la surface fluide ne se tiendra qu'à une fort petite élévation au-dessus de l'orifice : ce troisième cas est comme un intermédiaire entre les deux précédens. Nous ferons précéder les trois articles, dont nous venons d'indiquer l'objet, par un premier article, dans lequel nous exposerons les principes généraux de l'écoulement, et les modifications qu'y apporte le resserrement ou la *contraction* que la veine fluide éprouve en passant par les diverses ouvertures de sortie dont il vient d'être fait mention.

La distance verticale ou la hauteur de la surface fluide dans le réservoir au-dessus du centre de gravité de l'orifice, distance qu'on désigne quelquefois, par ellipse, sous la simple dénomination de *hauteur du réservoir*, est la *charge* d'eau sur l'orifice, ou la charge sous laquelle se fait l'écoulement.

ART. 1<sup>er</sup>. *Principes généraux de l'écoulement et modifications dues à la contraction.*

1. *Principes.*

11. Soit un vase X entretenu constamment plein d'eau jusqu'en AB. Si, sur ses faces horizontales CD et EF, on perce les orifices M et N, le fluide en sortira sous forme de jets verticaux, lesquels s'élèveront à très peu près jusqu'au niveau AK de l'eau dans le réservoir : ils atteindraient même entièrement ce niveau, si quelques causes, dont il sera question par la suite, n'y mettaient obstacle. Or, d'après les premiers principes de la dynamique (Poisson, *Mécan.*, § 130), pour qu'un corps lancé verticalement atteigne une certaine hauteur, il faut qu'au point de départ il ait reçu une vitesse égale à celle qu'il aurait acquise s'il était librement tombé de cette même hauteur. En conséquence, puisque les molécules fluides qui sont sorties des orifices M et N se sont élevées aux hauteurs respectives MG et NH, à leur sortie, elles auront été animées des vitesses dues à ces hauteurs, qui sont celles de la surface du réservoir au-dessus des orifices.

De même, si sur une face verticale FR on pratique une ouverture O, nous verrons ultérieurement (36) que, d'après la valeur respective des lignes OP et PQ, le fluide est sorti, en O, avec une vitesse due à la hauteur OK. Il sortirait avec une vitesse due à KR, si l'orifice était ouvert sur le fond RT du vase.

Théorème  
de Toricelli.  
Fig. 1<sup>re</sup>.

Il en sera toujours ainsi pour ces divers orifices, quelle que soit leur grandeur comparativement à la section transversale du vase, pourvu toutefois que la surface fluide, tout en conservant un niveau constant, demeure plane et *tranquille*, condition qui n'aurait pas lieu si la grandeur était trop considérable, l'eau affluente produisant alors des mouvemens tumultueux dans le vase.

En général, et abstraction faite de tout obstacle ou de toute cause de perturbation, *la vitesse d'un fluide, à sa sortie d'un orifice pratiqué dans les parois d'un réservoir, est celle qu'aurait acquise un corps grave en tombant librement de la hauteur comprise entre le niveau de la surface fluide dans le réservoir et le centre de cet orifice.*

Ce théorème, connu sous le nom de théorème de Toricelli, a été établi et publié par ce célèbre physicien, en 1643, comme une conséquence des lois de la chute des graves, lois qui venaient d'être découvertes par son maître, l'illustre Galilée.

Si on désigne par  $v$  la vitesse de sortie et par  $H$  la charge ou hauteur de l'eau dans le réservoir, il donnera (8)

$$v = \sqrt{2gH}.$$

Principe  
général.

12. Nous venons de voir que l'eau sortant des ouvertures M et N n'atteignait pas tout à fait le niveau du fluide dans le réservoir. Si à ces ouvertures on adaptait deux ajutages parfaitement égaux, l'eau s'élèverait moins haut encore : mais la diminution de hauteur suivrait exactement le même rapport ; par exemple, si le jet qui sort de l'ajutage en M n'était que les deux tiers de MG, celui qui sortirait



de l'ajutage N ne serait aussi que les deux tiers de NH. Soit en général  $n$  le rapport entre la hauteur du jet et celle du réservoir pour un ajutage d'une certaine forme, H et H' deux hauteurs de réservoir, et  $v$  et  $v'$  les vitesses correspondantes, on aura  $v = \sqrt{2gnH}$  et  $v' = \sqrt{2gnH'}$  : d'où

$$v : v' :: \sqrt{H} : \sqrt{H'},$$

c'est-à-dire que, les bouches de sortie étant de même forme, les vitesses sont toujours comme les racines carrées des charges.

Des expériences faites par Mariotte, il y a 150 ans, et cent fois répétées depuis, ne laissent pas le moindre doute sur ce principe. Je rapporte ci-contre les résultats de quelques-unes d'elles; ils fixeront le degré de confiance avec lequel il doit être admis : d'autres détails, sur les séries d'expériences qu'elles ont fournies, seront donnés au n° 25. La première série a été faite par M. Castel et moi; la seconde par Bossut; les troisième et quatrième par Michelotti, et la dernière par MM. Poncelet et Lesbros.

On y remarquera que les charges ont varié dans le rapport de 1 à 200 et plus, et les sections des orifices dans celui de 1 à 500; et cependant, dans toutes, les vitesses ont suivi le rapport des racines carrées des charges : les très petites différences qu'on voit, tantôt en plus, tantôt en moins, doivent être négligées; elles tiennent aux petites erreurs inévitables dans ces sortes d'expériences. Elles avaient pour objet direct la détermination des dépenses : mais il est évident que lorsque l'orifice est le même, la dépense ne varie plus qu'avec la vitesse, qu'elle lui est exactement proportionnelle, et que la suite des rapports de l'une est aussi la suite des rapports de l'autre.

| DIAMET.<br>de<br>l'orifice. | CHARGE<br>sur<br>l'orifice.           | SÉRIE des                                 |                                           |
|-----------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------|
|                             |                                       | racines<br>des<br>charges.                | dépenses<br>en<br>vitesses.               |
| 0,01                        | 0,026<br>0,03<br>0,04<br>0,05<br>0,06 | 1,000<br>1,070<br>1,281<br>1,306<br>1,519 | 1,000<br>1,060<br>1,290<br>1,393<br>1,529 |
| 0,027                       | 1,30<br>2,92<br>3,81                  | 1,000<br>1,540<br>1,713                   | 1,000<br>1,467<br>1,707                   |
| 0,081                       | 2,34<br>3,81<br>6,76                  | 1,000<br>1,305<br>1,738                   | 1,000<br>1,301<br>1,692                   |
| 0,162                       | 2,11<br>3,66                          | 1,000<br>1,316                            | 1,000<br>1,315                            |
| carré.                      | 0,40<br>0,70                          | 1,000<br>1,323                            | 1,000<br>1,330                            |
| 0 <sup>m</sup> 20           | 1,00                                  | 1,581                                     | 1,590                                     |
| sur                         | 1,50                                  | 1,883                                     | 1,886                                     |
| 0 <sup>m</sup> 20           | 1,60                                  | 2,000                                     | 2,000                                     |

il convient  
aux fluides  
de toute  
espèce.

13. Le principe général que les vitesses sont comme les racines carrées des charges, ainsi que le théorème de Toricelli pour les cas où il est applicable, s'étend aux fluides de toute espèce, au mercure, à l'huile, et même aux fluides aériformes. De sorte que la vitesse avec laquelle chacun d'eux sort d'un orifice est indépendante de sa nature et de sa densité; elle ne dépend que de la charge : l'expérience le prouve.

Le simple raisonnement suffit d'ailleurs pour montrer qu'il doit en être ainsi. Qu'il s'agisse du mercure, par exemple; les molécules placées devant l'orifice, et auxquelles il faut imprimer une certaine vitesse, sont, il est vrai, quatorze fois plus denses que celles de l'eau; et par conséquent elles opposent au mouvement une résistance quatorze fois plus grande : mais aussi la masse qui presse et qui produit la vitesse de sortie, étant quatorze fois plus considérable, exerce un effort moteur quatorze fois plus grand : il y a compensation, et la vitesse imprimée demeure la même.

Cas d'une  
pression  
étrangère.

14. A la pression qu'un fluide contenu dans un vase exerce, par son poids, sur l'orifice de sortie, peut encore se joindre une pression étrangère, et la vitesse de l'écoulement en est augmentée. Quelle sera son augmentation et sa valeur définitive?

Soient  $P$  le poids du corps qui produit la pression et  $s$  la surface fluide ou portion de la surface fluide sur laquelle il agit immédiatement, celle qui est en contact avec lui,  $h$  l'élévation de cette surface au-dessus de l'orifice, et  $p$  le poids d'un mètre cube du fluide renfermé dans le vase. Au corps

donné substitutions, par la pensée, une colonne de ce fluide, laquelle aurait  $s$  pour base, et dont la hauteur  $h'$  serait telle que le poids de la colonne fût égal à celui du corps; on aurait ainsi  $P = psh'$ , d'où l'on déduirait  $h'$ : en substituant ainsi un corps à un autre, mais d'un poids égal, on n'aurait rien changé à la pression éprouvée par les molécules contenues dans le vase. Supposons encore, qu'après avoir retiré le corps, on ajoute dans le vase (dont les parois latérales seront censées prolongées indéfiniment en hauteur) une quantité du même fluide que celui qu'il contenait déjà, jusqu'à ce que son niveau en ait atteint le sommet de la colonne: d'après les lois de l'hydrostatique, toute la masse du fluide ajouté ne produira qu'une pression équivalente à celle de la simple colonne: de sorte que les molécules placées devant l'orifice éprouveront une pression exactement égale à celle qu'elles éprouvaient primitivement, et elles tendront toujours à sortir avec une même vitesse. Or, dans le nouvel état des choses, la hauteur du réservoir au-dessus de l'orifice, hauteur génératrice de la vitesse de sortie, est évidemment  $h' + h$ , et par suite cette vitesse sera

$$\sqrt{2g(h' + h)}.$$

Que l'on ait, par exemple, un vase fermé de toutes parts et plein d'un alcool dont la pesanteur spécifique soit de 0,837: sur le couvercle est une ouverture circulaire de 0<sup>m</sup>03 de diamètre, dans laquelle se trouve un piston chargé d'un demi-kilogramme: l'orifice de sortie est à 0<sup>m</sup>25 au-dessous de cette ouverture. Il faut déterminer la vitesse avec laquelle l'alcool sortira. On admet que le frottement des parois du piston contre les bords de l'ouverture est équilibré par le poids du piston même.

On a donc ici  $P = 0.5$ ;  $s = \pi' (0.03)^2 = 0.0007068$ ;  $p = 0.837 \times 1000 = 837$ , et  $h = 0.25$ : pour  $h'$ , l'équation  $P = ps h'$  ou  $0.5 = 837 \times 0.000707 \times h'$  donne  $0.8453$ . Ainsi l'alcool sortira avec une vitesse égale à  $\sqrt{2g (0.845 + 0.25)} = 4.636$ .

Si le vase n'était pas entretenu constamment plein, cette vitesse diminuerait graduellement, et de la manière que nous verrons dans le chapitre suivant.

Dépense  
théorique.

15. Après avoir donné l'expression de la vitesse avec laquelle un fluide quelconque sort d'un orifice, passons à l'usage qu'on en fait dans la détermination de sa dépense.

On appelle *dépense* d'un orifice, le volume du fluide qui en sort dans l'unité de temps, la seconde.

Si la vitesse moyenne de toutes les molécules fluides était due à la charge entière  $H$ , cette vitesse, qu'on nomme alors *vitesse théorique*, serait  $\sqrt{2gH}$ : si, en même temps, il sortait des molécules de tous les points de l'orifice, et en filets parallèles, il est évident que le volume d'eau écoulé en une seconde serait égal au volume d'un prisme qui aurait l'orifice pour base et cette vitesse pour hauteur; il serait donc, en appelant  $S$  l'aire ou la section de l'orifice,

$$S\sqrt{2gH} :$$

c'est la *dépense théorique*.

Dépense  
réelle.

16. Mais la *dépense réelle* est toujours moindre.

Pour nous faire une idée exacte de l'état des choses, considérons la veine fluide un peu après sa sortie de l'orifice, et coupons-la par un plan perpendiculaire à sa direction. Il est manifeste que la dépense sera équivalente au produit de la section

par la vitesse moyenne des filets au moment qu'ils la traversent : si cette section était égale à celle de l'orifice, et si cette vitesse était égale à celle due à la charge, la dépense réelle serait aussi égale à la dépense théorique. Mais il arrive, ou que la section de la veine est notablement plus petite que celle de l'orifice, comme dans l'écoulement par les orifices en mince paroi ; ou que la vitesse à la section est notablement plus petite que celle due à la charge, comme dans les ajutages cylindriques ; ou même qu'il y a diminution et dans la section et dans la vitesse, comme dans certains ajutages coniques. De sorte que la dépense réelle sera, dans tous ces divers cas, moindre que la dépense théorique ; et que pour réduire celle-ci à l'autre, il faudra la multiplier par une fraction. Si  $m$  représente cette fraction, et  $Q$  la dépense réelle, on aura donc

$$Q = mS \sqrt{2gH}.$$

En désignant par  $Q'$  le volume d'eau écoulé dans un temps  $T$ , on aurait encore

$$Q' = mST \sqrt{2gH}.$$

Soit que la diminution dans la dépense provienne, ou d'une diminution dans la section de la veine, ou d'une diminution dans la vitesse, elle est toujours une suite de la contraction que la veine éprouve en passant par l'orifice ; aussi le multiplicateur  $m$  ou *coefficient de réduction de la dépense théorique à la dépense réelle* est-il habituellement appelé *coefficient de la contraction de la veine fluide*, ou simplement *coefficient de contraction*. Sa détermi-

nation est d'une importance majeure : de son exactitude dépend celle des résultats qu'on obtient lorsqu'on applique à la pratique les formules sur l'écoulement des fluides : aussi a-t-elle été le grand objet des recherches expérimentales des hydrauliciens. Nous allons faire connaître les résultats auxquels ils sont parvenus ; mais avant, donnons de premières notions.

2. *Sur la contraction et sur ses effets.*

Cause  
de la  
contraction.

Fig. 2 et 3.

17. Si l'on prend un vase transparent, qu'on donne lieu à l'écoulement par un orifice pratiqué sur ses parois, et qu'on rende visible le mouvement des molécules du fluide, en y mêlant des matières ténues et d'une pesanteur spécifique à peu près égale, comme de la sciure de certains bois ; ou mieux encore en y produisant de légers précipités chimiques, tels, par exemple, que celui qui a lieu lorsqu'on verse quelques gouttes de nitrate d'argent dans une eau faiblement salée ; on voit, à une petite distance de l'orifice, à deux ou trois centimètres pour une ouverture d'un centimètre de diamètre, on voit, dis-je, des molécules fluides se diriger de toutes parts vers l'orifice en décrivant des lignes courbes, et finir par s'y précipiter d'un mouvement très accéléré, comme sur un centre d'attraction.

La convergence des directions qu'elles avaient dans l'intérieur du vase, au moment de leur arrivée à l'orifice, se continue encore à une petite distance après qu'elles l'ont dépassé : de sorte qu'on voit manifestement la veine fluide, dès sa sortie de l'orifice, se resserrer graduellement, se contracter jusqu'à

l'endroit où les molécules, par l'effet de leur action réciproque et des mouvemens imprimés, prennent une direction parallèle ou d'autres directions. La veine forme ainsi une espèce de tronc de pyramide ou de cône, dont la grande base est l'orifice, et dont la petite est la section fluide à l'endroit de sa plus grande contraction, section que l'on nomme souvent *section de la veine contractée*. Cette figure et tous les phénomènes de la contraction sont ainsi une suite de la convergence des filets lorsqu'ils arrivent à l'orifice, ou de l'obliquité de direction des uns à l'égard des autres.

18. Lorsque l'orifice est en mince paroi, la contraction a lieu en aval du plan de cet orifice; elle est *extérieure*; on en voit, on en peut mesurer et l'on en a réellement mesuré les dimensions. Nous dirons bientôt ce qui a été fait à cet égard; nous nous bornerons ici à remarquer que, dans les orifices circulaires, au delà de la section de plus grande contraction, et jusqu'à une certaine distance, la veine se continue sous la forme d'un cylindre dont cette section serait la base, et avec une vitesse due à très peu près à la hauteur du réservoir. La dépense y sera donc le produit de cette section par cette vitesse : de sorte que la contraction se sera bornée à réduire la section qui doit entrer dans l'expression de la dépense. L'écoulement aura lieu comme si à l'orifice réel on en eût substitué un autre d'un diamètre égal à celui de la section contractée, et qu'il n'y eût point eu de contraction.

Nature  
de ses effets.

19. Si à l'orifice AB on adapte un tube ou ajutage cylindrique ABCD, les filets fluides arriveront, en

AB, en convergeant, et par suite le fluide se contractera à l'entrée de l'ajutage. Des expériences, que nous rapporterons plus bas (44), indiqueraient que la contraction y est égale à celle qui a lieu dans les orifices en mince paroi; elle serait seulement *intérieure* par rapport à la bouche de sortie. De plus, au delà de la section contractée, l'attraction des parois de l'ajutage occasionne une dilatation de la veine; elle en porte les filets contre ces parois; ils les suivent, et ils sortent parallèles entre eux et à l'axe de l'ajutage. De sorte que la section de la veine à sa sortie est bien égale à celle de l'orifice; mais la vitesse n'y est plus due à la hauteur du réservoir. Si l'écoulement n'était produit que par la seule pression du fluide contenu dans ce réservoir, très-vraisemblablement la vitesse, à la section de plus grande contraction, serait due à cette hauteur: puis, elle diminuerait à mesure que la veine se dilaterait, en vertu de cette loi ou de cet axiome d'hydraulique, *lorsqu'un fluide incompressible en mouvement forme une masse continue, la vitesse, à ses diverses sections, est en raison inverse de l'aire de la section*: la diminution cesserait quand, la veine ayant rejoint les parois, sa section serait redevenue égale à celle de l'orifice. Puisque  $m$  est le rapport de la section de plus grande contraction à celle de l'orifice, la vitesse le long des parois, et par suite à la sortie, serait  $m\sqrt{2gH}$ ; et, pour la dépense, on aurait  $S \times m\sqrt{2gH}$ . Dans les orifices en mince paroi, elle était  $mS \times \sqrt{2gH}$ : ainsi la dépense serait la même dans les deux cas; la seule différence c'est que, dans ce dernier, la diminution



aurait affecté le facteur  $S$ , et que dans les ajutages elle tomberait sur le facteur  $\sqrt{2gH}$ , c'est-à-dire sur la vitesse. Mais l'action attractive des parois change cet état des choses : non-seulement elle dévie les filets de leur direction, mais encore elle augmente leur vitesse; de sorte que la vitesse de sortie est plus considérable que  $m\sqrt{2gH}$ ; elle sera  $m'\sqrt{2gH}$ ,  $m'$  étant une fraction plus grande que  $m$ ; et la dépense égalera  $S \times m'\sqrt{2gH}$ .

On voit par là que dans les ajutages cylindriques, et dans les ajutages en général, l'effet de la contraction se complique de celui de l'attraction des parois. Sans pouvoir assigner ce qui appartient au premier en seul, nous remarquerons qu'à toute contraction intérieure répond une diminution de vitesse, et que toute contraction extérieure produit une diminution de section.

20. Voyons la forme qu'elle donne à la veine fluide sortant d'un orifice.

Forme  
de la veine,  
l'orifice étant  
circulaire.

Prenons d'abord le cas le plus simple, celui d'un orifice circulaire percé dans le milieu d'une paroi mince et plane.

Tout étant symétrique, sur les divers points de l'orifice, la direction comme la vitesse des molécules, la veine contractée doit avoir aussi une forme symétrique, et par conséquent être un solide de révolution, un conoïde. Elle l'est en effet, et les observations que nous allons rapporter lui donnent la forme représentée par  $ABba$ . Au delà de  $ab$ , la contraction cesse, et la veine se continue, sous une forme sensiblement cylindrique, sur une certaine longueur, et jusqu'à ce qu'elle soit entièrement dé-

Fig. 4.

formée par la résistance de l'air et autres causes. Dans la première partie de cette longueur, elle est pleine, limpide, quelquefois semblable à un barreau du plus beau cristal : ensuite elle devient trouble ; et examinée à une forte lumière, elle présente une suite de renflemens et d'étranglemens. D'après les très-ingénieuses expériences de M. Savart, l'apparence de continuité de la partie trouble ne serait qu'une illusion d'optique due à la rapidité des mouvemens ; cette partie consisterait en une suite de gouttes distinctes, alternativement grosses et petites, laissant entre elles un espace huit ou dix fois plus grand que leur diamètre moyen, et dont la forme, oscillant autour de celle d'une sphère, serait alternativement un sphéroïde allongé et un sphéroïde aplati.

Ce même physicien a observé que la longueur de la partie limpide, ainsi que celle des renflemens dans la partie trouble, croissait proportionnellement au diamètre de l'orifice et à la charge : pour la partie limpide, elle serait à peu près  $380 \sqrt{h}$ .

La formation de gouttes, c'est-à-dire leur détachement de cette dernière partie, n'est pas, même dans les jets descendans, un effet de l'accélération de la vitesse due à la gravité ; car elle a également lieu dans les jets lancés de bas en haut. Elle paraît à M. Savart être un effet médiat d'une oscillation qui aurait lieu dans le fluide du réservoir, et par suite de laquelle les molécules du jet, étant tantôt plus tantôt moins pressées à leur sortie de l'orifice, se mouvraient ensuite avec une vitesse alternativement plus et moins grande. J'ai retrouvé de telles alternatives dans la plupart des mouvemens des fluides que j'ai été à même d'observer ; je les ai surtout vues et d'une manière bien marquée, lors de mes expériences sur la résistance que l'air éprouve dans les tuyaux de conduite : j'y ai vu l'air s'avancer irrégulièrement et comme par ondulations ; les ondes, en s'y propageant, accéléraient et retardaient périodiquement la vitesse. (1)

---

(1) *Annales des mines*, Tom. III, p. 401. 1828.

M. Savart a encore montré la très-singulière influence des ondes sonores sur les veines liquides : par exemple, si l'on reçoit la partie trouble sur le fond d'un vase, il se fait entendre un son dû au choc successif des gouttes ; si l'on prend ensuite un instrument à archet, et que l'on produise un son qui soit à l'unisson de celui dont il vient d'être question, à l'instant on voit la partie limpide du jet se raccourcir, et quelquefois même disparaître presque entièrement ; les ventres de la partie trouble deviennent plus gros, plus courts, et l'espace qui les sépare est plus grand. Je renvoie au mémoire de l'auteur (1) pour d'autres effets des ondes sonores sur les veines ; et je me borne ici à remarquer que ces ondes n'ont aucune influence sur la dépense.

21. Revenons au commencement du jet, à la veine contractée proprement dite, le conoïde  $ABba$ . On a cherché, par des mesures directes, à en déterminer les dimensions respectives, et notamment le rapport entre les diamètres des deux bases. Newton qui, le premier, a reconnu le phénomène de la contraction et son effet sur la dépense, a aussi tenté le premier une telle mesure ; il en a conclu que le rapport de la section de l'orifice à la section contractée était celui de  $\sqrt{2}$  à 1 ; et par conséquent que celui des diamètres  $AB$  et  $ab$  était de 1 à 0,841 : mais il est permis de croire que des considérations théoriques, plutôt qu'une mesure physique, l'avaient porté à admettre ce résultat. Depuis, plusieurs physiciens ont effectué de pareilles mesures : ainsi,  $AB$  étant 1, Poleny a trouvé, pour  $ab$ , 0,79 ; Borda 0,804 ; Michelotti 0,792 ; Bossut de 0,812 à 0,817 ; Eytelwein 0,80 ; Venturi 0,798 ; enfin, Brunaci 0,78. Presque tous ces nombres, dont le terme moyen serait 0,80,

Dimensions  
de la veine  
contractée

(1) *De la constitution des veines liquides lancées par des orifices circulaires en mince paroi*, par M. Félix Savart. 1833.

sont très vraisemblablement un peu trop forts : ils ont été donnés par une mesure prise avec un compas d'épaisseur : si on le ferme trop, ses pointes s'enfoncent dans le corps de la veine fluide, et de suite un jaillissement l'indique ; mais s'il est trop ouvert, l'œil ne peut apprécier exactement la quantité dont il l'est : ainsi l'on a pu pécher par excès, mais non par défaut.

Michelotti le fils a repris cette question, qui avait déjà été traitée par son père. De gros jets, obtenus sous de fortes charges, lui ont donné les résultats suivans. (1)

| CHARGE<br>sur l'orifice. | DIAMÈTRE        |                      | RAPPORT<br>entre<br>les diamètres. | DISTANCE<br>de la<br>contraction<br>à l'orifice. | RAPPORT<br>de la distance<br>au diamètre<br>contracté. |
|--------------------------|-----------------|----------------------|------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
|                          | à<br>l'orifice. | à la<br>contraction. |                                    |                                                  |                                                        |
| mét.                     | mét.            | mét.                 |                                    | mét.                                             |                                                        |
| 2,10                     | 0,1624          | 0,1282               | 0,790                              | 0,064                                            | 0,501                                                  |
| 3,66                     | 0,1624          | 0,1280               | 0,788                              | 0,064                                            | 0,500                                                  |
| 2,24                     | 0,0812          | 0,0638               | 0,786                              | 0,032                                            | 0,500                                                  |
| 3,81                     | 0,0812          | 0,0636               | 0,783                              | 0,031                                            | 0,492                                                  |
| 6,76                     | 0,0812          | 0,0613               | 0,755                              | 0,030                                            | 0,497                                                  |

Faisant abstraction du dernier nombre, 0,755, qui est entièrement anomal, le rapport moyen entre les deux diamètres est 0,787. D'après ce qui a été dit, je crois qu'on peut l'adopter, mais seulement comme terme moyen ; car, ainsi que nous le verrons bientôt (26), ce rapport éprouve des variations, légères à la vérité, qui dépendent de la grandeur des

(1) *Mémoire physico-mathématique contenant les résultats d'expériences hydrauliques.* Dans les *Mémoires de l'Académie des sciences de Turin*, 1784—1785.

charges et du diamètre des orifices. La longueur de la veine contractée serait environ la moitié du diamètre de la plus petite section, ou les 0,39 du diamètre de l'orifice. D'après ces expériences, les trois dimensions principales, AB, *ab* et CD, de la veine contractée seraient entre elles comme les nombres 100, 79 et 39.

Eytelwein, augmentant principalement cette dernière dimension, d'ailleurs très-difficile à déterminer avec exactitude, prend les nombres 10, 8 et 5 : ce rapport est assez généralement admis.

Quant aux courbes Aa et Bb, Michelotti les rapporte à une cycloïde. En résultat, la forme de la veine fluide, à sa sortie d'un orifice circulaire, a quelque ressemblance avec celle de l'extrémité du pavillon d'un cor de chasse.

22. Le rapport entre les diamètres étant 0,787, celui entre les sections en sera le carré ou 0,619 : ainsi, si *s* est la section de la veine contractée et S celle de l'orifice, on aura  $s = 0,619 S$ .

Effet de la  
forme sur la  
dépense.

D'après ce qui a été exposé (16 et 18), la dépense sera  $s\sqrt{2gH}$  ou  $0,619 S\sqrt{2gH}$ . De sorte que *m*, ou le coefficient de contraction donné par les mesures physiques de la veine, serait moyennement 0,619; et c'est aussi à peu près celui qu'indiquent les mesures de la dépense (25).

Si la vitesse due à la hauteur du réservoir était effectivement la vitesse au passage de la section contractée, et qu'on produisît l'écoulement par un ajutage qui eût exactement la forme de la veine contractée, en introduisant, dans l'expression de la dépense, l'orifice extérieur de cet ajutage, ou *s*, la dépense calculée serait égale à la dépense réelle, et le coefficient de réduction de l'une à l'autre serait 1. Michelotti, dans une de ses expériences, en

employant un ajutage cycloïdal, a eu 0,984 (1) : il est vraisemblable qu'il serait arrivé à 1, si les parois de l'ajutage se fussent plus exactement pliées à la courbure de la veine fluide ; et si la résistance de ces parois, comme celle de l'air, n'eût un peu retardé le mouvement.

Forme, avec  
des orifices  
polygonaux.

23. Les orifices dont le pourtour est un polygone, ou une figure quelconque, autre que le cercle, ne donnent plus une forme aussi simple et menant aux mêmes conséquences.

Les différentes parties de l'orifice n'étant pas symétriques, la veine fluide ne conserve point la forme qu'elle a en sortant ; elle en change continuellement à mesure qu'elle s'éloigne. Dès sa sortie, les faces correspondantes aux côtés rectilignes de l'orifice se creusent et deviennent de plus en plus concaves ; les arêtes correspondantes aux angles se tronquent et finissent par disparaître. Ainsi, MM. Poncelet et Lesbros, ayant relevé, à l'aide de moyens fort exacts, la forme d'une veine qui sortait d'un orifice carré ACEG de 0<sup>m</sup>20 de côté, sous une charge de 1<sup>m</sup>68, ont eu, à 0<sup>m</sup>15 de distance de l'orifice, la coupe *aceg* ; et, à 0<sup>m</sup>30, la coupe *b' d' f' h'* (2). Cette dernière, une des neuf coupes observées, a été celle de la plus petite section : son aire était à celle de l'orifice dans le rapport de 0,562 à 1, tandis que celui de la dépense réelle à la dépense théorique a été trouvé de 0,605 : ils auraient été égaux, si la vitesse, à cette plus petite section, eût été due à la hauteur du réservoir.

Fig. 5.

(1) Mémoire précité, § 24, Expér. 17<sup>e</sup>.

(2) *Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement des eaux à travers les orifices rectangulaires verticaux et à grandes dimensions*, par MM. Poncelet et Lesbros, capitaines du génie. 1832. Pag. 120 et suivantes.

24. Quoique les molécules fluides, en  $b'$ ,  $c'$ ,  $d'$ , etc., sur cette section, soient celles qui sont sorties des points B, C, D, etc., de l'orifice; et que, tout en s'éloignant du réservoir, elles soient toujours demeurées sur la ligne d'intersection de la veine avec des plans passant par son axe et respectivement par ces points, il n'en est pas moins vrai que la section  $b'd'f'h'$  est une sorte de carré dont le sommet des angles correspond au milieu des côtés du carré de l'orifice; et qu'il semble que la veine ait fait comme un huitième de révolution autour de son axe.

Renversement de la veine.

Un phénomène de cette nature se reproduit sur toutes les veines qui sortent d'un orifice non-circulaire; on le désigne sous le nom de *renversement de la veine fluide*. Il est accompagné de circonstances très remarquables que je vais faire connaître en rapportant les résultats d'une des nombreuses expériences que M. Bidone a faites à ce sujet (1).

L'orifice était un pentagone régulier A de 0<sup>m</sup>014 de côté, percé dans une platine de cuivre mince et verticale (la figure qui le représente, avec ses accessoires, est le quart de la grandeur naturelle): l'écoulement se faisait sous une charge de 1<sup>m</sup>97. A 0<sup>m</sup>012 de distance, la section faite perpendiculairement à l'axe de la veine était un décagone assez régulier. A 0<sup>m</sup>030, se trouvait l'endroit de plus forte contraction ou le *premier nœud*. Au delà, la veine avait changé entièrement de forme; elle présentait cinq lames fluides, disposées symétriquement autour de l'axe, comme on le voit dans la coupe B, faite à 0<sup>m</sup>095 de l'orifice: leur plan passait par le milieu de ses côtés. Leur largeur allait en augmentant jusqu'au *ventre* de la veine, représenté en C. Ensuite, elle diminuait, et les lames se réunissaient de nouveau en un *second nœud*, à 0<sup>m</sup>86 de l'orifice. Au delà, la veine était ronde et uniforme.

Fig. 6.

(1) *Expériences sur la forme et la direction des veines et courans d'eau lancés par diverses ouvertures*, de George Bidone. Turin, 1829.

Au pentagone rectiligne de l'orifice, on a successivement substitué des pentagones à côtés convexes, à côtés concaves, à côtés présentant des angles saillans et rentrans, comme l'étoile D, et la veine a conservé toujours la même forme, les cinq mêmes lames.

Avec des orifices à 6 et 8 côtés, on a eu 6 et 8 lames; et le renversement de la veine a été d'un 12° et 16° de circonférence. Lorsque l'ouverture a été un rectangle étroit et fort allongé dans le sens horizontal, à une certaine distance, la veine n'a plus consisté qu'en une large lame verticale; le renversement paraissait complet.

Souvent, au delà du second nœud, la veine se dilate de nouveau, et elle se divise une seconde fois en un même nombre de lames; mais leur plan ne répond plus alors au milieu des côtés de l'orifice, il répond au sommet des angles, c'est-à-dire que la veine s'est encore renversée d'une égale quantité, ou plutôt qu'elle s'est redressée. Les lames augmentent de largeur jusqu'à un *second ventre*, et elles diminuent ensuite pour aller former un *troisième nœud*, au delà duquel on a, quelquefois encore, une nouvelle dilatation, un troisième ventre et un quatrième nœud. Eytelwein a produit de telles suites de nœuds et de ventres avec des orifices de différentes formes; il les a indiquées et représentées dans sa traduction allemande des *Sperimenti idraulici* de Michelotti, p. 19 et pl. IV. 1808.

On a aussi des veines *creuses*, etc. Mais l'examen de toutes ces formes, ainsi que des causes qui peuvent les produire, ne saurait trouver place dans ce Traité; et je renvoie pour ces objets au très intéressant mémoire de M. Bidone. Je me borne aux observations suivantes. La cause première et principale des formes et renversemens des veines est la direction oblique, avec laquelle les divers filets fluides arrivent à l'orifice de sortie, direction qui tend à se continuer au delà : l'action de ces filets sur les formes est d'autant plus forte et plus infinente qu'ils sortent d'angles plus aigus; ceux-ci compriment en quelque sorte la veine plus fortement que les autres, et, en conséquence, les lames se forment sur les parties intermédiaires à celles où ils exercent leur action. Ensuite, la résistance de l'air et l'attraction mutuelle des molécules contribuent au rétrécissement des lames et à la formation du second nœud.

L'obliquité des filets fluides, des uns par rapport aux autres, à leur arrivée et sortie de l'orifice, produit encore un effet que je dois mentionner. Tant que l'obliquité est égale de toutes parts,



l'axe de la veine, qui est dans la direction de la résultante des actions réciproques des filets, demeure perpendiculaire au plan de l'orifice : mais si l'obliquité est détruite sur un des bords, par exemple, à l'aide d'une planchette tangente à ce bord, et qui s'avancerait dans l'intérieur du réservoir perpendiculairement au plan, l'impulsion oblique des filets qui arrivent sur les autres bords, n'étant plus contre-balancée de ce côté, y poussera la veine, et son axe ne sera plus celui de l'orifice.

## ART. 2. *De l'écoulement par les orifices.*

Nous avons distingué quatre sortes d'orifices, ceux en mince paroi, les ajutages cylindriques, les ajutages coniques convergens et les ajutages coniques divergens. Examinons les principales circonstances du mouvement par chacun d'eux, notamment en ce qui concerne leur dépense.

### 1. *Orifices en mince paroi.*

25. Venons à la détermination directe du coefficient de réduction de la dépense théorique à la dépense réelle.

Détermination du coefficient de contraction.

On jaugera avec soin le volume d'eau sorti d'un orifice donné, sous une charge constante, en un certain temps, et l'on en conclura le produit de l'écoulement en une seconde, ou la dépense réelle ; on la divisera par la dépense théorique correspondante à cet orifice et à cette charge, et le quotient sera le coefficient cherché.

Plusieurs hydrauliciens se sont occupés de sa recherche : je donne, dans le tableau suivant, les principaux résultats obtenus jusqu'à ces derniers temps ; ceux qui paraissent avoir été faits dans des circonstances favorables, ou qui étaient généralement admis.

| ORIFICES CIRCULAIRES. |         |         |                  | ORIFICES CARRÉS.            |                   |         |                  |
|-----------------------|---------|---------|------------------|-----------------------------|-------------------|---------|------------------|
| Observateurs.         | Diamèt. | Charge. | Coe-<br>ficient. | Observateurs.               | Côté<br>du carré. | Charge. | Coefficient.     |
|                       | mèt.    | mèt.    |                  |                             | mèt.              | mèt.    |                  |
| Mariotte. . .         | 0,0068  | 1,79    | 0,692            | Castel. . . .               | 0,01              | 0,05    | 0,655            |
| Idem. . . . .         | 0,0068  | 7,90    | 0,692            | Bossut. . . . .             | 0,027             | 3,81    | 0,616            |
| Castel. . . . .       | 0,04    | 0,65    | 0,673            | Michelotti. . .             | 0,027             | 3,81    | 0,607            |
| Idem. . . . .         | 0,04    | 0,31    | 0,654            | Idem. . . . .               | 0,027             | 6,83    | 0,606            |
| Idem. . . . .         | 0,015   | 0,138   | 0,632            | Bossut. . . . .             | 0,054             | 3,81    | 0,618            |
| Idem. . . . .         | 0,015   | 0,30    | 0,617            | Michelotti. . .             | 0,054             | 2,24    | 0,603            |
| Eytelwein. . .        | 0,0261  | 0,723   | 0,618            | Idem. . . . .               | 0,054             | 3,83    | 0,603            |
| Bossut. . . . .       | 0,0271  | 1,30    | 0,619            | Idem. . . . .               | 0,054             | 6,78    | 0,602            |
| Michelotti. . .       | 0,0271  | 2,23    | 0,618            | Idem. . . . .               | 0,082             | 2,26    | 0,616            |
| Castel. . . . .       | 0,03    | 0,168   | 0,629            | Idem. . . . .               | 0,081             | 3,83    | 0,619            |
| Venturi. . . .        | 0,044   | 0,88    | 0,622            | Idem. . . . .               | 0,081             | 6,82    | 0,616            |
| Bossut. . . . .       | 0,054   | 3,81    | 0,616            | ORIFICES RECTANG. (Bidone). |                   |         |                  |
| Michelotti. . .       | 0,054   | 2,20    | 0,607            | RECTANGLE :                 |                   | Charge. | Coeff.<br>cient. |
| Idem. . . . .         | 0,081   | 2,24    | 0,613            | hauteur.                    | base.             |         |                  |
| Idem. . . . .         | 0,081   | 3,81    | 0,612            | 0,0092                      | 0,0185            | 0,33    | 0,620            |
| Idem. . . . .         | 0,081   | 6,76    | 0,5977           | 0,0092                      | 0,0370            | 0,33    | 0,620            |
| Idem. . . . .         | 0,162   | 2,11    | 0,619            | 0,0092                      | 0,0739            | 0,33    | 0,621            |
| Idem. . . . .         | 0,162   | 3,66    | 0,619            | 0,0092                      | 0,1478            | 0,33    | 0,626            |

De toutes ces expériences, les plus remarquables, tant par la grosseur des jets que par la grandeur des charges, sont celles que Michelotti a exécutées, dès 1764, au bel établissement hydraulique construit pour cet objet, à 3 kilomètres environ de Turin : le réservoir y consiste en une tour de 8<sup>m</sup> de hauteur, et dont l'intérieur, qui est un carré de 0<sup>m</sup>97 de côté, reçoit, par un canal de dérivation, les eaux de la Doire; sur une des faces, on adapte, à différentes hauteurs, les orifices ou ajutages que l'on juge à propos; les dispositions sont faites pour les recevoir; et sur le sol qui est au pied, on a plusieurs bassins de jaugeage (1). Ces expériences ont été répétées, en 1784, par Michelotti le fils, et ce sont ces dernières que nous avons portées au tableau. Je remarquerai, à leur sujet, que les coefficients obtenus avec les gros orifices sont plus forts que les autres, et cela contre la règle déduite de l'ensemble des observations: quelque circonstance particulière aura produit cette anomalie.

(1) *Sperimenti idraulici, etc.*, de F. D. Michelotti. Torino, 1767 et 1771.

Les résultats donnés par Bossut sont en général plus forts que ceux de Michelotti, et ils paraissent pécher par excès.

Quant aux expériences que M. Castel et moi avons faites à Toulouse, malgré tous les soins que nous y avons apportés, la petitesse des orifices ne nous permet pas de répondre des coefficients conclus à un centième près. Nous nous sommes principalement occupés de l'orifice de 0<sup>m</sup>01 comme étant, en quelque sorte, le point de départ dans une distribution d'eau faite d'après le système métrique des poids et mesures.

26. Les expériences que nous venons de rapporter et celles qui avaient été faites par d'autres auteurs encore, par M. Hachette en particulier, avaient bien montré que le coefficient de contraction est généralement plus grand pour les petits orifices et les petites charges; mais elles n'avaient donné que des notions vagues et presque contradictoires à cet égard. Il eût fallu pouvoir en déduire la suite des coefficients depuis les grands orifices jusqu'aux plus petits, depuis les fortes charges jusqu'aux plus faibles : cette lacune vient d'être remplie par MM. Poncelet et Lesbros. Ils ont exécuté, en 1826 et 1827, à Metz, des séries d'expériences faites sur une très-grande échelle, et avec des soins et des moyens qui n'avaient pas encore été employés. A peu de chose près, elles me paraissent avoir résolu le grand et utile problème de la contraction de la veine en mince paroi, peut-être autant que le comporte la nature du sujet, et d'une manière sinon entièrement théorique, du moins très-convenable aux applications (1).

Expériences  
de MM. Pon-  
celet et Les-  
bros.

Dans ces expériences, les orifices étaient rectangulaires et ils avaient tous 0<sup>m</sup>20 de base : les hauteurs ont successivement été

---

(1) *Expériences hydrauliques, etc., précitées.*

de  $0^m20$ ,  $0^m10$ ,  $0^m05$ ,  $0^m03$ ,  $0^m02$  et  $0^m01$  : les charges ont varié de  $0^m01$  à  $1^m70$ . Pour chacun des orifices, on a mesuré, et à diverses reprises, la dépense sous sept ou dix charges, dont les deux extrêmes étaient l'une à peu près aussi petite et l'autre aussi grande que le comportait l'appareil; et on a calculé les coefficients correspondants. Prenant ensuite les charges pour abscisses et leurs coefficients pour ordonnées, on a tracé la courbe relative à cet orifice; et, avec son secours, on a déterminé les ordonnées ou les coefficients intermédiaires à ceux directement donnés par l'expérience. De cette manière, les auteurs ont pu dresser un grand tableau des coefficients pour chaque orifice, tableau dont j'extraits le suivant.

| CHARGE<br>sur le centre<br>de l'orifice. | HAUTEUR DES ORIFICES. |           |           |           |           |           |
|------------------------------------------|-----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                                          | $0^m20$ .             | $0^m10$ . | $0^m05$ . | $0^m03$ . | $0^m02$ . | $0^m01$ . |
| mél.                                     |                       |           |           |           |           |           |
| 0,01                                     |                       |           |           |           |           | 0,709     |
| 0,02                                     |                       |           |           |           | 0,660     | 0,698     |
| 0,03                                     |                       |           |           | 0,638     | 0,660     | 0,691     |
| 0,04                                     |                       |           | 0,612     | 0,640     | 0,659     | 0,685     |
| 0,05                                     |                       |           | 0,617     | 0,640     | 0,659     | 0,682     |
| 0,06                                     |                       | 0,590     | 0,622     | 0,640     | 0,658     | 0,678     |
| 0,08                                     |                       | 0,600     | 0,626     | 0,639     | 0,657     | 0,671     |
| 0,10                                     |                       | 0,605     | 0,628     | 0,638     | 0,655     | 0,667     |
| 0,12                                     | 0,572                 | 0,609     | 0,630     | 0,637     | 0,654     | 0,664     |
| 0,15                                     | 0,585                 | 0,611     | 0,631     | 0,635     | 0,653     | 0,660     |
| 0,20                                     | 0,592                 | 0,613     | 0,634     | 0,634     | 0,650     | 0,655     |
| 0,30                                     | 0,598                 | 0,616     | 0,632     | 0,632     | 0,645     | 0,650     |
| 0,40                                     | 0,600                 | 0,617     | 0,631     | 0,631     | 0,642     | 0,647     |
| 0,50                                     | 0,602                 | 0,617     | 0,631     | 0,630     | 0,640     | 0,643     |
| 0,70                                     | 0,604                 | 0,616     | 0,629     | 0,629     | 0,637     | 0,638     |
| 1,00                                     | 0,605                 | 0,615     | 0,627     | 0,627     | 0,632     | 0,627     |
| 1,30                                     | 0,604                 | 0,613     | 0,623     | 0,623     | 0,625     | 0,621     |
| 1,60                                     | 0,602                 | 0,611     | 0,619     | 0,619     | 0,618     | 0,616     |
| 2,00                                     | 0,601                 | 0,607     | 0,613     | 0,613     | 0,613     | 0,613     |
| 3,00                                     | 0,601                 | 0,603     | 0,606     | 0,607     | 0,608     | 0,609     |

Tous les nombres portés sur ce tableau sont bien les valeurs respectives de  $m$  dans la formule  $Q = mS\sqrt{2gH}$ . Mais ceux qui, dans chaque colonne, se trouvent au-dessus de la ligne transver-

sale, ne sont pas les vrais coefficients de réduction de la dépense théorique à la dépense réelle, ainsi que nous le verrons dans l'article suivant (64).

En jetant un coup d'œil sur les nombres de chaque colonne, on voit qu'ils vont en augmentant à mesure que la charge augmente, mais jusqu'à un certain point seulement, au-delà duquel ils diminuent quoique la charge augmente encore. Toutefois, dans les petits orifices, ceux au-dessous de  $0^m03$ , la partie croissante de la série est très-restreinte; et même, dans les très-petits, elle est nulle. On voit encore que les termes de la partie décroissante de toutes les séries approchent de l'égalité à mesure que la charge augmente de valeur.

27. Quoique les coefficients portés au tableau ci-dessus soient déduits d'expériences faites sur des orifices rectangulaires, ils peuvent servir pour tous les autres, quelle que soit leur forme; la hauteur du rectangle notée au tableau exprimera la plus petite dimension de l'orifice dont on ferait usage. Car il est généralement admis que la dépense est entièrement indépendante de la figure de l'orifice, et qu'elle demeure toujours la même lorsque l'aire de l'ouverture ne varie pas; pourvu toutefois, d'après une observation faite par M. Hachette, que cette figure ne présente point d'angles rentrants.

Les mêmes coefficients conviennent à toutes les formes d'orifices.

28. Quoique quelques-uns des orifices sur lesquels MM. Poncelet et Lesbros ont fait leurs expériences soient déjà grands, il en est cependant qui débitent vingt et trente fois plus d'eau, tels sont les pertuis des portes d'écluse dans les canaux de navigation; et il était important de constater directement le coefficient de leur dépense. En 1782, l'habile ingénieur Lespinasse a fait, à cet égard, sur le canal du Languedoc, plusieurs expériences auxquelles, dix ans après, Pin, ingénieur du même

Expériences sur les pertuis des écluses.

canal, en a ajouté quelques autres (1). Les principaux résultats de celles-ci, comme des premières, sont portés au tableau suivant. La largeur des pertuis est de 1<sup>m</sup>30 à très peu près; la forme n'étant pas exactement celle d'un rectangle, les hauteurs ne doivent être regardées que comme approximatives.

| PERTUIS.           |          | CHARGE<br>sur<br>le centre. | DÉPENSE<br>en 1''. | COEF-<br>FICIENT. |
|--------------------|----------|-----------------------------|--------------------|-------------------|
| Aire.              | Hauteur. |                             |                    |                   |
| mét. carré.        | mét.     | mét.                        | mét. cub.          |                   |
| 0,7194             | 0,55     | 4,436                       | 4,114              | 0,613             |
| 0,6496             | 0,50     | 2,021                       | 2,623              | 0,641             |
| 0,6496             | 0,50     | 1,904                       | 2,498              | 0,629             |
| 0,6007             | 0,46     | 3,925                       | 3,925              | 0,641             |
| 0,6246             | 0,48     | 4,141                       | 3,646              | 0,647             |
| 0,6246             | 0,48     | 1,949                       | 2,377              | 0,616             |
| 0,6246             | 0,48     | 1,895                       | 2,261              | 0,594             |
| 0,6240             | 0,48     | 1,975                       | 2,413              | 0,621             |
| Terme moyen. . . . |          |                             |                    | 0,625             |

Ce coefficient moyen, exactement pareil à celui qu'on a obtenu d'une expérience faite sur une écluse du bassin du Havre (2), est un peu plus fort que celui qu'eût indiqué le tableau de M. Poncelet (26); vraisemblablement, la cause en est que sur tout le pourtour de l'orifice, l'écoulement ne s'est pas fait comme en mince paroi, et que, sur quelque point, la contraction était supprimée; on remarquera à ce sujet que la charpente, qui entoure l'orifice, avait 0<sup>m</sup>27 d'épaisseur et même 0<sup>m</sup>54 sur le bord inférieur. Aussi, lorsque la vanne n'a été levée que d'une petite quantité, la contraction a cessé sur les quatre côtés, et le coefficient a augmenté considérablement : par exemple, Lespinasse n'ayant levé que de 0<sup>m</sup>12 la vanne, qui, avec 0<sup>m</sup>46 d'ouverture, lui avait donné 0<sup>m</sup>641 pour coefficient, a eu 0,803.

(1) Anciens Mémoires de l'Académie des sciences de Toulouse. Tome II. 1784. — Histoire du canal du Midi ou de Languedoc, par le général Andréossy. Tome 1<sup>er</sup>, page 251.

(2) Architecture hydraulique, par Bélidor et Navier. Tome 1<sup>er</sup>, page 289.

29. Les expériences de cet ingénieur ont présenté un fait très-remarquable, dont il n'avait pas encore été fait mention et qui s'est reproduit dans celles de Pin. Une porte d'écluse est à deux vantaux, et chacun est percé d'un pertuis : si, lorsque l'écoulement se fait par un d'eux, on ouvre le second, la dépense du premier en est diminuée; et celle des deux coulant ensemble, bien qu'ils aient une même aire et une même charge, n'est pas double de celle de chacun d'eux pris isolément. La différence est d'environ un huitième, ainsi qu'on le voit ci-contre par la comparaison des coefficients de réduction à la dépense réelle, pour les deux cas. L'intervalle entre les deux pertuis est de 2<sup>m</sup>92; et leur plan forme un angle de 60° avec la direction du canal.

Effet de  
deux orifices  
voisins.

| COEFFICIENT        |                    |
|--------------------|--------------------|
| avec<br>1 pertuis. | avec<br>2 pertuis. |
| 0,641              | 0,550              |
| 0,689              | 0,555              |
| 0,616              | 0,554              |
| 0,594              | 0,556              |
| 0,601              | 0,555              |
| 0,620              | 0,548              |

30. Mais il est très-digne de remarque, que ce fait, qui paraît positif pour les écluses du canal, n'a eu lieu, en aucune manière, dans une suite d'expériences que M. Castel et moi avons faites en petit, mais avec un bien grand soin, à l'effet de le vérifier. Nous avions, à côté l'un de l'autre, trois orifices rectangulaires de 0<sup>m</sup>10 de base sur 0<sup>m</sup>01 de hauteur, et séparés par un intervalle de 0<sup>m</sup>01 seulement. On a jaugé l'eau sortant par l'orifice du milieu, d'abord en tenant les deux orifices latéraux fermés, puis en en ouvrant un, et finalement en les ouvrant tous deux : les résultats moyens sont notés au tableau suivant.

| CHARGE<br>sur<br>l'orifice. | DÉPENSE DE L'ORIFICE DU MILIEU : |                           |                             | COEFFICIENT. |
|-----------------------------|----------------------------------|---------------------------|-----------------------------|--------------|
|                             | milieu<br>seul ouvert.           | milieu<br>avec 4 latéral. | milieu<br>avec les 2 latér. |              |
| mét.                        | mét. cub.                        | mét. cub.                 | mét. cub.                   |              |
| 0,02                        | 0,000455                         | 0,000455                  | 0,000457                    | 0,728        |
| 0,03                        | 0,000551                         | 0,000551                  | 0,000550                    | 0,720        |
| 0,04                        | 0,000635                         | 0,000636                  | 0,000637                    | 0,719        |
| 0,05                        | 0,000707                         | 0,000707                  |                             | 0,715        |
| 0,06                        | 0,000771                         | 0,000769                  |                             | 0,710        |

Pensant que ces coefficients inattendus pouvaient avoir été influencés par le très-petit intervalle qu'il y avait d'un orifice à l'autre, nous avons quintuplé cet intervalle, en le portant de 0<sup>m</sup>01 à 0<sup>m</sup>05, et les coefficients sont demeurés les mêmes.

31. Étonné de la différence entre nos résultats et ceux qu'on avait eus sur le canal de Languedoc, craignant qu'elle ne tint à la forme particulière de nos orifices et de notre appareil, j'ai prié M. Castel de faire de nouvelles expériences; et, en 1836, il a eu la complaisance d'en exécuter une suite à l'aide du grand appareil qui venait de servir à son beau travail sur les déversoirs (n° 72 et suivans). Il a barré un canal de 0<sup>m</sup>74 de large par une mince platine en cuivre, dans laquelle il a fait ouvrir, sur une même bande horizontale, trois orifices rectangulaires ayant chacun 0<sup>m</sup>10 de large, 0<sup>m</sup>06 de haut, et séparés l'un de l'autre par un intervalle de 0<sup>m</sup>08. L'écoulement a été produit sous une charge constante de 0<sup>m</sup>107 au-dessus de leur centre, et les coefficients de contraction ont été ainsi qu'il suit :

|                              |                       |        |
|------------------------------|-----------------------|--------|
| Un seul orifice étant ouvert | celui du milieu . . . | 0,6198 |
|                              | celui de droite . . . | 0,6193 |
|                              | celui de gauche . . . | 0,6194 |



|                                                     |                         |        |
|-----------------------------------------------------|-------------------------|--------|
| Deux orifices ouverts à la fois                     | les deux extrêmes . .   | 0,6206 |
|                                                     | milieu et droite. . . . | 0,6205 |
|                                                     | milieu et gauche . . .  | 0,6207 |
| Les trois orifices étant ouverts à la fois. . . . . |                         | 0,6230 |

Ici, à mesure que plus d'orifices ont été ouverts, au lieu d'une diminution dans les coefficients, il y a eu une augmentation, très-légère à la vérité. Comme elle tient à une cause particulière, une plus grande vitesse de l'eau dans le canal, par suite d'une plus grande dépense (voyez aux n<sup>os</sup> 38 et 79), nous en ferons abstraction, et nous concluons que, lorsqu'on ouvre, sur le barrage d'un réservoir ou d'un cours d'eau, de nouveaux orifices à côté d'un orifice déjà existant, on ne diminue en rien la dépense par celui-ci (1).

(1) Quelques personnes pensaient qu'une telle conséquence ne s'étendait pas au cas où deux orifices seraient dans des plans faisant un certain angle, comme les pertuis des portes d'écluse. M. Castel vient encore de résoudre cette question. Il a pris deux platines qu'il a jointes sous un angle de  $120^{\circ}$  (celui des portes d'écluse est habituellement de  $10^{\circ}$  à  $20^{\circ}$  plus ouvert) : sur chacune, il a pratiqué deux orifices rectangulaires de  $0^m10$  sur  $0^m06$ , l'un à  $0^m12$  et l'autre à  $0^m28$  de l'arête de jonction : il a adapté ce barrage à l'extrémité de son canal, et il a produit l'écoulement sous une charge de  $0^m14$ . Il a d'abord ouvert successivement chacun des quatre orifices ; puis deux à la fois, en les combinant de diverses manières ; puis trois diversement combinés, et finalement les quatre. Le tableau ci-annexé présente les résultats moyens obtenus. Celui qu'on voit à la seconde ligne a été donné par les deux orifices extrêmes, lesquels étaient disposés comme ceux d'une écluse du canal de Languedoc. — En dernière objection, on disait que dans ceux-ci les charges étaient de  $2^m$  et  $4^m$ . Pour en avoir d'analogues, M. Castel a adapté, à l'appareil expérimental cité à la p. 57, deux orifices de  $0^m05$  sur  $0^m03$ , et il a eu les résultats ci-contre. — C'est toujours le même coefficient avec l'insignifiante augmentation due au nombre d'orifices ouverts.

| OMBRE<br>d'orifices, | COEFFI-<br>CIENT. |
|----------------------|-------------------|
| 1                    | 0,618             |
| 2                    | 0,619             |
| 3                    | 0,620             |
| 4                    | 0,622             |

| CHARGE. | OMBRE<br>d'orifices, | COEFFI-<br>CIENT. |
|---------|----------------------|-------------------|
| $1^m03$ | 1                    | 0,611             |
|         | 2                    | 0,622             |
| $2^m04$ | 1                    | 0,619             |
|         | 2                    | 0,621             |

Ces expériences souvent répétées sur des appareils exempts de toute circons-

Ces  
où la con-  
traction est  
supprimée  
sur quelque  
partie  
de l'orifice.

32. Dans les divers cas dont il a été question jusqu'ici, on a admis que le fluide du réservoir arrivait également de toutes parts à l'orifice : mais souvent il n'en est pas ainsi; par exemple, lorsque l'orifice est au bas d'une paroi verticale, et que son bord inférieur est dans le plan du fond du réservoir; la contraction est alors détruite sur ce côté, et par suite la dépense est plus considérable. Quelle sera l'augmentation en dépense pour une certaine longueur de suppression dans la contraction?

Cette question vient d'être à peu près résolue par M. Bidone, à l'aide des nombreuses expériences qu'il a faites, pour cet objet, à l'établissement hydraulique de Turin (1). Les orifices y étaient ouverts dans des platines minces et verticales : sur leur face intérieure on fixait perpendiculairement à leur plan, et affleurant certains côtés de l'orifice, de petites plaques; elles étaient comme le prolongement de ces côtés dans l'intérieur du réservoir. Durant l'écoulement, l'eau, en longeant ces plaques, sortait par les côtés adjacens sans contraction aucune, tandis qu'elle en éprouvait une sur les autres côtés. La forme et la grandeur des orifices ont été diversement variées.

Je me bornerai à donner les résultats des expériences faites avec un orifice rectangulaire de 0<sup>m</sup>054 de base sur 0<sup>m</sup>027 de hauteur (2 pouces sur 1);

---

stance exceptionnelle et où toute erreur notable était impossible, par le plus exact et le plus consciencieux des observateurs, me portent, sinon à révoquer en doute les faits énoncés au n° 29, du moins à les regarder comme anormaux, et à rejeter la conséquence générale que moi aussi j'en avais tirée (15 nov. 1838).

(1) *Recherches expérimentales et théoriques sur les contractions partielles des veines d'eau, etc.*, par George Bidone. Turin, 1836.

les plaques qui lui étaient adaptées, tantôt sur un côté, tantôt sur deux ou trois, avaient 0<sup>m</sup>067 de long; elles s'avancèrent ainsi de cette quantité dans le réservoir. L'écoulement ayant été produit sous des charges de 2<sup>m</sup> à 6<sup>m</sup>88, on a eu les coefficients ci-notés. M. Bidone, prenant le résultat moyen de toutes les expériences faites sur des orifices rectangulaires, admet pour les nombres de la dernière colonne, lesquels indiquent l'augmentation des coefficients et par suite de la dépense, celle pour l'orifice entièrement libre étant prise pour unité, l'expression générale  $1 + 0,152 \frac{n}{p}$ , dans laquelle  $n$  représente la longueur de la partie du périmètre où la contraction est supprimée, et  $p$  la longueur du périmètre entier. La plus grande erreur que cette formule ait donnée, à M. Bidone n'étant que de  $\frac{1}{35}$ , on peut adopter pour valeur de la dépense, dans les orifices rectangulaires où il n'y a pas de contraction sur une partie du pourtour,

| La contraction<br>étant supprimée sur | PARTIE<br>de l'orifice<br>sans contraction. | COEFFICIENT. | RAPPORT. |
|---------------------------------------|---------------------------------------------|--------------|----------|
| aucun côté . . . . .                  | 0                                           | 0,608        | 1,000    |
| un petit côté . . . . .               |                                             | 0,620        | 1,020    |
| un grand côté. . . . .                |                                             | 0,637        | 1,049    |
| un grand et un petit . .              |                                             | 0,659        | 1,085    |
| deux petits et un grand.              |                                             | 0,680        | 1,119    |
| deux grands et un petit.              |                                             | 0,692        | 1,139    |

$$mS \sqrt{2gH} \left( 1 + 0,152 \frac{n}{p} \right).$$

Le même auteur a aussi fait des expériences sur les orifices circulaires. Il en a pris un de 0<sup>m</sup>04 de diamètre, et à l'aide de plaques courbées cylindriquement, il a détruit la contraction d'abord sur un huitième de la circonférence; puis et successivement sur 2, 3, 4, 5, 6 et 7 huitièmes. J'indique les résultats

obtenus dans le tableau ci-contre. On y voit les nombres de la dernière colonne augmenter un peu moins rapidement que dans le cas des orifices rectangulaires, de sorte que l'expression générale de ces nombres ne serait que  $1 + 0,128 \frac{n}{p}$ .

| $\frac{n}{p}$ | COEFFICIENT. | RAPPORT. |
|---------------|--------------|----------|
| 0             | 0,597        | 1,000    |
| 1             | 0,603        | 1,011    |
| 2             | 0,615        | 1,032    |
| 3             | 0,625        | 1,048    |
| 4             | 0,639        | 1,072    |
| 5             | 0,649        | 1,087    |
| 6             | 0,664        | 1,112    |
| 7             | 0,670        | 1,125    |

M. Bidone, après avoir circonscrit les  $\frac{2}{3}$  de son orifice circulaire, a voulu le circoncrire entièrement, et à cet effet il a adapté à l'orifice un tuyau cylindrique de 0<sup>m</sup>04 de diamètre et qui s'avancait de 0<sup>m</sup>067 dans l'intérieur du réservoir; il a eu 0,767 pour coefficient, et par conséquent 1,285 pour nombre de la dernière colonne. L'expression ci-dessus eût donné 1,128, nombre dans lequel l'augmentation n'est pas même moitié de celle qu'on a obtenue réellement. D'où l'on conclut que le phénomène de l'écoulement par des tuyaux intérieurs, cas où la contraction est entièrement supprimée aux bords de l'orifice extérieur, n'est plus de même espèce que celui où elle n'est détruite qu'en partie, quelque grande que soit d'ailleurs cette partie: il n'y a point de passage d'un de ces cas à l'autre.

Cas  
des  
orifices  
en  
parois  
non  
planes.

33. Nous avons toujours supposé que les parois sur lesquelles se trouvaient les orifices étaient planes: mais elles peuvent aussi avoir une autre forme.

Pour se faire une idée de l'effet qui peut en résulter sur le produit de l'écoulement, il faut se rappeler: que si les filets fluides arrivaient à l'orifice parallèlement entre eux, la dépense réelle serait égale à la dépense théorique, et qu'elle n'est moindre que

par suite de l'obliquité avec laquelle ils se joignent; obliquité d'où résulte nécessairement, au point de contact, la destruction d'une partie du mouvement acquis. Cela posé, si autour de l'orifice on imagine une surface ou calotte sphérique d'un rayon égal à celui de la sphère d'activité de l'orifice, et qui soit limitée par les parois du vase, elle sera traversée, en chacun de ses points, et dans une direction à peu près perpendiculaire, par les filets arrivans : plus elle sera étendue, et plus les directions seront obliques ou même opposées; et, par conséquent, plus il y aura de mouvement détruit à l'entrée de l'orifice, et moins la dépense sera considérable.

Fig. 7.

Lorsque la paroi est plane, la calotte est la surface d'une demi-sphère (fig. 3), et l'on se trouve dans le cas auquel conviennent les coefficients de la dépense ci-dessus donnés (26). Mais si elle est disposée en forme d'entonnoir, ou si elle est simplement concave vers l'intérieur du vase, alors la calotte est plus petite et la dépense est plus considérable, sans toutefois qu'elle suive exactement le rapport de la surface sphérique. Si, au contraire, la paroi est convexe, le produit est moindre : il sera plus petit encore, dans le cas représenté à la figure 7. Enfin, il serait à son *minimum*, si la calotte devenait une sphère entière; et cela arriverait, s'il était possible de transporter un orifice au milieu de la masse fluide renfermée dans le vase.

34. Borda est parvenu à réaliser presque entièrement ce cas. Il a introduit, dans un vase, un tube de fer-blanc ayant 0<sup>m</sup>135 de long et 0<sup>m</sup>032 de diamètre; et, sous une charge de 0<sup>m</sup>25, il a produit

Tubes intérieurs.

Fig. 8.

l'écoulement, de manière à ce que l'eau effluente ne touchât, en aucune manière, les parois du tube; la dépense réelle n'a été que les 0,515 de la dépense théorique, et diverses considérations portent Borda à admettre qu'elle aurait pu être réduite à 0,50 (1).

Ayant ensuite entouré d'un large rebord l'orifice d'entrée du tube, l'ayant réduit à être, quoiqu'au milieu du fluide, dans les mêmes circonstances que lorsqu'il est percé sur la paroi plane d'un vase, le coefficient s'est élevé à 0,625. On eût pu avoir un même résultat en employant un simple tube, mais à paroi fort épaisse.

Si le tube avait une épaisseur de paroi sensible, sans être trop considérable, un ou même deux millimètres par exemple, et de plus qu'il fût coupé bien carrément à son extrémité, de manière que la zone formée par l'épaisseur fût plane et à vives arêtes, le fluide, se pliant autour de l'arête extérieure, entrerait dans le tube sans toucher le reste de la zone (fig. 8, a): de sorte que toute la partie de la paroi en dedans de sa surface extérieure serait sans effet, et l'écoulement se ferait comme s'il n'y avait que cette surface. Ce sera donc son diamètre, c'est-à-dire le diamètre extérieur du tube, qu'il faudra introduire dans les calculs relatifs aux tubes intérieurs. En le prenant, M. Bidone a trouvé, par deux expériences, que la section de la veine, coulant dans les tubes sans en toucher l'intérieur, était à très-peu près moitié de la section du tube, et que le coefficient de contraction y était presque 0,50.

---

(1) *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris*, Année 1766.

35. Ainsi 0,50 et 1,00 (22) seront les limites des coefficients de contraction ; limites dont ils pourront approcher de très-près, mais qu'ils n'atteindront peut-être jamais entièrement.

Limite  
des  
coefficients.

Pour les orifices en paroi plane, ils ne descendront guère au-dessous de 0,60 et ne s'élèveront guère au-dessus de 0,70 ; et même, dans la pratique ordinaire, ils se tiendront entre 0,60 et 0,64 ; comme terme moyen approximatif, on prend habituellement 0,62, et l'on établit

Formule  
ordinaire.

$$Q = 0,62 S \sqrt{2gH} = 2,75 S \sqrt{H} = 2,16 d^2 \sqrt{H},$$

$d$  étant le diamètre d'un orifice circulaire.

Mais toutes les fois que l'on voudra de l'exactitude, on aura recours aux coefficients du n° 26.

36. La vitesse avec laquelle l'eau sort des orifices en mince paroi plane, est-elle, comme nous l'avons admis, exactement due à la hauteur du réservoir, est-elle  $\sqrt{2gH}$  ? Nous allons l'examiner.

Vitesse réelle  
de sortie.

Nous pouvons conclure la vitesse avec laquelle l'eau sort d'un orifice, de la hauteur à laquelle s'élève un jet vertical partant de cet orifice : elle est  $\sqrt{2gh}$  au moins,  $h$  étant cette hauteur. Or, d'après ce que nous verrons au chapitre des *eaux jaillissantes*,  $h$  ne diffère de  $H$ , que de 1, 2, 3, etc., centièmes du carré de sa valeur, selon que  $H$  est de 1<sup>m</sup>, 2<sup>m</sup>, 3<sup>m</sup>, etc. : et, les vitesses étant comme les racines des hauteurs, la vitesse réelle ne différera, dans ces mêmes cas, que de 1, 2, 3, etc., demi-centièmes de la vitesse théorique. Un autre mode de déterminer la vitesse réelle va nous indiquer des différences moindres encore. Je le rappelle avant d'en faire l'application.

Fig. 9.

37. Lorsqu'un corps est lancé dans une direction quelconque AY, avec une certaine vitesse; par l'action combinée de cette force de projection et de la gravité, il décrit une courbe AMB; si la vitesse, et par suite la résistance de l'air, n'est pas très-grande, cette courbe est une *parabole*.

La démonstration de ce fait se trouvant dans tous les traités de mécanique et de physique, je ne m'y arrêterai pas, et je me bornerai à ce qui concerne le principe fondamental que nous avons à employer. Soit  $v$  la vitesse avec laquelle le corps est lancé suivant AY, et  $t$  le temps qu'il eût mis à parvenir en N, sur cette direction, si la force de projection seule eût agi sur lui; le mouvement aurait alors été uniforme, et l'on eût eu  $AN = vt$ : d'un autre côté, si le corps n'eût été soumis qu'à la seule action de la gravité, il fût descendu de A en P durant ce même temps, de telle sorte qu'on aurait  $AP = \frac{gt^2}{2}$  (8). Si l'on trace le parallélogramme APMN, au bout du même temps, il sera réellement parvenu en M, et il aura décrit l'arc AM; AP en sera l'*abscisse*, et MP, parallèle à l'axe AY, en sera l'*ordonnée*. Désignons, suivant l'usage, par  $x$  la première de ces lignes, et par  $y$  la seconde, on aura  $x = \frac{gt^2}{2}$  et  $y = vt$ ; prenant, dans cette dernière équation, la valeur de  $t$ , et la substituant dans la première, il vient  $x = \frac{gy^2}{2v^2}$  ou  $y^2 = \frac{2v^2x}{g}$ ; ou, en nommant  $A$  la hauteur due à la vitesse  $v$  et se rappelant que  $\frac{v^2}{g} = A$ ,  $y^2 = 4Ax$ ; équation d'une parabole dont  $4A$  est le *paramètre*. De là, le théorème qu'un corps grave lancé par une force de projection quelconque, décrit une parabole dont le paramètre est quatre fois la hauteur due à la vitesse de projection.

Fig. 10.

Ce que nous venons de dire d'un corps en général, convient aussi à tout jet d'eau qui sort d'un orifice. Si cet orifice est percé dans une paroi verticale, l'axe de projection étant horizontal, les ordonnées seront horizontales; ce seront les distances des divers points



du jet à la verticale abaissée du centre de l'orifice; et, si par un point quelconque C de cette verticale, on imagine un plan horizontal, la distance CD se nomme la *portée du jet* sur ce plan. D'après notre théorème, le carré de cette portée, ou en général d'une distance MP, divisé par quatre fois l'abaissement AP correspondant, donnera la hauteur due à la vitesse de sortie ( $h = \frac{v^2}{4x}$ ); et par suite on aura, pour cette vitesse,  $v = \sqrt{2gh} = 2,215 \sqrt{\frac{v}{x}}$ .

En suivant ce mode de détermination, Bossut, dans deux expériences, a trouvé 0,974 et 0,980 pour rapport de la vitesse réelle à la vitesse théorique. Michelotti ayant fait sortir des jets de chacun des trois étages de la tour de son établissement hydraulique (25), par un orifice vertical de 0<sup>m</sup>0271 de diamètre, a obtenu les résultats portés au tableau suivant.

| CHARGE. | JET.     |         | VITESSE |            | RAPPORT. |
|---------|----------|---------|---------|------------|----------|
|         | Abcisse. | Portée. | réelle. | théorique. |          |
| mèt.    | mèt.     | mèt.    | mèt.    | mèt.       |          |
| 2,29    | 6,28     | 7,53    | 6,65    | 6,70       | 0,993    |
| 3,93    | 4,66     | 8,45    | 8,67    | 8,78       | 0,988    |
| 7,19    | 1,41     | 6,25    | 11,67   | 11,88      | 0,983    |

La différence entre les deux vitesses augmente avec la charge. Il devait en être ainsi, puisque la cause de cette différence, la résistance de l'air, croît comme le carré de la vitesse, et par conséquent à peu près comme la charge. Sans cette cause, la différence eût été presque nulle.

L'on est en conséquence fondé à conclure que *dans l'écoulement par les orifices en mince paroi, la vitesse de sortie est à très-peu près due à la hauteur du réservoir, et qu'elle n'est pas sensiblement diminuée par la contraction.*

Cas où le fluide arrive en ayant déjà une vitesse,

38. Si l'eau contenue dans le réservoir, au lieu d'être en repos, était animée d'une vitesse qui la portât vers l'orifice; par exemple, si le bassin, ayant une petite section, était alimenté par un cours d'eau qui arrivât directement à la paroi sur laquelle est ouvert l'orifice, les molécules fluides sortiraient non-seulement en vertu de la pression exercée par la masse fluide qui est au-dessus, mais encore en vertu de la vitesse qu'elles avaient au moment où elles sont entrées dans la sphère d'activité de l'orifice: on aura ainsi à ajouter, à la charge mesurant la pression, une nouvelle force, qui sera la hauteur génératrice de cette vitesse. Ainsi, si  $u$  représente cette vitesse, on aura

$$Q = mS \sqrt{2g \left( h + \frac{u^2}{2g} \right)} = mS \sqrt{2gh + u^2}.$$

Exemple. On a un bassin de 20<sup>m</sup> de long, 2<sup>m</sup> de large et 1<sup>m</sup> de profondeur d'eau: à une extrémité se trouve un barrage en planches percé d'une ouverture rectangulaire de 0<sup>m</sup>55 de large sur 0<sup>m</sup>36 de haut; son seuil, ou bord inférieur, est à 0<sup>m</sup>91 au-dessous du niveau auquel l'eau se tient constamment dans le bassin: elle y est fournie par un courant qui arrive à l'autre extrémité. On demande quelle sera la dépense.

On a  $S = 0,55 \times 0,36 = 0^{\text{mm}} 198$ ;  $h = 0,91 - \frac{1}{2} 0,36 = 0^{\text{mm}} 73$ ;  $m$ , d'après le tableau du n° 26, supposé prolongé, sera d'environ 0,600: quant à  $u$ , il sera donné par un des moyens que nous indiquons par la suite (147—154). Dans un grand nombre de cas, on pourra le regarder comme étant la vitesse moyenne de l'eau dans le bassin, vitesse que l'on déterminera ainsi qu'il suit: la

dépense  $Q$ , prise d'abord en négligeant  $u$ , sera  $0,600 \times 0,198 \sqrt{2g \times 0,73} = 0,4496$ . Lorsque l'eau coule dans un canal, on a  $Q = Su$  (108) : divisant donc la valeur de  $Q$  trouvée, par la section  $0,198$ , il vient  $u = 0^m 187$ , dont le carré est  $0,0350$ . Mettant cette valeur dans l'expression générale de la dépense, on a  $0,6 \times 0,198 \sqrt{14,321 + 0,035} = 0^{mm} 4501$ .

La différence entre ces deux résultats est entièrement à négliger. L'effet de la vitesse  $u$  a été presque nul ; dans la plupart des cas, il en sera ainsi.

39. Très souvent l'eau, à la sortie des orifices pratiqués dans une paroi du réservoir, est prise et conduite par des canaux ou coursiers découverts à leur partie supérieure, et dont le fond, ainsi que les parois latérales, se raccordent avec le bord inférieur et les bords latéraux de l'orifice, lesquels sont ainsi dans les plans respectifs du fond et des parois. MM. Poncelet et Lesbros ont déterminé, par un grand nombre d'expériences, dont la publication ne se fait que trop attendre, les coefficients de la dépense pour de tels canaux qu'ils ont adaptés aux orifices sur lesquels ils avaient déjà fait les belles observations dont nous avons consigné les résultats au n° 26, canaux dont ils ont varié la forme, l'inclinaison et la position. Le dernier de ces savans a eu la complaisance de me communiquer une partie des résultats donnés par un canal rectangulaire de 3<sup>m</sup> de long, et de 0<sup>m</sup>20 de large comme tous ses orifices. Le réservoir, dans la paroi duquel ils étaient ouverts, avait 3<sup>m</sup>68 en largeur.

Le canal a d'abord été placé à égale distance des deux parois latérales du réservoir, et à 0<sup>m</sup>54 au-dessus du fond ; il était maintenu horizontal ; c'est le canal n° 1 du tableau suivant. J'y donne les coefficients  $m$  de la formule  $mS\sqrt{2gH}$  que MM. Poncelet et

Orifices  
avec canaux  
additionnels.

Lesbros ont obtenus ; et je mets vis-à-vis ceux qu'ils avaient eus antérieurement avec ces mêmes orifices, lorsqu'ils versaient librement leur eau dans l'atmosphère (26).

| HAUTEUR<br>de l'orifice. | CHARGE            |        | COEFFICIENT |       |                   | HAUTEUR<br>de l'orifice. | CHARGE |            | COEFFICIENT |       |  |
|--------------------------|-------------------|--------|-------------|-------|-------------------|--------------------------|--------|------------|-------------|-------|--|
|                          | sur<br>l'orifice. | canal. | avec canal  |       | sur<br>l'orifice. |                          | canal. | avec canal |             |       |  |
|                          |                   |        | n° 1.       | n° 2. |                   |                          |        | n° 1.      | n° 2.       |       |  |
| mét.                     | mét.              |        |             |       |                   | mét.                     | mét.   |            |             |       |  |
| 0,20                     | 1,306             | 0,604  | 0,604       | 0,604 | 0,05              | 0,047                    | 0,617  | 0,495      | 0,493       |       |  |
|                          | 0,952             | 0,605  | 0,602       | 0,599 |                   | 0,036                    | 0,612  | 0,452      | 0,443       |       |  |
|                          | 0,400             | 0,600  | 0,591       | 0,580 |                   |                          |        |            |             |       |  |
|                          | 0,242             | 0,596  | 0,559       | 0,552 |                   | 0,03                     | 1,349  | 0,622      | 0,622       |       |  |
|                          | 0,122             | 0,572  | 0,483       | 0,482 |                   |                          | 0,466  | 0,630      | 0,629       |       |  |
| 0,10                     |                   |        |             |       |                   |                          | 0,207  | 0,634      | 0,632       |       |  |
|                          | 1,356             | 0,613  | 0,614       |       |                   |                          | 0,081  | 0,639      | 0,635       |       |  |
|                          | 1,007             | 0,615  | 0,614       |       |                   |                          | 0,063  | 0,640      | 0,627       |       |  |
|                          | 0,482             | 0,617  | 0,615       |       |                   |                          | 0,057  | 0,640      | 0,610       |       |  |
|                          | 0,161             | 0,611  | 0,590       |       |                   |                          | 0,037  | 0,639      | 0,541       |       |  |
|                          | 0,114             | 0,608  | 0,562       |       |                   | 0,01                     | 1,356  | 0,620      | 0,621       | 0,660 |  |
|                          | 0,088             | 0,602  | 0,523       |       |                   |                          | 0,993  | 0,627      | 0,631       | 0,665 |  |
|                          | 0,060             | 0,590  | 0,459       |       |                   |                          | 0,497  | 0,643      | 0,648       | 0,671 |  |
| 0,05                     | 1,461             | 0,621  | 0,624       | 0,627 |                   |                          | 0,195  | 0,655      | 0,665       |       |  |
|                          | 1,081             | 0,627  | 0,626       | 0,628 |                   |                          | 0,127  | 0,664      | 0,669       |       |  |
|                          | 0,477             | 0,634  | 0,625       | 0,624 |                   |                          | 0,076  | 0,671      | 0,671       | 0,680 |  |
|                          | 0,212             | 0,634  | 0,631       | 0,615 |                   |                          | 0,042  | 0,684      | 0,640       |       |  |
|                          | 0,106             | 0,629  | 0,611       | 0,597 |                   |                          |        |            |             |       |  |

En comparant les coefficients des 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> colonnes, faisant la part des erreurs inévitables dans l'observation et exceptant l'orifice de 0<sup>m</sup>01, on voit que tant que les charges prises au-dessus du centre de l'orifice ont été de 2 à 2  $\frac{1}{2}$  fois plus considérables que la hauteur de cet orifice, le canal n'a point eu d'influence marquée sur la dépense ; elle a été la même que lorsqu'il n'existait pas. Mais, dans les petites charges, il a diminué notablement la dépense, et d'autant plus que la charge était plus faible ; la diminution est allée jusqu'à un quart et même plus.

Cette différence dans l'effet des grandes et des petites charges paraît provenir de ce qu'avec les premières, le fluide étant comme lancé dans l'air, l'écoulement n'est pas influencé par la résistance des parois. « Le canal ne l'influence, dit M. Lesbros, que lorsque la charge n'est pas assez forte pour que la gerbe fluide, à sa sortie de l'orifice, se détache entièrement du fond (et des parois) de ce canal. »

Le même canal a été ensuite placé, comme il l'est très souvent dans la pratique, de manière que son radier fût au niveau du fond du réservoir, qu'il en fût comme le prolongement. Il était naturel de penser que la contraction se trouvant alors supprimée sur le bord inférieur de l'orifice, le coefficient de la dépense serait plus grand (32); mais généralement, et l'orifice de 0<sup>m</sup>01 encore excepté, il a été plus faible, surtout dans les petites charges, ainsi qu'on le voit par le tableau ci-dessus, où le canal, dans sa nouvelle position, est désigné par le n° 2. D'autres circonstances, peut-être la résistance du fond du réservoir qui aura diminué la vitesse d'arrivée, peut-être moins de facilité qu'a eue la lame fluide pour s'élever au-dessus du seuil d'entrée du canal, auront plus que compensé la diminution dans la contraction.

En tirant le canal du milieu du réservoir, et le rapprochant d'une des faces latérales, cette diminution a eu lieu en partie, et on a obtenu une petite augmentation dans la dépense.

On a ensuite incliné le canal en le laissant d'ailleurs dans la position qu'il avait eu dernier lieu. Lorsque l'inclinaison a été de  $\frac{1}{100}$ , ou de 34', les

coefficients ont été sensiblement les mêmes que lorsque le canal était horizontal. Mais lorsque l'inclinaison a été portée à  $\frac{1}{10}$ , ou à  $5^{\circ} 44'$ , ils ont été plus considérables de 3 à 4 pour cent, ainsi qu'on le voit dans le tableau ci-contre.

| HAUTEUR<br>de<br>l'orifice. | CHARGE<br>sur<br>l'orifice. | COEFFICIENT<br>avec le canal |          |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|----------|
|                             |                             | horizont.                    | incliné. |
| 0,0135                      | 0,341                       | 0,660                        | 0,691    |
| 0,0203                      | 0,339                       | 0,654                        | 0,681    |
| 0,0474                      | 0,210                       | 0,616                        | 0,639    |
| 0,0541                      | 0,203                       | 0,612                        | 0,636    |

## 2. Ajustages cylindriques.

40. Les ajustages cylindriques, appelés aussi *tubes additionnels*, donnent, avons-nous vu (19), une dépense plus considérable que les orifices en mince paroi, la charge et l'aire de l'ouverture demeurant les mêmes. Mais pour qu'ils produisent cet effet, il faut que l'eau en sorte à *gueule-bée*, c'est-à-dire, qu'elle remplisse entièrement la bouche de sortie : il en est habituellement ainsi, lorsque la longueur du tube est de deux à trois fois son diamètre. Si elle est moindre, il arrive souvent que la veine fluide, qui s'est contractée à l'entrée du tube, ne s'élargit pas de nouveau et n'en remplit pas l'intérieur ; l'écoulement a lieu, alors et à tous égards, comme en mince paroi : c'est toujours le cas lorsque la longueur du tube est plus petite que celle de la veine contractée, et par conséquent qu'elle n'est que moitié et moins du diamètre.

Coefficient  
de réduction  
pour  
la dépense.

41. Le coefficient de réduction de la dépense théorique à la dépense réelle par un tube additionnel, présente peu de variations, ainsi qu'on le voit par le tableau suivant.

| OBSERVATEURS.  | AJUTAGE.  |           | CHARGE. | COEFFICIENT. |
|----------------|-----------|-----------|---------|--------------|
|                | Diamètre. | Longueur. |         |              |
|                | mèt.      | mèt.      | mèt.    |              |
| Castel.....    | 0,0155    | 0,040     | 0,20    | 0,827        |
| Idem.....      | 0,0155    | 0,040     | 0,48    | 0,829        |
| Idem.....      | 0,0155    | 0,040     | 0,99    | 0,829        |
| Idem.....      | 0,0155    | 0,040     | 2,00    | 0,819        |
| Idem.....      | 0,0155    | 0,040     | 3,03    | 0,830        |
| Bossut.....    | 0,023     | 0,054     | 0,65    | 0,788        |
| Idem.....      | 0,023     | 0,054     | 1,24    | 0,787        |
| Eytelwein..... | 0,026     | 0,078     | 0,72    | 0,821        |
| Bossut.....    | 0,027     | 0,041     | 3,85    | 0,804        |
| Idem.....      | 0,027     | 0,054     | 3,87    | 0,804        |
| Idem.....      | 0,027     | 0,108     | 3,92    | 0,804        |
| Venturi.....   | 0,041     | 0,128     | 0,88    | 0,822        |
| Michelotti.... | 0,081     | 0,216     | 2,18    | 0,815        |
|                | carré.    |           |         |              |
| Idem.....      | 0,081     | 0,216     | 3,80    | 0,803        |
| Idem.....      | 0,081     | 0,216     | 6,71    | 0,803        |

Les ajutages cylindriques étant peu employés, je n'étendrai pas davantage ce tableau, et je n'en discuterai pas les expériences. Je me bornerai à remarquer que la moyenne des coefficients qui y sont portés, en faisant abstraction des deux premiers de Bossut manifestement anomaux, est de 0,817 : l'on prend généralement 0,82 et l'on établit

$$Q = 0,82 S \sqrt{2gH} = 3,62 S \sqrt{H} = 2,85 d^2 \sqrt{H}.$$

42. Puisque le jet sort à plein tuyau en filets parallèles à l'axe de l'orifice, et par conséquent que sa section est égale à celle de l'orifice, la diminution de dépense ne peut venir que d'une diminution dans la vitesse (16); et le rapport de la dépense réelle à la dépense théorique, sera aussi celui de la vitesse réelle à la vitesse théorique, comme on le voit par les

Vitesse  
à la sortie  
d'un ajutage.

résultats suivans de trois expériences citées au tableau ci-dessus ; celle de Venturi et deux de celles de M. Castel.

| JET       |           | VITESSE |            | COEFFICIENT    |                |
|-----------|-----------|---------|------------|----------------|----------------|
| abscisse. | ordonnée. | réelle. | théorique. | de la vitesse. | de la dépense. |
| mèt.      | mèt.      | mèt.    | mèt.       |                |                |
| 1,462     | 1,868     | 3,415   | 4,154      | 0,824          | 0,822          |
| 0,546     | 0,673     | 2,017   | 2,426      | 0,832          | 0,827          |
| 1,140     | 1,769     | 3,669   | 4,414      | 0,832          | 0,829          |

On peut ainsi admettre que la vitesse d'un jet à la sortie d'un ajutage cylindrique n'est que les 0,82 de celle qui est due à la hauteur du réservoir ; et la hauteur due à la première ne sera que les 0,67 ( $= 0,82^2$ ) de cette dernière, puisque les hauteurs ou charges sont comme les carrés des vitesses (12).

Dans l'hypothèse du parallélisme des tranches, le principe des forces vives : que la quantité d'action développée par la force motrice, pendant un certain temps, est égale à la moitié de l'accroissement ou de la diminution des forces vives, durant ce même temps ; ce principe, dis-je, donne pour la vitesse  $v$  de l'eau sortant par un court tuyau prismatique dont  $S$  est la section, et qui est terminé par un orifice d'une section  $s$  plus petite que la précédente,  $m$  et  $m'$  étant les coefficients de contraction respectifs pour ces sections,

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \left(\frac{m's}{S}\right)^2 \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}};$$

et, pour le cas de nos tubes additionnels entièrement ouverts à leur extrémité, et par conséquent où  $s = S$  et  $m' = 1$ ,

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}}.$$



Si l'on admet que la contraction à l'entrée du tube est la même que dans les orifices en mince paroi, c'est-à-dire si l'on fait  $m = 0,62$ , on a  $v = 0,855 \sqrt{2gh}$ , et  $Q = 0,855 S \sqrt{2gh}$ ; avec  $m = 0,65$ , ce serait  $Q = 0,885 \sqrt{2gh}$ .

43. La veine fluide, après sa contraction à l'entrée du tube additionnel, tend à prendre et à conserver une forme cylindrique, dont la section serait celle de la veine contractée; et par suite elle tend à sortir sans toucher les parois du tube: mais quelques filets sont portés vers ces parois, soit par une direction divergente, soit par une action attractive, soit par ces deux causes réunies. Dès qu'ils sont arrivés au contact, ils y sont fortement retenus par l'attraction moléculaire, celle qui produit l'ascension de l'eau dans les tubes capillaires; par un effet de cette même force, ils entraînent les filets voisins, et, de proche en proche, toute la veine, qui sort alors à plein tuyau, et passe plus vite par la section contractée. Telle paraît être la cause physique de l'augmentation de dépense due aux ajutages.

Cause de l'augmentation de dépense par les ajutages.

La cause immédiate est le contact; et toutes les circonstances qui y donneront lieu ou qui le favoriseront, produiront cette augmentation.

Parmi ces circonstances nous signalerons :

1<sup>o</sup> La longueur du tube : plus il sera long, plus il se présentera de chances pour le contact; il n'y en aura pas lorsque cette longueur sera moindre que celle de la veine contractée.

2<sup>o</sup> Une faible vitesse : les filets fluides seront alors moins fortement retenus dans la direction du mouvement primitif; ils se dévieront et se porteront avec plus de facilité sur les parois. M. Hachette, dans des expériences faites à ce sujet (1), est parvenu, à l'aide d'un moyen fort ingénieux, en augmentant la charge et

(1) *Traité des machines*, édition de 1828, pag. 73 — 102.

par conséquent la vitesse, à détacher des parois une veine qui les suivait. En diminuant au contraire la charge, lui laissant toutefois une hauteur de  $0^m30$ ; il est venu à bout de faire couler à gueule-bée un tube dont la longueur n'était que de  $0^m006$ , et dont le diamètre avait  $0^m0095$ .

3°. L'affinité de la matière du tube pour le fluide, ou plutôt, sa disposition à en être plus facilement mouillé. Ainsi, en enduisant de suif ou de cire les parois, elles ne seront plus suivies par l'eau comme elles l'étaient avant : M. Hachette, en revêtant d'une couche d'amalgame d'étain un tube de fer, y a fait couler du mercure à plein tuyau; ce qui n'avait pas lieu avant le revêtement.

L'interposition de l'air ou son arrivée dans un ajutage suffit pour en détacher la veine fluide. Venturi, après avoir adapté à un vase plein d'eau, un tube de  $0^m0406$  de diamètre et de  $0^m095$  de long, le perça, vers son milieu et sur tout son pourtour, de douze petits trous; lorsque l'écoulement eut lieu, pas une goutte n'en sortit, et l'eau ne touchait pas les parois. On les a successivement bouchés, et, tant qu'il y en a eu un d'ouvert, il en a été constamment de même; mais lorsqu'ils ont été tous fermés, la veine est sortie à plein tuyau, et la dépense a été augmentée dans le rapport de 31 à 41 (1). M. Hachette, en répétant cette expérience, et en bouchant les trous avec précaution, a vu la veine continuer à sortir sans toucher les parois; mais une légère agitation a suffi ensuite pour donner lieu au contact, et produire l'écoulement à plein tuyau.

44. Depuis plus d'un siècle que Poleni a fait connaître les singuliers effets des ajutages cylindriques, la recherche de leur cause a beaucoup occupé les physiciens.

On disait généralement : puisque la convergence dans la direction des filets fluides à leur arrivée à l'orifice produit une contraction dans la veine fluide, il y en aura aussi une à l'entrée de l'ajutage; mais, par suite de l'action attractive des parois, elle sera moindre, et la dépense sera par conséquent plus considérable. Les expériences de Venturi ne permettent pas d'admettre une telle cause, la moindre contraction.

Cet ingénieux physicien a ouvert, dans une mince paroi de

---

(1) *Recherches expérimentales sur la communication latérale du mouvement dans les fluides.* 1797. 5<sup>e</sup> Expérience.

réservoir, un orifice dont le diamètre AB était de  $0^m0406$ ; et, sous une charge de  $0^m88$ , il a obtenu  $0^{mm}137$  d'eau en  $41''$ . A cet orifice il a ensuite adapté l'ajutage ABDC, ayant à peu près la forme de la veine contractée (on y avait  $CD = 0^m0327$  et  $AC = 0^m025$ ); sous la même charge, il a obtenu le même volume d'eau en  $42''$ . A ce premier ajutage on a ajouté le tube CDHGC, où  $GH = EF = AB$ , et la durée de l'écoulement, tout étant égal d'ailleurs, n'a plus été que de  $31''$ . Enfin, à tout cet appareil on a substitué le simple tube cylindrique ABHG de même longueur, ayant également  $0^m0406$  de diamètre, et l'écoulement des  $0^{mm}137$  a encore eu lieu en  $31''$ .

Fig. 11.

Fig. 12.

Ainsi, dans cet ajutage simple, où tout s'est passé comme dans l'ajutage composé, il y a eu, ou il a pu y avoir, une contraction égale; et celle qui a eu nécessairement lieu dans ce dernier, en CD, est à très-peu près pareille à celle des orifices en mince paroi. L'effet de l'ajutage cylindrique n'a donc pas été de diminuer la contraction, mais de faire passer, par la section contractée CD, le fluide avec une vitesse plus considérable dans le rapport de  $31$  à  $41$  ou  $42$ . De là seulement l'augmentation de dépense.

Venturi l'attribuait à un excès dans la pression de l'atmosphère sur la surface fluide contenue dans le réservoir, excès provenant d'un vide qui tendait à se faire dans la partie de l'ajutage où la plus grande contraction a lieu. Il a cherché à prouver cette opinion par plusieurs expériences d'ailleurs très-intéressantes; mais dont il a quelquefois trop généralisé les résultats. Par exemple, parce que, dans une d'elles, l'écoulement a cessé de se faire à plein tuyau sous le récipient de la machine pneumatique, il en a conclu que les phénomènes des ajutages n'avaient pas lieu dans le vide; et cependant M. Hachette assure les y avoir produits. Ce seul fait renverserait une hypothèse contre laquelle s'élèvent encore des objections péremptoires.

45. Parmi les expériences de Venturi, il en est une qui présente d'une manière bien caractérisée un fait très-remarquable, et que Bernoulli avait déjà fait connaître. Au tube cylindrique de  $0^m0406$  de diamètre et  $0^m122$  de long, en E, à  $0^m018$  de son origine, on a adapté un tube de verre recourbé, et dont l'autre extrémité plongerait dans un vase M contenant de l'eau colorée: l'écoulement s'est fait sous une charge de  $0^m88$ ; et l'eau s'est élevée dans le tube à  $0^m65$ .

Pression  
négative du  
fluide contre  
les parois  
de l'ajutage.

Dans l'hypothèse de Venturi, cette élévation, jointe à la charge,

serait la hauteur due à la vitesse par la section contractée, comme la charge seule est la hauteur due lorsqu'il n'y a point d'ajutage : s'il en était ainsi, le rapport des vitesses devrait être de  $\sqrt{0,88}$  :  $\sqrt{0,88 + 0,65}$ , ou de 31 à 40,9, et l'expérience a effectivement donné un pareil résultat (31 à 41). Mais de ce fait, peut-être particulier au cas pris pour exemple, on ne saurait déduire un principe général.

D'ailleurs la vraie cause de l'ascension de l'eau colorée dans le tube, a été indiquée, il y a plus de cent ans, par Daniel Bernoulli (*Hydrodynamica*, pag. 264). Ce célèbre géomètre, auteur de la plupart des principes théoriques de l'écoulement des fluides, a établi que la pression qu'un fluide exerce contre les parois d'un tuyau dans lequel il se meut, est égale à la charge moins la hauteur due à la vitesse du mouvement. Il faut remarquer que lorsqu'il s'agit de la pression absolue, le poids de l'atmosphère doit s'ajouter à la charge proprement dite; ainsi, si  $K$  représente ce poids, c'est à-dire la hauteur d'une colonne d'eau d'un poids égal à celui de la colonne barométrique,  $H$  la charge et  $v$  la vitesse du fluide à un point déterminé du tuyau,  $K + H - 0,051 v^2$  sera la pression intérieure à ce point. Pour sa pression extérieure, on aura  $K$ , comme sur tous les autres points. Dans notre exemple, à l'endroit de la plus grande contraction, où  $v = \frac{41}{31} \sqrt{2gH}$  et  $H = 0^m88$ , la pression intérieure est  $K + 0,88 - 1,54 = K - 0,66$ ; elle est moindre de 0<sup>m</sup>66 que la pression extérieure; celle-ci prévaudra donc, et elle fera monter l'eau de 0<sup>m</sup>66, et en général d'une quantité égale à son excès sur l'autre.

En négligeant  $K$ , qui se trouve dans la valeur de la pression intérieure et de la pression extérieure, sur le même point, la pression intérieure, comparativement à l'autre, est  $H - 0,051 v^2$ ; elle sera négative toutes les fois que la hauteur due à la vitesse sera plus grande que la charge.

Venturi ayant porté le même tube à 0<sup>m</sup>054 du réservoir, l'eau colorée ne s'y est pas élevée: la hauteur due 0<sup>m</sup>594, ou  $0,051 v^2 = 0,051 (6,82)^2 gH$ , était alors plus petite que la charge 0<sup>m</sup>88; la pression intérieure était positive, et par suite il n'y avait pas lieu à ascension.

3. *Ajutages coniques convergens.*

46. Les ajutages coniques proprement dits, c'est-à-dire, qui sont légèrement convergens vers l'extérieur du réservoir, augmentent la dépense encore plus que les précédens; ils donnent des jets très-réguliers, et ils les lancent à une plus grande distance ou hauteur. Aussi sont-ils presque exclusivement employés dans la pratique. De plus, leurs effets, quant à la dépense et à la vitesse de projection, sont beaucoup plus variés; ils changent avec l'*angle de convergence*, c'est-à-dire avec l'angle que formeraient, par leur prolongement, deux côtés opposés du tronc de cône constituant l'ajutage. Cependant ce sont ceux sur lesquels on a le moins de documens. Je ne connais même à leur sujet que les quatre expériences de Poleni, publiées à Florence en 1718, et que Bossut rapporte dans son *Hydrodynamique* (§ 530): malgré le mérite de leur auteur, et quoique faites assez en grand, j'ai de très-fortes raisons de douter de leur exactitude, et je ne les reproduirai pas. Frappé de la lacune que l'hydraulique présentait dans cette partie importante, j'ai projeté une suite d'expériences propres à la remplir: mais, avant de rapporter celles qui ont été faites, je pose nettement l'état de la question.

47. D'après ce que nous avons dit (16 et 19), dans l'écoulement par les ajutages coniques, il y a, ou il peut y avoir, deux contractions de la veine fluide: l'une intérieure ou à l'entrée de l'ajutage, laquelle diminue la vitesse produite par la charge; l'autre

Des coeffi-  
ciens de la  
dépense et de  
la vitesse.

extérieure ou à la sortie, par suite de laquelle la section de la veine, un peu en aval de la bouche extérieure de l'orifice, est plus petite que celle de cette bouche. En conséquence, si  $S$  est la section de l'orifice, et  $V$  la vitesse due à la charge, la dépense réelle sera  $nS \times n'V = nn'SV$  (16);  $n$  et  $n'$  étant deux coefficients à trouver par l'expérience :  $n$  est le rapport de la section fluide à celle de l'orifice, ou le coefficient de la contraction extérieure;  $n'$  est le rapport de la vitesse réelle à la vitesse théorique, ou le *coefficient de la vitesse*; et  $nn'$  est le rapport de la dépense réelle à la dépense théorique ou le *coefficient de la dépense*.

La connaissance de ces deux derniers, et pour les divers cas qui peuvent se présenter, est quelquefois utile dans la pratique, ainsi que nous le verrons en traitant des *jets d'eau* : c'est une telle utilité, je dirai même la nécessité, d'avoir leur valeur, c'est-à-dire de connaître et la dépense et la force de projection des divers ajutages, qui m'a porté à des recherches sur cette matière.

48. Pour déterminer convenablement les divers coefficients dont il vient d'être question, et surtout pour fixer l'angle de convergence donnant la plus grande dépense, j'ai pensé qu'il faudrait soumettre à l'expérience plusieurs suites d'ajutages : dans chacune, le diamètre de l'orifice de sortie et la longueur de l'ajutage demeureraient constamment les mêmes; mais le diamètre de l'entrée, et par suite l'angle de convergence augmenterait graduellement. On produirait l'écoulement, par chacun, sous diverses charges. A chaque expérience, on déterminerait et

la dépense réelle par un jaugeage direct, et la vitesse de sortie par le mode indiqué ci-dessus (37) : la dépense, divisée par  $SV$ , donnerait  $nn'$ , et la vitesse, divisée par  $V$  ( $V = \sqrt{2gH}$ ), donnerait  $n'$ . La série des  $nn'$  montrerait la dépense correspondante à chaque angle de convergence, et par conséquent l'angle de plus grande dépense; et la série de  $n'$  indiquerait la progression suivant laquelle croissent les vitesses.

Le château d'eau de Toulouse offrait toutes les facilités désirables pour exécuter un tel plan, que je donnai avec quelque détail. L'ingénieur des eaux de la ville, M. Castel, expérimentateur consommé et portant l'exactitude la plus scrupuleuse dans toutes ses opérations, voulut bien, sur l'invitation de l'Académie des sciences, en entreprendre l'exécution.

49. Déjà en 1831, avec un très petit appareil et sous de faibles charges, il avait fait quelques suites d'expériences, dont les détails et les résultats ont été publiés dans les *Annales des mines* de 1833.

Expériences  
de M. Castel.

En 1837, il a repris et considérablement étendu son travail à l'aide du bel *appareil expérimental* établi au château d'eau (voyez au n° 72).

Cet appareil consiste principalement en une caisse rectangulaire en fonte, ayant, dans œuvre, 0<sup>m</sup>41 de long, 0<sup>m</sup>41 de large et 0<sup>m</sup>82 de haut : elle reçoit, à sa partie inférieure, et par l'intermédiaire d'un gros tuyau, l'eau venant d'un réservoir établi à plus de 9<sup>m</sup> au-dessus d'elle et entretenu constamment plein ; sur la face antérieure de la caisse est une tubulure rectangulaire dont l'ouverture a de 0<sup>m</sup>14 sur 0<sup>m</sup>10 : on la ferme par une platine en cuivre bien dressée, à laquelle s'adaptent les ajutages et de manière que leur axe soit bien horizontal. Lorsque la caisse est ouverte par le haut, la surface fluide peut s'y élever à 0<sup>m</sup>11 environ.

Appareil.

au-dessus de cet axe. On en surmonte habituellement l'ouverture supérieure par de courts tuyaux de 0<sup>m</sup>20 de diamètre, et dont la hauteur est de 0<sup>m</sup>30 pour le premier et de 0<sup>m</sup>50 pour les autres; de sorte qu'on peut ainsi se procurer facilement des charges d'environ 0<sup>m</sup>20, 0<sup>m</sup>50, 1<sup>m</sup>00, 1<sup>m</sup>50, 2<sup>m</sup>00, etc., au-dessus de l'ajutage en expérience. A l'aide de deux robinets, placés l'un à l'entrée de l'eau dans la caisse, et l'autre au haut des tuyaux qui la surmontent, on obtient, à ce haut, un niveau parfaitement constant.

Les ajutages dont M. Castel s'est servi, étaient en cuivre jaune, aussi bien tournés et alésés qu'il a été possible. Il en avait deux séries; dans l'une, le diamètre de sortie était de 0<sup>m</sup>0155 et la longueur de 0<sup>m</sup>040 environ; dans l'autre, ce diamètre avait 0<sup>m</sup>020 et la longueur 0<sup>m</sup>050. Les deux diamètres de chacun ont été mesurés et remesurés avec beaucoup de soin, mais le défaut d'un instrument propre à opérer rigoureusement de telles mesures, ne permet pas d'en répondre à un demi-dixième de millimètre près; et une telle erreur pourrait en donner une d'un demi-centième sur les dépenses et leurs coefficients: rarement M. Castel en a-t-il eu d'aussi fortes.

Il a opéré sous des charges de 0<sup>m</sup>20, 0<sup>m</sup>50, 1<sup>m</sup>00, 1<sup>m</sup>50, 2<sup>m</sup> et 3<sup>m</sup> environ; et il les a mesurées avec une très grande exactitude. Il donne encore comme fort exacts les volumes d'eau obtenus en un certain temps.

Pour déterminer les vitesses avec lesquelles l'eau sortait des ajutages, on a établi, à 1<sup>m</sup>140 en contre-bas de leur axe, un plancher bien horizontal, sur le milieu duquel était une rainure longitudinale de 0<sup>m</sup>10 de large, et dans laquelle passait le jet: sa portée était mesurée à l'aide d'une règle graduée fixée sur le plancher et tout auprès. Cette portée était l'ordonnée de la courbe décrite par le jet; 1<sup>m</sup>14 en était l'abscisse, et de ces deux coordonnées on déduisait la vitesse de projection (37). Au reste, ces vitesses n'ont pu être prises que pour les charges de 2<sup>m</sup> et au-dessous; au-delà les jets se déformaient, et leur portée dépassait le local sur lequel on pouvait la mesurer.

Je renvoie, pour tous les détails des appareils et des expériences, au mémoire inséré dans les *Annales des mines* de 1838, et je me borne à communiquer ici les principaux résultats obtenus.



50. Le même ajutage, sous des charges qui ont varié de 0<sup>m</sup>21 à 3<sup>m</sup>03, a donné des dépenses toujours proportionnelles à  $\sqrt{H}$ , et par suite les coefficients ont été sensiblement les mêmes. Peut-être ont-ils éprouvé une très légère augmentation sous la charge de 3<sup>m</sup>. Nous donnons ci-contre ceux qui ont été obtenus avec l'ajutage de chacune des deux séries qui a fourni la plus grande dépense.

Quant aux coefficients de la vitesse, il paraît qu'ils auraient été aussi sensiblement constants sans la résistance de l'air. Mais cette résistance diminuant la portée du jet, et d'autant plus que la charge est plus forte, il doit y avoir, dans les coefficients calculés, une diminution croissant avec la charge, quoiqu'en réalité il n'y en ait point eu dans la vitesse avec laquelle le fluide sortait, ou tendait à sortir.

Comparons maintenant entre eux les coefficients tant de la dépense que de la vitesse, obtenus avec les divers ajutages d'une même série, ajutages qui d'ailleurs ne diffèrent que par l'angle de convergence; pour chacun d'eux on a pris le terme moyen entre les six ou cinq coefficients qu'il a donnés sous les six ou cinq charges à peu près pareilles à celles qui sont notées au tableau précédent.

| CHARGE.                         | COEFFICIENT<br>de la |          |
|---------------------------------|----------------------|----------|
|                                 | dépense.             | vitesse. |
| AJUTAGE DE 0 <sup>m</sup> 0155. |                      |          |
| mit.                            |                      |          |
| 0,215                           | 0,946                | 0,963    |
| 0,483                           | 0,946                | 0,966    |
| 0,992                           | 0,946                | 0,963    |
| 1,492                           | 0,947                | 0,966    |
| 2,006                           | 0,946                | 0,956    |
| 3,030                           | 0,947                |          |
| AJUTAGE DE 0 <sup>m</sup> 020.  |                      |          |
| 0,211                           | 0,956                | 0,966    |
| 0,483                           | 0,957                | 0,968    |
| 0,995                           | 0,956                | 0,965    |
| 1,498                           | 0,956                | 0,962    |
| 2,008                           | 0,956                | 0,959    |
| 3,080                           | 0,957                |          |

| AJUTAGE DE 0 <sup>m</sup> 0155 EN DIAMÈTRE. |    |                      |          | AJUTAGE DE 0 <sup>m</sup> 0200 EN DIAMÈTRE. |     |                      |          |
|---------------------------------------------|----|----------------------|----------|---------------------------------------------|-----|----------------------|----------|
| ANGLE<br>de<br>convergence.                 |    | COEFFICIENT<br>de la |          | ANGLE<br>de<br>convergence.                 |     | COEFFICIENT<br>de la |          |
|                                             |    | dépense.             | vitesse. |                                             |     | dépense.             | vitesse. |
| 0°                                          | 0' | 0,829                | 0,830    |                                             |     |                      |          |
| 1                                           | 36 | 0,866                | 0,866    |                                             |     |                      |          |
| 3                                           | 10 | 0,895                | 0,894    | 2°                                          | 50' | 0,914                | 0,906    |
| 4                                           | 10 | 0,912                | 0,910    |                                             |     |                      |          |
| 5                                           | 26 | 0,924                | 0,920    | 5                                           | 26  | 0,930                | 0,928    |
| 7                                           | 52 | 0,929                | 0,931    | 6                                           | 54  | 0,938                | 0,938    |
| 8                                           | 58 | 0,934                | 0,942    |                                             |     |                      |          |
| 10                                          | 20 | 0,938                | 0,950    | 10                                          | 30  | 0,945                | 0,953    |
| 12                                          | 4  | 0,942                | 0,956    | 12                                          | 10  | 0,949                | 0,957    |
| 13                                          | 24 | 0,946                | 0,962    | 13                                          | 40  | 0,956                | 0,964    |
| 14                                          | 28 | 0,941                | 0,966    | 15                                          | 2   | 0,949                | 0,967    |
| 16                                          | 36 | 0,938                | 0,972    |                                             |     |                      |          |
| 19                                          | 28 | 0,924                | 0,970    | 18                                          | 10  | 0,939                | 0,970    |
| 21                                          | 0  | 0,918                | 0,971    |                                             |     |                      |          |
| 23                                          | 0  | 0,913                | 0,974    | 23                                          | 4   | 0,930                | 0,973    |
| 29                                          | 58 | 0,896                | 0,975    | 33                                          | 52  | 0,920                | 0,979    |
| 40                                          | 20 | 0,869                | 0,980    |                                             |     |                      |          |
| 48                                          | 50 | 0,847                | 0,984    |                                             |     |                      |          |

Il suit des faits consignés dans ces colonnes :

1° Que pour un même orifice de sortie, et sous une même charge, à partir des 0,83 de la dépense théorique, la dépense réelle va graduellement en augmentant, à mesure que l'angle de convergence augmente, mais jusqu'à 13° seulement, où son coefficient est de 0,95. Au-delà de cet angle, elle diminue faiblement d'abord, comme toutes les variables aux environs du *maximum*; à 20°, le coefficient est encore de 0,92 à 0,93. Mais ensuite la diminution devient de plus en plus rapide; et le coefficient finirait par n'être plus que 0,65, coefficient des petits orifices en mince paroi (26), ces orifices étant le

terme extrême des ajutages convergens, celui où l'angle de convergence a atteint sa plus grande valeur,  $180^\circ$ .

L'angle de plus grande dépense sera donc de  $13$  à  $14^\circ$ .

Quelle peut en être la raison? Dans les ajutages coniques, la dépense théorique est altérée par deux causes, l'attraction des parois, qui tend à l'augmenter (43), et la contraction, qui tend à la diminuer, en diminuant la section de la veine un peu en aval de la sortie. D'après les expériences de Venturi (43), il semblerait que la veine fluide, à son entrée dans un ajutage, conserve sa forme naturelle, celle d'un cône de  $18$  à  $20^\circ$ ; de sorte que, plus l'angle de l'ajutage approchera d'une telle valeur, et plus ses parois seront près de la veine au moment où, après avoir éprouvé sa plus grande contraction, elle tend à se dilater, et où elle est comme livrée à leur action attractive; cette action étant alors plus forte, la dépense sera plus grande. Mais, d'un autre côté, déjà à  $10^\circ$  de convergence, la contraction extérieure commence à être sensible et à réduire la dépense; elle l'a déjà réduite de 5 pour cent à  $18^\circ$ ; et d'après cela, il ne sera pas extraordinaire que l'angle de plus grande dépense se trouve entre ces deux valeurs, vers  $14^\circ$ .

Les ajutages de  $0^{\text{m}}020$  de diamètre à la sortie, ont donné des coefficients de 1 à 2 centièmes plus forts que ceux des ajutages de  $0^{\text{m}}0155$ . Une erreur d'un dixième de millimètre en moins dans l'estimation du diamètre des premiers, rendrait raison, en très-grande partie, de cette différence; et je serais assez porté à admettre une cause de cette espèce. Les ajutages de  $0^{\text{m}}0155$ , vus et revus plusieurs fois dès 1831, m'inspirent plus de confiance.

2° En suivant les coefficients de la vitesse, on les voit, encore à partir de l'angle  $0^\circ$ , croître, comme ceux de la dépense, jusque vers la convergence de  $10^\circ$ : puis, ils croissent plus rapidement; et au-delà de l'angle de plus grande dépense, pendant que les autres diminuent, ils continuent d'augmenter et de se rapprocher de leur limite, 1; ils en sont déjà bien

près, sous les angles de  $50^\circ$  et même de  $40^\circ$ . Les ajutages coniques, par leur diverse convergence, forment une progression dont le premier terme est l'ajutage cylindrique, et dont le dernier est l'orifice en mince paroi : leur vitesse de projection, croissant avec la convergence, variera donc depuis celle du tube additionnel jusqu'à celle de simple orifice, c'est-à-dire, depuis  $0,82 \sqrt{2gH}$  jusqu'à  $\sqrt{2gH}$ .

3° En comparant les coefficients de la dépense avec ceux de la vitesse, ou leurs valeurs successives  $nn'$  et  $n'$ , et divisant les premières par les secondes, on aura la suite des  $n$ , ou des coefficients de la contraction extérieure. Depuis l'angle de  $0^\circ$  jusqu'à celui de  $10^\circ$ , on a sensiblement  $n=1$ , et par conséquent il n'y a pas de contraction; malgré la convergence des parois, les molécules fluides sortent, à très-peu près, parallèlement à l'axe. Mais au-delà de  $10^\circ$ , la contraction se manifeste; elle réduit de plus en plus la section de la veine, et elle finirait par la rendre pareille à celle qui sort des orifices en mince paroi, ainsi qu'on le voit ci-contre.

| ANG.<br>E. | $n$  |
|------------|------|
| $80^\circ$ | 1,00 |
| 15         | 0,98 |
| 20         | 0,95 |
| 30         | 0,92 |
| 40         | 0,89 |
| 50         | 0,85 |
| 180        | 0,65 |

L'expérience ayant appris que les ajutages cylindriques produisent sûrement tout leur effet, quant à la dépense, lorsque leur longueur égale au moins deux fois et demie leur diamètre; par analogie, et afin de ne pas compliquer nos résultats de l'action du frottement de l'eau contre les parois, je fixai la longueur des ajutages coniques à environ 2½ fois le diamètre de sortie : ainsi, elle fut de  $0^m040$  pour ceux de  $0^m0155$ , et de  $0^m050$  pour ceux de  $0^m020$ .

Toutefois, et afin de mettre à même de déterminer l'effet de la longueur, je projetai, pour les ajutages de 0<sup>m</sup>0155, deux autres séries; dans l'une, la longueur commune eût été 0<sup>m</sup>03, que je regardais comme le *minimum*; pour l'autre, c'eût été 0<sup>m</sup>10, dimension assez usitée dans la pratique. Mais ce travail est encore à faire. Cependant M. Castel a déjà tenté quelques premiers essais. Pour les ajutages de 0<sup>m</sup>0155, il en a pris cinq de 0<sup>m</sup>035 de long, et en somme, ils lui ont donné, en coefficient de la dépense, 0,938, là, où avec la longueur de 0<sup>m</sup>04, on avait eu 0,936: un autre ajutage de 0<sup>m</sup>03 de long, a donné 0,941 au lieu de 0,938; et un de 0<sup>m</sup>024 a indiqué 0,931 au lieu de 0,926: de sorte qu'ici la diminution de longueur aurait augmenté un peu la dépense. Mais avec les ajutages de 0<sup>m</sup>020, elle a au contraire augmenté avec la longueur; celle-ci ayant été portée de 0<sup>m</sup>05 à 0<sup>m</sup>10, on a obtenu, sous l'angle de 11° 52', 0,965; sous celui de 14° 12', 0,958; et sous 16° 34', 0,950. Ainsi, l'effet de la longueur des ajutages est loin d'être constaté: sa détermination exige quelques autres suites d'expériences. En attendant que M. Castel les procure à la science, et tant qu'on n'aura pas des longueurs extraordinaires, pour chacun des ajutages qu'on emploierait, on prendra, dans les tableaux ci-dessus, le coefficient correspondant à son angle de convergence, sans craindre quelque erreur tirant à conséquence.

51. Quant aux très gros ajutages coniques, ou plutôt aux *buses* pyramidales qui, dans des usines, lancent l'eau sur les roues hydrauliques, nous avons trois expériences précieuses faites par l'ingénieur

Dépense  
des grosses  
buses.

Lepinasse (1), sur les moulins du canal de Languedoc.

Les buses y sont des troncs de pyramide rectangulaire, ayant en longueur. . . . . 2<sup>m</sup>923,  
à la grande base. . . . . 0<sup>m</sup>731 sur 0,975,  
à la petite. . . . . 0<sup>m</sup>135 . . 0,190.

Les faces opposées font des angles de 11° 38' et 15° 18'.

La charge a été de 2<sup>m</sup>923.

Les deux premières des trois expériences, dont les résultats sont ci-contre ont été faites sur un moulin à deux meules, chacune ayant sa roue; dans la première expérience, l'eau n'était donnée qu'à une seule roue; dans la seconde, elle l'était aux deux à la fois.

| Dépense.  | Coeff. |
|-----------|--------|
| lit. cub. |        |
| 0,1916    | 0,987  |
| 0,1895    | 0,976  |
| 0,1901    | 0,979  |

On voit combien peu de tels ajutages diminuent la dépense; celle qu'ils ont donnée n'est que de un à deux centièmes au-dessous de la dépense théorique.

#### 4. Ajutages coniques divergens.

Augmen-  
tation de dé-  
pense due à  
ces ajutages.

52. De tous les ajutages, ceux qui donnent la plus grande dépense, sont des troncs de cône adaptés au réservoir par leur petite base, et dont la bouche de sortie est en conséquence plus grande que la bouche d'entrée. Quoique très peu usités, ils présentent des phénomènes d'un trop grand intérêt pour que nous ne nous y arrêtions pas un instant.

(1) Anciens Mémoires de l'Académie de Toulouse, Tom. II. 1784.

Leur propriété d'augmenter la dépense était connue des anciens Romains; quelques-uns des citoyens à qui on avait concédé une certaine quantité d'eau à prendre aux réservoirs publics, trouvaient par l'emploi de ces ajutages, le moyen d'accroître le produit de leur concession; et la fraude devint telle qu'une loi en défendit l'usage, à moins qu'ils ne fussent placés à 16<sup>m</sup> du réservoir.

Bernoulli avait étudié et soumis au calcul leurs effets; dans une de ses expériences, il trouva la vitesse réelle à l'entrée de l'ajutage plus forte que la vitesse théorique dans le rapport de 100 à 108 : mais c'est à Venturi que l'on est principalement redevable des connaissances que nous avons sur les produits qu'ils peuvent donner.

53. Ceux dont il a fait usage portaient une *embouchure* ABCD présentant à peu près la forme de la veine contractée; on y avait  $AB = 0^m 0406$  et  $CD = 0^m 0338$  : le corps de l'ajutage, CDFE, variait en longueur et en évasement, l'évasement étant mesuré par l'angle compris entre les côtés EC et FD suffisamment prolongés. Ces ajutages étaient adaptés à un réservoir entretenu plein d'eau ; l'écoulement se faisait sous la charge constante de 0<sup>m</sup>88, et l'on comptait le temps qu'il fallait pour remplir un vase de 0<sup>mm</sup>137, comme dans les expériences du même auteur que nous avons déjà rapportées.

Je donne, dans le tableau suivant, le résultat des principales observations, après avoir remarqué que le temps correspondant à la vitesse théorique était de 25",49.

Expériences  
de Venturi.  
Fig. 13.

| AJUTAGE : |           | TEMPS<br>de "<br>l'écoule-<br>ment. | COEF-<br>FICIENT | OBSERVATIONS.                                                             |
|-----------|-----------|-------------------------------------|------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| Évasement | Longueur. |                                     |                  |                                                                           |
|           | met.      |                                     |                  |                                                                           |
| 30 30"    | 0,111     | 27 <sup>5</sup>                     | 0,93             |                                                                           |
| 4 38      | 0,334     | 21                                  | 1,21             | Jet très-irrégulier.                                                      |
| 4 38      | 0,460     | 21                                  | 1,21             | Le jet ne remplissait pas l'ajutage.                                      |
| 4 38      | 0,460     | 19                                  | 1,34             | Pour qu'il le remplît, on y avait in-<br>troduit un corps proéminent.     |
| 5 44      | 0,176     | 25                                  | 1,02             |                                                                           |
| 5 44      | 0,059     | 31                                  | 0,82             | Bouche de sortie égale à celle d'en-<br>trée : comme au tube cylindrique. |
| 10 16     | 0,264     | 28                                  | 0,91             | Le jet ne remplissait pas l'ajutage.                                      |
| 10 16     | 0,045     | 28                                  | 0,91             | Jet très-régulier.                                                        |
| 14 14     | 0,045     | 42                                  | 0,61             | Jet détaché des parois : comme avec<br>l'embouchure seule.                |

Venturi conclut de ses expériences, que l'ajutage de plus grande dépense doit avoir, en longueur, 9 fois le diamètre de la petite base ; et, en évasement, 5° 6' : la figure 13 le représente ; il donnerait, ajoute l'auteur, une dépense 2,4 fois plus grande que l'orifice en minces parois, et 1,46 fois plus grande que la dépense théorique.

Aureste, il observe que les dimensions de l'ajutage doivent varier avec la charge.

54. De toutes les autres expériences qu'il a faites sur les ajutages divergens, et pour lesquelles je renvoie à ses *Recherches expérimentales*, etc., je me borne à citer la suivante.

Fig. 14. A l'un des ajutages sus-mentionnés, celui qui a donné 0<sup>m</sup><sup>mm</sup>137 en 25", il a adapté trois tubes plongeant dans une petite auge remplie de mercure ; le premier, à l'origine D de l'ajutage ; le second au tiers de sa longueur, et le troisième aux deux tiers. Le mercure s'y est élevé respectivement à 0<sup>m</sup>120, 0<sup>m</sup>046 et 0<sup>m</sup>0158 ; en colonnes d'eau, ce serait 1<sup>m</sup>63, 0<sup>m</sup>61 et 0<sup>m</sup>215. D'après la théorie de Bernoulli, la pression au point de plus grande contraction D,



où la vitesse est  $\frac{11}{12} \sqrt{29.0,88}$ , aurait dû être  $0,88-0,88(\frac{11}{12})^2 = -1^{\text{m}}60$  : l'expérience de Venturi a donné  $-1^{\text{m}}63$ .

55. Eytelwein a encore fait servir les ajutages divergens à des expériences dont les résultats intéressent directement la pratique. Expériences d'Eytelwein.

Il a pris une suite de tuyaux cylindriques de  $0^{\text{m}}026$  de diamètre et de diverses longueurs, qu'il a successivement adaptés à un vase plein d'eau; d'abord seuls; puis, portant à l'extrémité antérieure l'embouchure M, qui avait à peu près la forme de la veine contractée; ensuite, portant à l'autre extrémité l'ajutage N de la forme recommandée par Venturi; enfin, munis à la fois de l'embouchure et de l'ajutage. L'écoulement se faisait sous la charge moyenne de  $0^{\text{m}}73$  (1). Fig. 15.

Je donne, dans la forme suivante, les principaux résultats obtenus.

| Longueur<br>du<br>tuyau. | Coefficient de la dépense<br>du tuyau seul<br>d'après |                                 | La dépense du tuyau<br>seul étant 1,<br>Dépense |                    |
|--------------------------|-------------------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------|
|                          | l'expérience.                                         | la formule<br>des<br>conduites. | avec<br>l'embou-<br>chure.                      | avec<br>l'ajutage. |
| mél.                     |                                                       |                                 |                                                 |                    |
| 0,001                    | 0,62                                                  | 0,99                            |                                                 |                    |
| 0,026                    | 0,62                                                  | 0,97                            | 1,56                                            |                    |
| 0,078                    | 0,82                                                  | 0,95                            | 1,15                                            | 1,39               |
| 0,314                    | 0,77                                                  | 0,86                            | 1,13                                            | 1,27               |
| 0,628                    | 0,73                                                  | 0,77                            | 1,10                                            | 1,24               |
| 0,942                    | 0,68                                                  | 0,70                            | 1,09                                            | 1,23               |
| 1,255                    | 0,63                                                  | 0,65                            | 1,09                                            | 1,21               |
| 1,569                    | 0,60                                                  | 0,61                            | 1,08                                            | 1,17               |

(1) Ici la charge n'était pas constante. A chaque expérience, on remplissait le vase jusqu'à  $0^{\text{m}}94$  au-dessus de l'orifice, et on laissait baisser le fluide jusqu'à ce que sa surface ne fût plus qu'à  $0^{\text{m}}53$  : la charge constante, celle qui donnerait une même dépense dans le même temps, eût été  $0^{\text{m}}73$ . Soit, en général,  $H'$  cette charge constante,  $H$  la hauteur du réservoir au commencement de l'écoulement, et  $h$  celle à la fin, on aura

$$H' = \left( \frac{H - h}{2 (\sqrt{H} - \sqrt{h})} \right)^2$$

L'occasion de faire usage de cette formule se présentera assez souvent dans la pratique.

Ces expériences montrent :

1° Le rapport suivant lequel la longueur des tuyaux diminue la dépense : et cela jusqu'au point où les formules du mouvement de l'eau dans les conduites, formules que nous donnerons par la suite, peuvent recevoir leur application. Les nombres de la troisième colonne indiquent que cette application peut avoir lieu, pour les petits tuyaux, ceux au-dessous de 0<sup>m</sup>03 de diamètre, lorsque leur longueur excède 2<sup>m</sup>. Ces expériences remplissent ainsi, en partie, la lacune qui existait dans nos connaissances entre les tubes additionnels et les tuyaux de conduite.

2° Que l'augmentation dans la dépense provenant de l'évasement que l'on donne à la bouche d'entrée des tuyaux, diminue à mesure que leur longueur est plus grande. Il eût été à désirer que ces expériences eussent été poussées plus loin, afin de savoir ce qu'il en serait de cette diminution dans les grandes conduites : en attendant, et quelque petit que puisse être le bon effet de l'évasement à l'entrée, il convient de ne pas le négliger.

3° L'effet de l'évasement à la sortie va aussi en diminuant, et dans un rapport plus rapide encore à mesure que les tuyaux augmentent en longueur. Eytelwein, en ayant pris un de 6<sup>m</sup>28 de long et toujours d'un diamètre de 0<sup>m</sup>26, n'eut plus aucune différence dans la dépense, soit qu'il employât, soit qu'il n'employât pas l'ajutage évasé.

En adaptant immédiatement cet ajutage au réservoir, la dépense a été de 1,18, la dépense théorique étant 1. En l'adaptant à l'embouchure, mais sans le tuyau intermédiaire, elle s'est élevée à 1,55. L'embouchure seule n'avait donné que 0,92 : de sorte que l'effet de l'ajutage N ajouté à l'embouchure M a été d'en augmenter la dépense dans le rapport de 0,92 à 1,55 ou de 1 à 1,69.

56. Venturi avait eu celui de 19'' à 42'' ou de 1, à 2,21.

Dans les deux expériences qui ont fourni les termes de ce dernier rapport, les vitesses de l'eau, au passage par la section CD (fig. 13), ont donc été comme 1 à 2,21; et par conséquent les hauteurs dues comme 1 à 4,89, puisqu'elles suivent le rapport des carrés des vitesses.

Dans l'expérience qui a donné le terme 1, celle où l'on n'employait que l'embouchure M, la vitesse réelle, qu'on a obtenue en divisant la dépense par la section, a été de 3<sup>m</sup>636; il lui correspond une hauteur génératrice de 0<sup>m</sup>674. La hauteur correspondante à la vitesse, dans la seconde expérience, sera donc de 3<sup>m</sup>296

Mesure de  
la force de  
l'ajutage.

(= 0,674" X 4,89) : d'où il suit que la dépense y a été égale à celle qu'on aurait eue, si, au lieu d'ajouter l'ajutage N à l'embouchure M, on eût élevé l'eau dans le réservoir, au-dessus du niveau qu'elle y avait durant l'écoulement, de 2<sup>m</sup>62 (= 3,29 — 0,67). Ainsi, l'effet accélératif de la vitesse dû à l'ajutage divergent est mesuré par une colonne d'eau de 2<sup>m</sup>62 : c'est plus du quart du poids de l'atmosphère. Voilà un effet bien considérable pour une force qui semblait bien petite; car, je le répète, je ne vois d'autre cause physique de l'augmentation dans la dépense produite par l'ajutage, que l'action de ses parois et en définitive l'attraction moléculaire.

### ART. 3. De l'écoulement sous de fort petites charges.

57. Lorsque la charge sur le centre de l'orifice est très petite comparativement à la hauteur (dimension verticale) de cet orifice, la vitesse *moyenne* des divers filets de la veine fluide, c'est-à-dire la vitesse qui étant multipliée par l'aire de l'orifice donne la dépense, n'est plus celle du filet central. Elle en diffère d'autant plus que la charge est plus petite : elle sera d'un centième environ plus faible si la charge est égale à la hauteur et d'un millième si elle est trois (3,2) fois plus grande.

Voyons ce que la théorie nous apprend à cet égard, et d'abord la loi qu'elle indique pour la vitesse des filets fluides à mesure que le point d'où ils sortent est plus bas que le niveau du réservoir.

58. Soit un vase plein d'eau jusqu'en A : sur sa face AB, que nous supposerons verticale pour plus de simplicité, imaginons au-dessous les uns des autres, une suite de petits trous, dont B sera le plus bas. Désignons par H la hauteur AB; la vitesse du filet sortant de B sera  $\sqrt{2gH}$  (8); et si l'on fait BC

Vitesse d'un  
filet fluide  
quelconque.  
Fig. 16.

égal à cette quantité, il représentera cette vitesse. Pour tout autre point P, abaissé, au-dessous du niveau du réservoir de AP on  $x$ , la ligne PM, qui représenterait la vitesse du fluide à sa sortie de ce point, serait  $\sqrt{2gx}$ , et, en l'appelant  $y$ , on aurait  $y = \sqrt{2gx}$ . Si par l'extrémité de toutes ces lignes PM, on fait passer une courbe, elles en seront les ordonnées, et les hauteurs AP ou  $x$  en seront les abscisses; et puisque  $y^2 = 2gx$ , cette courbe sera une parabole ayant  $2g$ , ou  $19^m618$ , pour paramètre. Ainsi *la vitesse d'un filet fluide sortant d'un réservoir en un point quelconque, est égale à l'ordonnée d'une parabole dont deux fois l'action de la gravité est le paramètre, l'abaissement de ce point au-dessous du niveau du réservoir étant l'abscisse.*

Dépense.

59. Supposons maintenant qu'an lieu d'ouvrir une suite de petits trous sur la face AB, on y ait pratiqué, depuis le haut jusqu'en bas, une échancrure rectangulaire dont  $l$  soit la largeur; et cherchons l'expression de la dépense.

Divisons cette ouverture, par la pensée, et à l'aide de lignes horizontales très-rapprochées les unes des autres, en une suite de petits rectangles. Le volume d'eau qui sortira de chacun d'eux en une seconde, ou sa dépense, sera évidemment égal au volume d'un prisme qui aurait pour base le petit rectangle, et pour hauteur l'ordonnée correspondante. La somme de tous ces petits prismes, ou la dépense totale, sera tout aussi évidemment égale à un autre prisme, ayant pour base le segment parabolique ABCMA, et, pour hauteur ou épaisseur, la largeur de l'échancrure. Or, d'après une propriété de la parabole, ce segment est

les deux tiers du rectangle ABCK, dont la surface est  $AB \times BC = H \times \sqrt{2gH}$ . Ainsi, la dépense, par l'échancrure rectangulaire dont  $H$  exprime la hauteur et  $l$  la largeur, est

$$\frac{2}{3} l H \sqrt{2gH}.$$

60. L'on demande maintenant la dépense par un orifice rectangulaire ouvert sur la même paroi, mais de  $B$  en  $D$  seulement, et ayant toujours la largeur  $l$ . Nommons  $h$  la charge  $AD$  sur le bord supérieur de l'orifice; la dépense de l'échancrure qu'on imaginerait de  $A$  en  $D$  serait également  $\frac{2}{3} l h \sqrt{2gh}$ . Or, il est évident que la dépense par l'orifice rectangulaire, dont  $BD$  est la hauteur, sera égale à la différence des dépenses par les deux échancrures, et qu'elle sera, en conséquence

$$\frac{2}{3} l \sqrt{2g} (H \sqrt{H} - h \sqrt{h}),$$

Les premiers élémens du calcul intégral mènent d'une manière extrêmement simple à cette expression. Mais, je le répète, ce Traité n'est point un ouvrage de mathématiques; et il m'a paru, d'après sa nature, que les démonstrations synthétiques, tenant constamment sous les yeux l'objet en question, y étaient à préférer.

61. Revenons à la vitesse moyenne, et d'abord à celle qu'on a lorsque l'échancrure entière est ouverte.

Vitesse  
moyenne.

Soit  $G$  le point d'où sortirait le filet animé de cette vitesse: si l'on fait  $AG = z$ , elle sera  $\sqrt{2gz}$ : étant multipliée par l'aire de l'échancrure  $l \times H$ , elle doit donner la dépense. Mais nous avons vu que cette dépense était aussi exprimée par  $\frac{2}{3} l H \sqrt{2gH}$ , on aura donc  $l H \sqrt{2gz} = \frac{2}{3} l H \sqrt{2gH}$ . D'où

$$z = \frac{4}{9} H,$$

et, par conséquent,

$$v = \sqrt{2g \frac{4}{9} H} = \frac{2}{3} \sqrt{2gH}.$$

Ainsi, la vitesse moyenne sera les deux tiers de la vitesse du filet inférieur. Effectivement GH qui représente la première, est, d'après la propriété de la parabole susmentionnée, les deux tiers de BC qui représente la seconde.

Pour l'orifice rectangulaire dont BD, ou  $H - h$ , est la hauteur, on aurait également,  $z'$  étant la hauteur due à sa vitesse moyenne,  $(H - h) \sqrt{2gz'} = \frac{2}{3} \sqrt{2g} (H\sqrt{H} - h\sqrt{h})$ , d'où

$$z' = \frac{2}{9} \left( \frac{H\sqrt{H} - h\sqrt{h}}{H - h} \right)^2.$$

Exemple. On a un bassin prismatique au bas duquel est un orifice rectangulaire de 0<sup>m</sup>25 de base sur 0<sup>m</sup>12 de hauteur; et, durant l'écoulement, la surface fluide est constamment à 0<sup>m</sup>22 du bord inférieur de l'orifice.

On a donc  $H = 0^m22$ ;  $h = 0^m22 - 0,12 = 0^m10$ ; ainsi

$$z' = \frac{2}{9} \left( \frac{0,22 \sqrt{0,22} - 0,10 \sqrt{0,10}}{0,22 - 0,10} \right)^2 = 0^m1581.$$

Par conséquent, la vitesse moyenne sera  $\sqrt{2g \times 0,1581} = 1^m76$ .

La charge  
doit être me-  
surée en plein  
réservoir.

62. Je place ici une observation qui convient plus particulièrement aux cas des petites charges.

Pendant l'écoulement par un orifice, la surface du fluide dans le réservoir, à partir de certains points, se courbe et *s'infléchit* vers la paroi sur laquelle est percé l'orifice; de sorte que la hauteur, ou distance verticale de cette surface, au-dessus d'une partie quelconque de l'orifice, est plus grande en amont des points où l'inflexion a commencé que près et touchant la paroi. C'est la première de ces hauteurs ou charges qu'il faut toujours introduire dans les formules de l'écoulement; nous en verrons ailleurs (68 et suiv.) les motifs.

Très souvent on y introduit la distance entre l'orifice et la ligne où la surface fluide joint la paroi ; il en résulte dans l'estimation des dépenses une erreur en moins, qui, dans quelques cas, très-rares à la vérité, peut s'élever jusqu'à un dixième de la dépense. De telles erreurs diminuent lorsque la charge augmente ; et, d'après les expériences de MM. Poncelet et Lesbros, qui ont aussi approfondi cette question, elles seront insensibles lorsque les charges excéderont 0<sup>m</sup>15 ou 0<sup>m</sup>20. Cependant, dans les très-grands orifices, la dépression de la surface est encore sensible ; je l'ai vue de 4 à 5 centimètres contre les portes d'écluse du canal du Languedoc lorsque les deux pertuis étaient ouverts.

63. Si l'orifice avait une figure autre que le rectangle, l'expression de la vitesse moyenne, et par suite de la dépense, serait plus compliquée : sa détermination deviendrait un problème d'analyse de peu d'utilité dans la pratique, où les grands orifices sont presque toujours rectangulaires. On peut voir, dans l'*Architecture hydraulique* de Bélidor et dans l'*Hydrodynamique* de Bossut, la solution de quelques-uns de ces problèmes : je me borne à consigner ici celle qui concerne le cercle.

Cas  
des orifices  
non rectan-  
gulaires.

Désignant par  $d$  le diamètre, par  $h$  la charge au-dessus du centre, on a, pour l'expression de la dépense  $\pi' d^2 \sqrt{2gh} \left( 1 - \frac{d^2}{128 h^2} - \frac{d^4}{3277 h^4} - \text{etc.} \right)$ .

Cette dépense est celle qui correspond à la vitesse du filet central diminuée dans le rapport indiqué par le facteur complexe.

64. Les dépenses dont nous venons de donner l'expression, sont les dépenses théoriques ; pour les

Coefficiens  
de réduction.

réduire aux dépenses réelles, il faut les multiplier par des coefficients déduits de l'expérience.

Ils nous seront encore fournis par MM. Poncelet et Lesbros : je les indique dans le tableau suivant.

| CHARGE<br>sur le centre. | HAUTEUR DES ORIFICES. |                    |                    |                    |                    |                    |
|--------------------------|-----------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|                          | 0 <sup>m</sup> 20.    | 0 <sup>m</sup> 10. | 0 <sup>m</sup> 05. | 0 <sup>m</sup> 03. | 0 <sup>m</sup> 02. | 0 <sup>m</sup> 01. |
| mét.                     |                       |                    |                    |                    |                    |                    |
| 0,01                     |                       |                    |                    |                    |                    | 0,712              |
| 0,02                     |                       |                    |                    | 0,644              | 0,667              | 0,700              |
| 0,03                     |                       |                    |                    | 0,644              | 0,663              | 0,693              |
| 0,04                     |                       |                    | 0,624              | 0,643              | 0,661              |                    |
| 0,05                     |                       |                    | 0,625              | 0,643              | 0,660              |                    |
| 0,06                     |                       | 0,611              | 0,627              | 0,642              |                    |                    |
| 0,08                     |                       | 0,612              | 0,628              | 0,640              |                    |                    |
| 0,10                     |                       | 0,613              | 0,630              | 0,638              |                    |                    |
| 0,12                     | 0,592                 | 0,614              | 0,631              |                    |                    |                    |
| 0,15                     | 0,597                 | 0,615              | 0,631              |                    |                    |                    |
| 0,20                     | 0,599                 | 0,616              | 0,631              |                    |                    |                    |
| 0,30                     | 0,601                 | 0,617              |                    |                    |                    |                    |
| 0,50                     | 0,603                 |                    |                    |                    |                    |                    |
| 1,00                     | 0,605                 |                    |                    |                    |                    |                    |

65. Les nombres ci-dessus sont les vrais coefficients de la contraction de la veine fluide, ou les coefficients de réduction de la dépense théorique à la dépense réelle; car la théorie ne donne d'autre formule générale de l'écoulement par les orifices que  $\frac{2}{3} \sqrt{2g} (H \sqrt{H} - A \sqrt{A})$ . Celle qu'on a établie (15),  $SV \sqrt{2gA'}$  où  $A' = \frac{2}{3}(H+A)$ , ne convient qu'aux cas particuliers, très-fréquents à la vérité, où  $A'$  est trois ou quatre fois plus grand que  $H - A$ . Dans les autres, elle est erronée; et les coefficients qui lui sont adaptés, et qu'elle a servi à déterminer, le sont aussi : ce sont ceux qui, au tableau du n° 16, se trouvent au-dessus des lignes transversales qui y divisent les colonnes. (Les coefficients qui sont au-dessous, quoique déterminés à l'aide de cette formule, se confondant avec ceux qu'on aurait par la formule générale, sont exacts). Au reste, dans la première,  $mSV \sqrt{2gA'}$ , l'erreur du coefficient  $m$  est compensée par celle de la formule; et les dépenses qu'elle donne sont sensiblement identiques avec celles de l'autre; et comme elle est d'ailleurs plus simple, on l'emploie habituellement pour tous les cas.



66. On demande quelle serait la dépense d'un orifice rectangulaire de  $0^m30$  de large sur  $0^m15$  de hauteur, et ayant une charge de  $0^m05$  seulement sur son bord supérieur.

On a  $H = 0,05 + 0,15 = 0^m20$  et  $l = 0^m30$ . La charge sur le centre est donc de  $0^m125$  : le coefficient qui lui correspond, d'après le tableau ci-dessus, est à-peu-près  $0,603$ , terme moyen entre  $0,593$  et  $0,614$ . Ainsi, la dépense sera  $\frac{1}{2} \times 0,603 \times 0,30 \times 4,43 (0,20 \sqrt{0,20} - 0,05 \sqrt{0,05}) = 0^{mm}0418$ .

La formule ordinaire, avec son coefficient  $0,592$ , pris au tableau du n° 26, eût donné  $0,592 \times 0,30 \times 0,15 \times 4,43 \sqrt{0,125} = 0^{mm}0417$ .

67. On a un orifice circulaire et vertical d'un pouce de diamètre avec une charge de huit lignes au-dessus du centre. On demande quelle sera sa dépense.

Ici  $d = 0^m02707$ ,  $h = 0^m01805$  : de sorte que l'expression du n° 63 devient  $0,0003425 \left( 1 - \frac{1}{56,89} - \frac{1}{647,3} \right) = 0^{mm}0003359$ .

C'est la dépense théorique; et pour avoir la dépense réelle, il faut la multiplier par le coefficient indiqué au tableau du n° 64. On y trouve  $0,667$  pour un orifice de  $0^m20$  de diamètre, sous une charge de  $0^m02$  (ou de  $0^m018$ ); sous cette même charge, on y a encore  $0,644$  pour un orifice de  $0^m03$ ; d'où l'on conclura  $0,650$  pour l'orifice de  $0^m02707$ . La dépense effective sera donc  $0,65 \times 0,0003359 = 0^{mm}0002183$ .

L'expérience avait donné  $0,0002287$  à Mariotte, et  $0,0002076$  à Bossut (avec une ligne de charge mesurée directement au-dessus du sommet de l'orifice) : le résultat du calcul serait ainsi un terme moyen entre les résultats de l'expérience.

La dépense que nous venons de déterminer, celle qu'on a obtenue par un orifice d'un pouce de diamètre, sous la charge d'une ligne prise immédiatement au-dessus du sommet de cet orifice, est le *pouce d'eau* des fontainiers, mesure dont il sera ultérieurement question (206). Mariotte, dans le travail qu'il a fait il y a plus de 150 ans, pour en fixer la valeur, observa que, pour avoir une hauteur d'eau d'une ligne immédiatement au-dessus de l'orifice; il en fallait deux en plein réservoir, et par conséquent huit sur le centre (1). Ainsi le phénomène de l'inflexion de la surface fluide vers l'orifice et son influence sur la dépense lui étaient bien connus.

(1) *Traité du mouvement des eaux*. III<sup>e</sup> partie, premier discours.

## ART. 4. De l'écoulement par les déversoirs

Nature et  
formules de  
l'écoulement.

68. Si, à la partie supérieure d'une des parois d'un bassin, on pratique une échancrure rectangulaire dont la base soit horizontale, l'eau du bassin, qu'on suppose toujours entretenu constamment plein, sortira, en déversant sous forme de nappe, par-dessus cette base ou *seuil* : de là le nom de *déversoir* donné à une telle ouverture. On lui donne quelquefois aussi celui d'*épanchoir* ; et l'on étend celui de déversoir, appelé aussi *reversoir*, aux barrages qui ferment entièrement le lit d'un cours d'eau, de manière que le fluide à leur rencontre est obligé de s'élever et de passer sur leur crête ou couronnement.

Fig. 17.

La surface de l'eau, avant d'atteindre un déversoir, et à partir d'un point C qui en est peu éloigné, s'incline suivant l'arc CD ; de sorte que sa hauteur immédiatement au-dessus du seuil n'est plus AB, mais seulement BD.

69. Conformément à la théorie ordinaire, on a d'abord admis que les molécules qui suivaient la courbe CD, avaient, en arrivant en D, la même vitesse que si elles étaient tombées librement de la hauteur AD, et que les molécules placées au-dessous sortaient également avec une vitesse due à leur distance verticale du point A. On se trouvait alors, pour la vitesse de sortie des divers filets fluides, pour leur nombre dépendant de la hauteur BD, et par suite pour la dépense, exactement dans le même cas que si l'on avait eu un orifice rectangulaire fermé par un bord supérieur qui serait en D, et que le fluide se fût étendu sans inflexion jusqu'en A. En

conséquence, désignant toujours par  $Q$  la dépense ou le volume d'eau écoulé en une seconde, par  $l$  la largeur du déversoir, par  $H$  et  $h$  les charges, l'une sur le bord inférieur et l'autre sur le bord supérieur, enfin, par  $m$  le coefficient de réduction des résultats de la théorie à ceux de l'expérience, l'on a établi, comme au n° 60,

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} ml (H\sqrt{H} - h\sqrt{h}).$$

70. Quelque naturel qu'il parût d'en agir ainsi, cependant les faits ont montré que les dépenses étaient plus exactement données par un calcul basé sur la supposition que l'écoulement se ferait sur toute la hauteur  $AB$ , le fluide s'étendant toujours sans inflexion jusqu'en  $A$ . Alors on se trouvait dans le cas exposé au n° 59; on avait  $h=0$ , et

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} mlH\sqrt{H} = 2,953 mlH\sqrt{H}.$$

L'écoulement par les déversoirs ne serait donc qu'un cas particulier de l'écoulement par les orifices en général, celui où la charge sur le bord supérieur est nulle. MM. Bidone et Porcelet avaient déjà montré qu'il en était ainsi, et que les coefficients  $m$  qui conviennent aux orifices ordinaires, conviennent aussi aux déversoirs, lorsque l'écoulement s'y faisait dans des circonstances analogues.

71. En établissant les deux formules ci-dessus, on a implicitement admis que le fluide était en repos à l'amont du déversoir, ou plutôt en amont du point où sa surface commence à s'infléchir vers le seuil : mais très-souvent l'eau arrive à ce point en possédant déjà une certaine vitesse. Dans ce cas, agissant comme

on l'a déjà fait pour les orifices proprement dits (38), à la hauteur due à la vitesse de l'écoulement pour le fluide en repos, laquelle est ici  $\frac{4}{5}H$  seulement (61), on ajoutera la hauteur génératrice de la vitesse d'arrivée. Soit  $u$  cette vitesse,  $0,051u^2$  sera sa hauteur génératrice, et l'on aura, pour la vitesse réelle à la sortie,  $\sqrt{2g(\frac{4}{5}H + 0,051u^2)}$ , qui se réduit à  $2,95\sqrt{H + 0,115u^2}$ ; par conséquent

$$Q = 2,95 m/H \sqrt{H + 0,115 u^2}.$$

La quantité  $u$  représente la vitesse moyenne de la tranche d'eau qui va au déversoir : son exacte détermination est à-peu-près impossible ; mais comme sa valeur différera peu de celle de la vitesse à la surface, vitesse qu'on obtient assez facilement par les moyens dont il sera question par la suite, on admettra l'égalité, et modifiant alors la valeur du coefficient à déterminer par l'observation, si on désigne par  $m'$  ce nouveau coefficient et par  $\omega$  la vitesse de la surface, on aura

$$Q = 2,95 m' l \sqrt{H + 0,115 \omega^2}.$$

Expériences  
de M. Castel.

72. Passons ces diverses formules au creuset de l'expérience.

L'expression de la dépense y renferme deux variables, la largeur du déversoir, et une fonction de la vitesse ou de la charge. Pour que ces formules fussent bien établies, il faudrait que la dépense fût exactement proportionnelle à chacune d'elles : alors seulement le coefficient serait constant. Le degré de sa constance sera ainsi le caractère et comme la mesure du bon établissement. Les nombreuses expé-

riences que M. Castel, ingénieur des eaux de Toulouse, a faites, en 1835 et 1836, au château d'eau de cette ville, avec des soins et une exactitude extraordinaires, vont nous apprendre ce qu'il en est de cette constance et de ces proportionnalités.

En me bornant ici aux expériences de M. Castel, parce qu'elles forment un ensemble très-étendu et presque complet, et parce qu'elles ont été faites en quelque sorte sous mes yeux, en partie à ma demande et sur le plan que j'en ai donné, je ne méconnaiss en aucune manière le mérite de celles de M. Bidoue, qui le premier nous a donné des notions raisonnées et justes sur l'écoulement par les déversoirs (1), ni celui des expériences que MM. Poncelet et Lesbros ont exécutées à Metz, en 1827, avec une précision et des moyens jusqu'alors inusités (2).

Pour mettre à même d'apprécier les résultats que nous aurons à déduire du travail de M. Castel, je dois donner une idée de l'appareil qu'il a employé et des procédés qu'il a suivis. Quant aux détails, je renvoie aux *Mémoires de l'Académie des sciences de Toulouse* (t. IV, 1837), dans lesquels ce travail est inséré.

Le château d'eau de Toulouse, ou bâtiment renfermant les machines hydrauliques qui élèvent les eaux destinées aux cent et quelques fontaines de cette ville, a 18<sup>m</sup>60 de diamètre et 15<sup>m</sup> de hauteur, dont 8 sont au-dessous du pavé environnant. Du milieu s'élève une tour de 8<sup>m</sup> de diamètre et de 14 en hauteur : dans sa partie supérieure se trouve une cuvette où sont portées toutes les eaux ; la quantité en est moyennement de 45 litres par seconde, et elle peut aller aisément à 60. Au pied de la tour, et sur le corps du bâtiment, règne une terrasse de 4<sup>m</sup>80 de large qui présente un local extrêmement commode pour les observations ; et l'on y a en conséquence établi à demeure le grand *appareil pour des expériences d'hydraulique*, dont il a été déjà question (49).

A cet appareil, M. Castel en avait ajouté un second pour les déversoirs. C'était une caisse ou canal en bois, rectangulaire, ayant 6<sup>m</sup> de long, 0<sup>m</sup>74 de large et 0<sup>m</sup>55 de profondeur : à une

(1) *Expériences sur la dépense des réservoirs*, par George Bidoue. Turin, 1824.

(2) *Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement des eaux, etc.*, ouvrage déjà cité n° 23. Paris, 1832.

extrémité, il recevait l'eau du premier appareil, et à l'autre extrémité s'adaptaient les minces platines en cuivre dans lesquelles les déversoirs étaient ouverts. Leur largeur a varié graduellement de  $0^m01$  à  $0^m74$  : leur seuil se trouvait constamment à  $0^m17$  au-dessus du fond du canal. L'eau qui en sortait était reçue, à volonté et durant un certain temps, dans une seconde caisse doublée en zinc, et pouvant contenir  $3^{mm}20$  ; c'était le *bassin de jauge* ; il avait été étalonné avec le plus grand soin. Le temps que l'eau mettait pour y parvenir à une certaine hauteur, se mesurait avec un compteur marquant les quarts de seconde.

Les charges, ou hauteurs d'eau dans le canal au-dessus du seuil des déversoirs, ont été augmentées graduellement de  $0^m03$  à  $0^m10$ , et jusqu'à  $0^m24$  pour les déversoirs étroits. Le point le plus important et le plus difficile dans les expériences, était de mesurer exactement ces charges. Afin d'en venir à bout, M. Castel avait établi sur le haut et le milieu du canal, parallèlement à sa longueur, une règle qu'il maintenait bien horizontale et qui portait, de  $0^m05$  en  $0^m05$ , dix tiges verticales en laiton, terminées en pointe, divisées en millimètres, et pouvant monter et descendre chacune dans une coulisse sur laquelle se trouvait un nonius indiquant les dixièmes de millimètre. Lorsqu'il voulait faire une expérience, après avoir admis dans le canal la quantité d'eau convenable, et attendu que le régime fût bien établi, il baissait ses tiges et il mettait aussi exactement que possible leur pointe en contact avec la surface fluide. Retranchant ensuite leur longueur de la distance verticale entre la règle et le seuil, il avait les ordonnées de la courbe décrite par les molécules fluides allant directement au milieu du déversoir. Ces ordonnées croissaient à mesure qu'elles s'en éloignaient : mais bientôt, à  $0^m2$ , ou  $0^m3$ , ou  $0^m4$ , l'accroissement devenait sensible, et l'on avait la plus grande des ordonnées ou la charge proprement dite,  $H$  : la plus petite, celle qui s'élevait verticalement au-dessus du seuil, était  $H - A$  ou l'épaisseur de la lame fluide au moment de son passage sur le seuil.

Après avoir en quelque sorte épuisé tout ce qu'on pouvait faire d'observations sur le canal de  $0^m74$  de large, M. Castel s'en est donné un de  $0^m561$ , en rétrécissant le premier à l'aide de deux cloisons en planches de  $2^m24$  de long seulement. A l'entrée de ce petit canal, laquelle se trouvait au milieu du grand, il se formait, lors des fortes dépenses en eau, une petite chute qui a pu porter quelques légères modifications aux résultats que l'on eût obtenus,

si les cloisons se fussent prolongées jusqu'à l'extrémité du grand canal.

Sur l'un et sur l'autre, M. Castel a effectué de longues séries d'expériences. Chaque observation a été répétée une ou deux fois : en tout il y en a eu 494. Pour chacune, les valeurs de  $Q$ ,  $l$  et  $H$  étant données immédiatement par l'expérience, il a été facile d'en déduire celle du coefficient  $m$  de la formule  $Q = 3,955 m l H \sqrt{H}$ . Les valeurs moyennes obtenues, pour chaque charge et largeur du déversoir, sont portées aux deux tableaux suivans. Il n'y a pas eu d'observations pour les cas correspondans aux lacunes que présentent la plupart des colonnes.

Les charges et les largeurs qui y sont notées en nombre exact de centimètres, ne sont pas entièrement celles des expériences. Il n'a pas été possible d'obtenir de l'artiste des largeurs d'un nombre précis de centimètres; elles en ont différé de quelques dixièmes de millimètre. Quant aux charges, il eût fallu trop de tâtonnemens et de temps pour arriver rigoureusement à une valeur donnée; mais on en a approché de très-près. De sorte que les différences entre les valeurs des coefficients avec les charges et les largeurs réellement employées, et avec celles qui ont été admises, sont si petites, que, moyennant le mode d'interpolation suivi, on a eu les coefficients des tableaux aussi exactement que s'ils eussent été directement donnés par l'expérience. Au reste, on les trouvera dans le Mémoire de M. Castel, avec les largeurs et charges réellement observées.

| CHARGE<br>SUR<br>le sèssl. | CANAL DE 0=74.                   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------------------|----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                            | COEFFICIENS.                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|                            | LA LARGEUR DU DÉVERSOIR ÉTANT DE |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|                            | 0=74                             | 0=68  | 0=60  | 0=50  | 0=40  | 0=30  | 0=20  | 0=10  | 0=05  | 0=03  | 0=02  | 0=01  |
| mél.                       |                                  |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 0.24                       |                                  |       |       |       |       |       |       | 0.595 | 0.615 |       | 0.639 |       |
| 0.22                       |                                  |       |       |       |       |       |       | 0.594 | 0.614 |       | 0.639 |       |
| 0.20                       |                                  |       |       |       |       |       |       | 0.596 | 0.594 | 0.614 | 0.629 | 0.640 |
| 0.18                       |                                  |       |       |       |       |       |       | 0.595 | 0.594 | 0.613 | 0.628 | 0.641 |
| 0.16                       |                                  |       |       |       |       |       |       | 0.595 | 0.592 | 0.613 | 0.628 | 0.642 |
| 0.14                       |                                  |       |       |       |       |       |       | 0.603 | 0.593 | 0.599 | 0.612 | 0.643 |
| 0.12                       |                                  |       |       |       |       |       |       | 0.621 | 0.604 | 0.592 | 0.591 | 0.612 |
| 0.10                       |                                  |       |       |       |       |       |       | 0.621 | 0.604 | 0.593 | 0.591 | 0.612 |
| 0.08                       | 0.662                            | 0.656 | 0.644 | 0.632 | 0.620 | 0.606 | 0.595 | 0.592 | 0.612 | 0.627 | 0.648 | 0.667 |
| 0.06                       | 0.662                            | 0.656 | 0.645 | 0.632 | 0.622 | 0.610 | 0.604 | 0.595 | 0.612 | 0.628 | 0.655 | 0.713 |
| 0.05                       | 0.662                            | 0.656 | 0.644 | 0.633 | 0.626 | 0.616 | 0.611 | 0.607 | 0.613 | 0.629 | 0.663 |       |
| 0.04                       | 0.662                            | 0.656 | 0.645 | 0.631 | 0.632 | 0.623 | 0.619 | 0.604 | 0.614 |       | 0.669 |       |
| 0.03                       | 0.663                            | 0.660 | 0.651 | 0.642 | 0.636 | 0.621 | 0.621 | 0.618 |       |       |       |       |

| CHARGE<br>sur<br>le seuil. | CANAL DE 0 <sup>m</sup> 36.<br>COEFFICIENS.<br>LA LARGEUR DU DÉVERSOIR ÉTANT DE |                   |                   |                   |                    |                    |                   |                   |                   |                   |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|                            | 0 <sup>m</sup> 36                                                               | 0 <sup>m</sup> 30 | 0 <sup>m</sup> 20 | 0 <sup>m</sup> 10 | 0 <sup>m</sup> 093 | 0 <sup>m</sup> 079 | 0 <sup>m</sup> 05 | 0 <sup>m</sup> 03 | 0 <sup>m</sup> 02 | 0 <sup>m</sup> 01 |
|                            | mél.                                                                            |                   |                   |                   |                    |                    |                   |                   |                   |                   |
| 0,24                       |                                                                                 |                   |                   | 0,619             |                    |                    | 0,624             | 0,629             | 0,647             | 0,666             |
| 0,22                       |                                                                                 |                   |                   | 0,615             | 0,613              | 0,617              | 0,620             | 0,627             | 0,646             |                   |
| 0,20                       |                                                                                 |                   |                   | 0,614             | 0,608              | 0,614              | 0,618             | 0,625             | 0,645             | 0,667             |
| 0,18                       |                                                                                 |                   | 0,632             | 0,608             | 0,606              | 0,610              | 0,616             | 0,626             | 0,644             |                   |
| 0,16                       |                                                                                 |                   | 0,628             | 0,605             | 0,603              | 0,608              | 0,615             | 0,623             | 0,644             | 0,668             |
| 0,14                       |                                                                                 | 0,678             | 0,624             | 0,603             | 0,604              | 0,603              | 0,614             | 0,624             | 0,644             |                   |
| 0,12                       | 0,700                                                                           | 0,666             | 0,620             | 0,600             | 0,599              | 0,603              | 0,614             | 0,623             | 0,646             | 0,674             |
| 0,10                       | 0,681                                                                           | 0,656             | 0,617             | 0,598             | 0,598              | 0,600              | 0,614             | 0,624             | 0,648             |                   |
| 0,08                       | 0,672                                                                           | 0,652             | 0,616             | 0,599             | 0,597              | 0,599              | 0,613             | 0,624             | 0,654             |                   |
| 0,06                       | 0,669                                                                           | 0,652             | 0,617             | 0,600             | 0,597              | 0,600              | 0,613             | 0,626             |                   |                   |
| 0,05                       | 0,667                                                                           | 0,653             | 0,620             | 0,603             | 0,604              |                    | 0,614             |                   |                   |                   |
| 0,04                       | 0,668                                                                           | 0,653             | 0,624             | 0,613             | 0,614              |                    | 0,613             |                   |                   |                   |
| 0,03                       | 0,670                                                                           | 0,665             | 0,632             | 0,628             | 0,625              |                    |                   |                   |                   |                   |

Formule  
ordinaire.

Rapport  
des dépenses  
aux charges.

73. Analysons d'abord la plus simple et la plus fréquemment employée des formules,  $Q = 2,95/H \sqrt{H}$ .

Examinons, en premier lieu, jusqu'à quel point les dépenses  $Q$  y sont proportionnelles à la fonction  $H \sqrt{H}$  de la charge. A cet effet, prenons les vingt-deux séries des dépenses obtenues, chacune avec une même largeur de déversoir, mais sous des charges différentes (je rappelle que les dépenses ont été directement données par l'expérience, et qu'on peut d'ailleurs les reproduire à l'aide de la formule ci-dessus, en l'affectant du coefficient respectif noté aux tableaux). Réduisons les dépenses de chaque série à ce qu'elles eussent été si une d'elles, celle

| CHARGES<br>H | SÉRIES<br>DES DÉPENSES |       |       | SÉRIES DES   |              |
|--------------|------------------------|-------|-------|--------------|--------------|
|              | 1                      | 2     | 3     | $H \sqrt{H}$ | $H \sqrt{H}$ |
| mél.         |                        |       |       |              |              |
| 0,20         | 3,96                   | 3,98  | 3,95  | 4,01         |              |
| 0,18         | 3,58                   | 3,79  | 3,38  | 3,42         |              |
| 0,16         | 2,83                   | 2,81  | 2,83  | 2,87         |              |
| 0,14         | 2,51                   | 2,32  | 2,31  | 2,34         |              |
| 0,12         | 1,85                   | 1,81  | 1,84  | 1,86         |              |
| 0,10         | 1,40                   | 1,39  | 1,40  | 1,41         | 1,41         |
| 0,08         | 1,00                   | 1,00  | 1,00  | 1,00         | 1,00         |
| 0,06         | 0,650                  | 0,652 | 0,650 | 0,650        | 0,643        |
| 0,05         | 0,494                  | 0,498 | 0,495 | 0,494        | 0,486        |
| 0,04         | 0,354                  | 0,381 | 0,354 | 0,354        | 0,345        |



obtenue sous la charge de 0<sup>m</sup>08 par exemple, avait été prise pour unité. Réduisons de même la suite des valeurs de  $H\sqrt{H}$ , et rapprochons toutes ces séries, ainsi qu'il est fait ici pour trois concernant les dépenses : les deux premières ont été données, sur le canal de 0<sup>m</sup>74, par des déversoirs larges de 0<sup>m</sup>60 et de 0<sup>m</sup>10 ; la troisième appartient au canal de 0<sup>m</sup>36, avec un déversoir de 0<sup>m</sup>05. Il résulte de la comparaison des vingt-deux séries des dépenses entre elles et avec la suite des  $H\sqrt{H}$ ,

1<sup>o</sup> Qu'an-dessus de la charge de 0<sup>m</sup>06, ou même de 0<sup>m</sup>05, et abstraction faite de quelques hautes charges, les différences entre les nombres d'une même ligne horizontale sont très-petites, elles ne s'élèvent pas à un centième ; ainsi, en se bornant à toute l'exactitude qu'on exige dans la pratique, elles peuvent être regardées comme nulles ; et le rapport entre les dépenses est le même que celui qu'il y a entre les valeurs de  $H\sqrt{H}$  correspondantes ;

2<sup>o</sup> Que pour les charges de 0<sup>m</sup>05 et au-dessous, les dépenses décroissent dans un moindre rapport que  $H\sqrt{H}$ , et d'autant moindre que la charge est plus faible : mais seulement dans les largeurs moyennes ; car, lorsqu'elles sont très-petites ou qu'elles se rapprochent de celle du canal, l'égalité se reproduit encore. De telles irrégularités, et quelques autres motifs, doivent porter à éviter, dans la pratique, ces petites charges.

3<sup>o</sup> Dans quelques hautes charges, surtout avec de larges déversoirs, on voit encore les dépenses croître dans un moindre rapport. Ce fait, qui a été presque insensible dans le canal de 0<sup>m</sup>74, est devenu saillant

dans celui de 0<sup>m</sup>36, où l'eau, avec ces charges et ces largeurs, arrivait au déversoir avec une grande vitesse. Or, dans ces cas, et ils se présentent toutes les fois que la section fluide ( $l \times H$ ) au passage du déversoir excède la cinquième partie de la section du courant dans le canal, les dépenses ne doivent plus croître comme  $H\sqrt{H}$ , mais comme  $H\sqrt{H+0,115w^2}$ ; et ce n'est plus de la formule ordinaire, mais de celle qui a été donnée au n° 71, qu'il faut alors faire usage.

En résultat, tant qu'on demeurera dans le cas des déversoirs proprement dits, de ceux où l'eau éprouve à leur amont comme un arrêt, qui détruit ou affaiblit notablement la vitesse d'arrivée, Q sera très-sensiblement proportionnel à  $H\sqrt{H}$ ; et, à cet égard, la formule est bien établie.

Rapport  
des dépenses  
aux largeurs  
des  
déversoirs.

74. Elle ne le sera pas tout aussi bien en ce qui concerne la largeur des déversoirs, les dépenses n'y suivront plus d'aussi près le rapport de ces largeurs, quelque naturel qu'il parût d'admettre qu'il en était ainsi. A partir de la largeur du bassin, elles diminueront avec la largeur du déversoir, mais avec plus de rapidité jusqu'à un certain point; au delà duquel elles diminueront au contraire moins rapidement. Les colonnes ci-contre fixeront les idées à ce sujet. Sur le canal de 0<sup>m</sup>74, on a douze largeurs qui sont

| CANAL DE          |          |                   |          |
|-------------------|----------|-------------------|----------|
| 0 <sup>m</sup> 74 |          | 0 <sup>m</sup> 36 |          |
| Largeur.          | Dépense. | Largeur.          | Dépense. |
| 1000              | 1000     | 1000              | 1000     |
| 919               | 911      |                   |          |
| 811               | 788      | 831               | 807      |
| 676               | 645      |                   |          |
| 540               | 507      | 554               | 507      |
| 405               | 571      |                   |          |
| 270               | 243      | 277               | 246      |
| 135               | 121      | 138               | 125      |
| 68                | 62       |                   |          |
| 40                | 40       |                   |          |
| 27                | 27       |                   |          |
| 13                | 14       |                   |          |

entre elles comme les nombres portés à la première colonne; dans la seconde, on voit la progression que suivent les dépenses correspondantes, dépenses obtenues sous les charges de  $0^m06$  à  $0^m10$ . Pour le canal de  $0^m36$ , où l'on a dix largeurs, on n'a noté ici que celles qui ont à peu de chose près des analogues dans l'autre canal. Ces suites de rapports montrent que, dans les deux canaux, les dépenses suivent une même loi comparativement aux largeurs des déversoirs, mais aux largeurs relatives à celle de leur canal respectif, et non aux largeurs absolues.

75. Puisque, abstraction faite des extrêmes, les dépenses sont sensiblement proportionnelles à  $H\sqrt{H}$ , pour une même largeur de déversoir, les coefficients doivent être à peu près égaux, et ils le sont en effet, comme on le voit aux tableaux que nous en avons donnés (72). En stricte rigueur, et prenant les coefficients d'une même colonne verticale dans ces tableaux, on les verra, à partir des hautes charges, décroître, très-faiblement à la vérité dans la plupart des cas, jusque vers une certaine charge, au delà de laquelle ils augmenteront rapidement : il y aura donc, à cette charge, qui sera généralement assez voisine de  $0^m10$ , un *minimum*.

Des  
coefficients.

Puisque, les charges demeurant les mêmes, les dépenses décroissent d'abord plus et ensuite moins rapidement que les largeurs des déversoirs, il s'ensuit que, sous une même charge, à compter de la largeur du bassin, les coefficients iront en diminuant jusqu'à un certain point, au delà duquel ils augmenteront. Il y aura donc encore ici un *minimum*; et

il aura lieu lorsque la largeur du déversoir sera à peu près le quart de celle du bassin.

76. Ainsi dans les lignes horizontales, comme dans les lignes verticales des tableaux des coefficients, il y a un *minimum*; dans chaque tableau il y aura donc un *minimum* commun. A son voisinage et jusqu'à une certaine distance, d'après la loi générale comme d'après le résultat des expériences, les variations sont fort petites; les coefficients y diffèrent très-peu les uns des autres, et ils peuvent être regardés comme constans. Mais au delà de cette distance, il n'en est plus de même, et les différences peuvent être assez considérables; elles ont dépassé  $\frac{1}{2}$  dans nos tableaux. De sorte que la dépense par les déversoirs ne saurait être rendue exactement, avec un coefficient numérique constant, par une expression de la forme  $\sqrt{H} \sqrt{H}$ : en rigueur mathématique, une telle expression ne serait pas admissible. Dans la pratique, on ne pourrait s'en servir qu'à l'aide de tableaux de coefficients très-étendus et dont la rédaction exigerait plusieurs centaines d'expériences.

Cependant l'étude de la marche que suivent les coefficients, donne les moyens de restreindre ce vaste champ, et de réduire à un petit nombre de règles assez simples la détermination de ceux qui conviennent aux divers cas qui se présentent habituellement.

Voyez plus de détails qu'il n'en a été donné ici sur cette marche des coefficients, dans le Mémoire de M. Castel et dans les notes que j'y ai ajoutées.

Coefficients  
et formules à  
employer.

77. Nous avons vu (73) que l'expression  $\sqrt{H} \sqrt{H}$  ne devait pas être appliquée, d'une part lorsque les

charges étaient au-dessous de 0<sup>m</sup>06, et de l'autre lorsque leur grandeur, multipliée par la largeur du déversoir, dépassait le cinquième de la section de l'eau dans le canal. Entre ces limites, l'expression ci-dessus pourra être employée avec un coefficient variable à la vérité, mais qui ne variera plus qu'avec la largeur du déversoir.

A compter de celle du canal, les coefficients diminuent avec la largeur du déversoir jusqu'à ce que celle-ci soit le quart environ de la première, et puis ils vont en augmentant, quoique les largeurs continuent à diminuer (75); et ce qui est très-remarquable, c'est que la diminution des coefficients suit celle des largeurs *relatives* du déversoir par rapport à celle du canal, tandis que l'augmentation, qui vient ensuite, ne dépend plus que des largeurs *absolues*.

Nous avons en conséquence quatre cas à distinguer relativement aux coefficients à employer.

1° Aux environs du *minimum* que nous venons d'indiquer, leurs variations sont peu considérables : d'après les expériences faites au château d'eau de Toulouse, depuis une largeur de déversoir à peu près égale au tiers de celle du canal, supposée dépasser 0<sup>m</sup>30, jusqu'à la largeur absolue de 0<sup>m</sup>05, les coefficients ne varieront que de 0,59 à 0,61. Prenant le terme moyen, remarquant que  $2,953 \times 0,60 = 1,7718$ , nous aurons, entre les limites qu'on vient d'indiquer,

$$Q = 1,77 \, lH\sqrt{H}.$$

Cette formule fournit le meilleur mode de jaugeage des petits cours d'eau : nous y reviendrons en traitant de ce jaugeage (159).

2° Lorsque la largeur du déversoir est à son *maximum*, qu'elle égale celle du canal, et qu'on est ainsi dans le cas d'un *barrage* proprement dit, les coefficients présentent une fixité remarquable. M. Castel, dans ses expériences sur le canal de 0<sup>m</sup>74, avec un barrage de 0<sup>m</sup>17 de hauteur, n'a eu aucune différence entre les coefficients obtenus sous des charges qui ont cependant varié de 0<sup>m</sup>03 à 0<sup>m</sup>08 (72); et, avec un barrage de 0<sup>m</sup>225, les coefficients n'ont été que de 0,664 à 0,666, pour des charges de 0<sup>m</sup>031 à 0<sup>m</sup>074. Moyennement, il a eu 0,665; et puisque  $2,953 \times 0,665 = 1,9637$ , en désignant par *L* la largeur du canal ou la longueur du barrage, on aura

$$Q = 1,96 LH \sqrt{H}.$$

Cette formule sera encore employée avec avantage dans certains cas, même sur de grands cours d'eau, et avec des charges de 0<sup>m</sup>04 et 0<sup>m</sup>03. Mais pour qu'elle le soit avec pleine sécurité, il faudra que la charge soit moindre que le tiers de la hauteur du barrage.

3° Pour des largeurs de déversoir, comprises entre celle du bassin et celle qui en serait le tiers, le coefficient de l'expression  $2,95/H \sqrt{H}$  variera avec la largeur relative, c'est-à-dire avec le rapport de la largeur du déversoir à celle du canal, et il sera donné par les colonnes ci-contre. On les a formées en prenant des parties proportionnelles entre les coefficients déduits directement de l'expérience et qu'on voit aux tableaux du n° 72;

| Largeur relative. | COEFFICIENT au canal de |                    |
|-------------------|-------------------------|--------------------|
|                   | 0 <sup>m</sup> 74.      | 0 <sup>m</sup> 36. |
| 1,00              | 0,662                   | 0,667              |
| 0,90              | 0,656                   | 0,659              |
| 0,80              | 0,644                   | 0,648              |
| 0,70              | 0,635                   | 0,635              |
| 0,60              | 0,626                   | 0,623              |
| 0,50              | 0,617                   | 0,613              |
| 0,40              | 0,607                   | 0,609              |
| 0,30              | 0,598                   | 0,600              |
| 0,25              | 0,595                   | 0,598              |

ce mode d'interpolation ne pouvait donner ici aucune erreur. On a noté séparément les coefficients déduits des observations faites sur chacun de nos deux canaux, pour montrer qu'à une même largeur relative correspondent des coefficients sensiblement les mêmes, quoique la valeur réelle de la largeur soit, dans un des deux canaux, plus que double de l'autre : preuve évidente qu'au-dessus des 0,25 ou du quart de la largeur du bassin, les coefficients dépendent de la largeur relative et non de la largeur absolue du déversoir.

4° Il en est tout autrement lorsque cette largeur descend au-dessous du quart de celle du canal. Alors, et lorsqu'en même temps elle est moindre que 0<sup>m</sup>08 ou 0<sup>m</sup>06, celle du canal n'a plus aucune influence ; et chaque largeur absolue de déversoir a son coefficient propre : ainsi, sur le canal de 0<sup>m</sup>36 comme sur celui de 0<sup>m</sup>74, les largeurs de 0<sup>m</sup>05, 0<sup>m</sup>03, 0<sup>m</sup>02 et 0<sup>m</sup>01 ont eu également pour coefficient respectif 0,61, 0,63, 0,65 et 0,67.

78. Après avoir exposé avec détail ce qui est relatif à la plus simple des formules de la dépense dans les déversoirs, passons aux deux autres, et d'abord à  $Q = 2,95 \text{ ml} (H\sqrt{H} - h\sqrt{h})$ , dans laquelle  $h$  représente la quantité AD (fig. 17), dont la surface fluide s'est déjà infléchie à son arrivée au déversoir.

Observations  
sur  
la formule du  
n.º 69.

Un simple coup d'œil jeté sur la dernière colonne du tableau donné au n.º 73, montre que quoique la série des quantités  $H\sqrt{H} - h\sqrt{h}$  ne s'éloigne pas beaucoup de celles qui concernent les dépenses correspondantes, elle les suit cependant moins exactement que la série des valeurs de  $H\sqrt{H}$ . Ainsi, en ce

point principal, cette seconde formule est moins bien fondée que la première.

Elle est en outre d'une application beaucoup plus difficile : elle contient un terme de plus,  $h\sqrt{h}$ , terme dont l'exacte détermination éprouvera de grandes difficultés, comme on le verra bientôt (82). Aussi, quoique le raisonnement ait d'abord conduit à cette formule, on n'en fait point usage.

Observations  
sur  
la formule du  
n° 71.

79. Il n'en est pas entièrement de même de celle qui renferme un terme fonction de la vitesse avec laquelle l'eau coulant dans le canal arrive au déversoir.

Lors des expériences faites au château d'eau de Toulouse, on a eu de fréquentes occasions d'observer l'effet de cette vitesse. Dès qu'elle devenait bien sensible, plus elle était grande (et elle l'était d'autant plus que la charge se trouvait plus forte et surtout que le déversoir était plus large), et plus l'expression de la dépense  $2,95 \, m \sqrt{H}$ , dans laquelle l'écoulement est censé n'avoir lieu qu'en vertu de la pression ou charge  $H$ , péchait par défaut et son coefficient de contraction  $m$  devenait plus grand : telle est en partie, mais en partie seulement, la cause de l'accroissement des coefficients à mesure que la largeur du déversoir, à partir de 0<sup>m</sup>06, augmente. Il est évident que dans le cas d'une vitesse notable, où l'écoulement se fait en vertu et de la charge et d'une vitesse antérieurement acquise, il faut ajouter à la charge un terme dépendant de cette vitesse; ce qui conduit à l'équation (71)  $Q = 2,95 \, m' \sqrt{H + 0,115 \, v^2}$ .

Les expériences de M. Castel donneront les valeurs



du coefficient  $m'$ . Dans ces expériences, la vitesse  $w$  de la surface du courant dans le canal n'a pas été mesurée, il est vrai ; mais on a pu la conclure de la vitesse moyenne (108), laquelle est égale à la dépense  $Q$  divisée par la section du courant, qui est ici  $L(H+a)$ ,  $L$  étant la largeur du canal rectangulaire, et  $a$  l'élévation du seuil du déversoir au-dessus du fond de ce canal. En effet, d'après les expériences de Dubuat, dont il sera ultérieurement question (109), la vitesse de la surface est, terme moyen, d'un quart plus forte que la vitesse moyenne ; de sorte que l'on aurait  $w = \frac{1,25Q}{L(H+a)}$ .

Même avec cette valeur de  $w$ , qui est cependant la plus grande que l'on puisse admettre, le coefficient  $m'$  ne différera du coefficient  $m$  de la formule ordinaire, qu'autant que la vitesse dans le canal sera assez forte pour que le terme  $0,115 w^2$ , qui fait la différence entre les deux formules, ait une valeur comparable à  $H$ . Comme il sera habituellement fort petit et qu'il est sous un radical, il n'influera guère sur la valeur de  $m'$  que par la moitié de la sienne relativement à  $H$  : s'il en est les 2, 4 ou 6 centièmes, les coefficients, toutes choses égales d'ailleurs, ne différeront que de 1, 2 ou 3 centièmes. Dans ces trois cas, la section de la lame fluide au déversoir, ou  $l \times H$ , s'est trouvée respectivement 5,8, 4,1, 3,35 fois plus petite que la section dans le canal, ou que  $L(H+a)$  : d'où l'on tire la conséquence, dont nous avons déjà fait usage, que tant que la première de ces deux sections sera moindre que la cinquième partie de la seconde, les coefficients  $m$  et  $m'$  seront

les mêmes à un centième près. Tel a été le cas pour les déversoirs de M. Castel, tant que leur largeur a été au-dessous de la moitié de celle du canal. Lorsqu'elle a été plus considérable, le terme  $0,115 \omega^2$  a eu plus d'influence et les différences sont devenues plus grandes. Mais l'emploi de ce terme est loin d'avoir réduit à l'égalité les coefficients  $m'$  pour les diverses largeurs des déversoirs; il n'a pas même réduit à moitié les différences que présentaient les valeurs de  $m$ ; et l'expression  $2,95 m' / H\sqrt{H+0,115 \omega^2}$ , guère plus que  $2,95 m / H\sqrt{H}$ , ne pourra être employée, avec un coefficient constant, que dans les cas d'une largeur de déversoir égale à celle du canal. Pour ce cas, elle exigera moins de restrictions, et si elle est moins simple et même si elle n'est pas plus exacte, elle sera plus générale et plus rationnelle.

Pour avoir son coefficient, M. Castel a barré le canal de 0<sup>m</sup>74, par des digues en cuivre dont la hauteur a été baissée successivement de 0<sup>m</sup>225 à 0<sup>m</sup>032, et il a obtenu les coefficients qu'on voit ci-contre. Ceux des cinq premières digues sont générale-

| Hauteur<br>de la<br>digue. | COEFFICIENTS $m'$<br>le charge étant de |                   |                   |                   |
|----------------------------|-----------------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|                            | 0 <sup>m</sup> 08                       | 0 <sup>m</sup> 06 | 0 <sup>m</sup> 05 | 0 <sup>m</sup> 04 |
| nœt.                       |                                         |                   |                   |                   |
| 0,225                      | 0,651                                   | 0,655             | 0,657             | 0,660             |
| 0,170                      | 0,640                                   | 0,647             | 0,650             | 0,654             |
| 0,130                      | 0,650                                   | 0,649             | 0,652             | 0,656             |
| 0,093                      | 0,635                                   | 0,642             | 0,646             | 0,650             |
| 0,075                      | 0,647                                   | 0,652             | 0,655             | 0,660             |
| 0,041                      | 0,667                                   | 0,664             | 0,665             | 0,668             |
| 0,032                      | 0,676                                   | 0,676             | 0,676             | 0,680             |

ment les mêmes, quoique d'ailleurs ils ne présentent pas la régularité qu'il y avait dans ceux des déversoirs ordinaires : leur terme moyen est 0,650. Quant aux coefficients des digues de 0<sup>m</sup>041 et 0<sup>m</sup>032, ils sont dans une catégorie particulière : ces digues étaient fort basses et les charges en ont dépassé beaucoup la hauteur; de sorte qu'on se trouvait au moins

autant dans le cas d'un cours d'eau coulant dans un lit ordinaire que dans celui des déversoirs; d'ailleurs, la presque égalité entre les coefficients pour une même digue dépose en faveur de la formule qui les a donnés. Les expériences sur le canal de 0<sup>m</sup>36, avec son barrage de 0<sup>m</sup>17 de hauteur, ont indiqué des coefficients dont la moyenne a été 0,654. Admettant le terme moyen entre ce nombre et 0,650; observant que  $2953 \times 0,652 = 1,9234$ , on aura finalement

$$Q = 1,92 LH \sqrt{H + 0,115a^2}.$$

La vitesse  $w$  y sera déterminée directement par l'observation.

Dans les canaux rectangulaires, une telle détermination est superflue, et donnant à  $w$  sa valeur ci-dessus, on a, tant que  $H$  est plus petit que  $\frac{1}{4}a$ ,

$$Q = \frac{1,92 LH \sqrt{H}}{\sqrt{1 - 0,663 \left( \frac{H}{H+a} \right)^2}}$$

80. Fort souvent on adapte aux déversoirs des canaux qui sont comme le prolongement extérieur de leurs bords. L'eau contrainte de les suivre éprouve de la part de leurs parois une résistance qui y retarde le mouvement, et ce retard, en se communiquant au fluide qui arrive au déversoir, en diminue la dépense.

Déversoirs  
avec canaux  
additionnels.

Les expériences peuvent seules faire connaître la diminution pour les divers cas qui se présenteront; et nous n'en avons presque aucune. MM. Poncelet et Lesbros en ont fait, il est vrai, un assez grand nombre; mais elles ne sont pas encore publiées. Toutefois, ce dernier savant, en me communiquant quelques-unes de celles qu'il avait exécutées sur des canaux

adaptés à des orifices fermés dans tout leur pourtour, et dont j'ai fait déjà connaître les résultats (39), a encore eu la complaisance de me transmettre une série de celles qu'il a aussi faites avec des orifices ouverts à leur partie supérieure, c'est-à-dire avec des déversoirs. Le canal additionnel était toujours celui de 3<sup>m</sup> de long, 0<sup>m</sup>20 de large comme le déversoir, et on le maintenait horizontal. Je donne ici les résultats obtenus, ainsi que ceux que l'on avait antérieurement eus de ces mêmes déversoirs et avec les mêmes charges. La diminution du produit avec le canal a été d'autant moindre que la charge a été plus grande.

De ce fait, ainsi que de ceux que l'on avait eus avec des orifices fermés, ne pourrait-on pas inférer que pour des charges de 1<sup>m</sup> et plus, telles qu'on en a souvent en tête des grands canaux et coursiers, la diminution de dépense due à la présence du canal ne serait que très-petite? Au reste, attendons la publication du travail de MM. Poncelet et Lesbros avant de tirer et surtout de généraliser une pareille conclusion.

M. Castel a aussi fait quelques expériences sur une sorte de canaux d'un intérêt particulier. On demandait quelle était la dépense par les pertuis de navigation que l'on ouvre dans les digues des rivières. Pour répondre à cette question, il a ajouté au déversoir de 0<sup>m</sup>20 de large, sur le bassin de 0<sup>m</sup>74, un petit canal de 0<sup>m</sup>204 de long et incliné de 4°18'

| CHARGE. | COEFFICIENT    |                | PERTES<br>SUR<br>100. |
|---------|----------------|----------------|-----------------------|
|         | sans<br>canal. | avec<br>canal. |                       |
| mét.    |                |                |                       |
| 0,206   | 0,582          | 0,479          | 18                    |
| 0,145   | 0,590          | 0,471          | 20                    |
| 0,103   | 0,591          | 0,457          | 23                    |
| 0,060   | 0,599          | 0,425          | 29                    |
| 0,045   | 0,609          | 0,407          | 33                    |
| 0,028   | 0,622          | 0,340          | 45                    |

ou  $\frac{1}{13,3}$ . On voit ici les coefficients obtenus avec la formule  $Q = 2,95 m/H \sqrt{H}$ . Ils n'ont que très-peu varié, quoique les charges aient plus que doublé; et le mode d'expérimentation suivi garantit qu'il n'y a pas en d'erreur. Le coefficient moyen a été de 0,527; il se fût vraisemblablement élevé à 0,53, si, comme dans nos *passelis* ou pertuis ordinaires, la pente eût été de  $\frac{1}{11}$ . Pour le déversoir seul, le coefficient était 0,60; de sorte que le canal additionnel n'aurait pas diminué la dépense de 12 pour cent.

| CHARGE. | COEFFIC. |
|---------|----------|
| mèt.    |          |
| 0,111   | 0,526    |
| 0,095   | 0,527    |
| 0,076   | 0,527    |
| 0,060   | 0,528    |
| 0,050   | 0,530    |

81. Disons quelques mots d'une espèce de déversoirs à laquelle Dubuat a donné le nom de *demi-déversoirs* ou *déversoirs incomplets*. Ce sont ceux où le niveau de l'eau, dans le bief d'aval, dépasse le seuil ou la crête du barrage, comme on le voit à la figure 33.

Demi-déversoirs.

Fig. 33.

Dubuat y divise, par la pensée, la hauteur de l'eau AC au-dessus du seuil en deux parties, *Ab* et *bC*. Dans la première, l'écoulement se ferait comme par un déversoir ordinaire, où *Ab* ( $= H$ ) serait la charge; de sorte que le volume d'eau écoulé y serait  $(79) 1,92 H \sqrt{H + 0,115 v^2}$ . Dans la seconde partie, on admet que la dépense est la même que par un orifice rectangulaire, dont *bC* serait la hauteur, et où la charge égalerait la différence de niveau, *Ab*, entre la surface du bief d'amont et celle de l'aval (95): *bC* est l'élévation de cette dernière surface au-dessus du seuil du déversoir; et il sera  $a - b$ , si on désigne par *a* l'élévation *BD* de la surface sur le fond du canal, et par *b* la hauteur *CD* du seuil au-dessus

de ce même fond : à la charge  $Ab$  ou  $H$  s'ajoutera, comme dans le cas des orifices fermés (38), la hauteur due à la vitesse  $u$  de l'eau dans le canal, et la vitesse de sortie se trouvera  $\sqrt{2g(H+0,051u^2)} = \sqrt{2g(H+0,033w^2)}$ , puisque (79)  $w = 1,25u$  : on aura, en conséquence, pour la dépense (16)  $2,75 l(a-b)\sqrt{H+0,033w^2}$ . Réunissant les deux dépenses partielles et désignant par  $Q$  la dépense totale, il viendra

$$Q = 1,92 lH\sqrt{H+0,115w^2} + 2,75 l(a-b)\sqrt{H+0,033w^2}.$$

Inflexion  
de la surface  
fluide vers le  
déversoir.

Terminons cet article par l'examen succinct d'une circonstance remarquable qui se présente dans l'écoulement par les déversoirs. L'eau, à leur approche, et dès qu'elle est entrée dans leur sphère d'activité, se précipite en quelque sorte vers le milieu de leur seuil, et sa surface s'incline de tous côtés vers lui.

Profil  
en travers.

82. Dans le plan du déversoir, l'inclinaison commence à quelques centimètres de l'ouverture, le long des *ailes* (ou parties de la cloison dans laquelle le déversoir est pratiqué, comprises entre l'ouverture et les parois latérales du canal). Cette inclinaison, d'abord insensible, augmente peu à peu, elle est à son *maximum* aux bords de l'orifice; elle diminue ensuite jusque vers son milieu; quelquefois elle y est nulle, le fluide demeurant horizontal sur une certaine étendue; d'autres fois il se relève à ce milieu, pour baisser ensuite de nouveau. La figure 91 (Pl.V) montre deux exemples de la coupe transversale de la surface de l'eau au déversoir; en  $abc$ , elle est simplement concave, en  $defgh$ , elle présente le relèvement  $f$ . Quelquefois on a deux relèvements, l'un

vers *c* et l'autre vers *g*, la surface est alors comme ondulée.

M. Castel, dans la vue de fournir à la pratique un Mesure de H.  
moyen facile de mesurer les charges, a pris, sur son canal de 0<sup>m</sup>36 de large, quinze profils transversaux sous différentes charges et avec différentes largeurs. (Voyez les *Mémoires de l'Académie des sciences de Toulouse*, t. IV, p. 280). Il résulte de ses observations : 1<sup>o</sup> que l'inflexion ne s'étend pas le long des ailes, au moins d'une manière sensible, à plus de 0<sup>m</sup>07 ou 0<sup>m</sup>08 de l'ouverture ; 2<sup>o</sup> qu'au-delà de cette distance, dans la plupart des cas, et faisant abstraction des effets de la capillarité, l'eau se maintient contre les ailes exactement au même niveau qu'en plein bassin ; mais qu'avec de larges déversoirs, et sous de fortes charges, c'est-à-dire dans les grandes vitesses, la surface fluide se relève contre les ailes, et le relèvement a été jusqu'à 0<sup>m</sup>003. Comme il n'y en aura point dans les déversoirs auxquels la formule  $Q = 4,77 \sqrt{H} \sqrt{H} \quad (77)$  est applicable, pour y avoir la charge *H*, il suffira d'y prendre, sur chacune des deux ailes, un point de la ligne de flottaison, de tendre un fil de l'un à l'autre, et de mesurer son élévation au-dessus du milieu du seuil du déversoir. Dans les cas de surhaussement contre les ailes, on cherchera à en apprécier la grandeur ou à se mettre hors de son action, par exemple, en fixant les deux extrémités du fil contre les parois latérales du canal, un peu en amont du déversoir.

On pourra même ne s'inquiéter, en aucune manière, du surhaussement, faire comme s'il n'y en avait point, et prendre, dans tous les cas, pour *H*, la hauteur de la ligne de flottaison au-dessus du seuil : car ce surhaussement, étant une suite de

l'impulsion du fluide contre les ailes, et par conséquent un effet de la vitesse de l'eau dans le canal, représentera en partie cet effet, il remplacera en partie le terme  $0,115w^2$ , il rendra la formule  $Q = 1,77 \text{ } lH \sqrt{H}$  exacte même pour d'assez fortes vitesses.

Lors même que le surhaussement représenterait entièrement l'effet de la vitesse, qu'il serait la hauteur due à  $w$ , quelques personnes pensent qu'il doit être partout ajouté à  $H$ , et ils établissent  $Q = 2,95 \text{ } ml (H + 0,051 w^2) \sqrt{H + 0,051 w^2}$  : je me suis assuré, par l'expérience, qu'une telle formule donne trop d'influence à la vitesse  $w$ .

Pour ce qui est de la quantité absolue de l'inflexion,  $h$ , c'est-à-dire de l'abaissement du milieu du profil transversal au-dessous du niveau de l'eau en plein bassin, nous en donnerons la valeur au numéro suivant. Qu'il nous suffise de remarquer ici que la forme et les variations de ce profil rendront son exacte détermination très difficile, sinon impossible; cette forme est souvent ondulée, et le sommet des ondes est mobile; de sorte que d'un moment à l'autre,  $h$  ou la dépression du fluide au milieu du déversoir, peut se trouver de 2 et 3 millimètres ou plus forte ou plus faible.

Profil  
en long.

83. Les divers auteurs qui se sont occupés de l'écoulement par les déversoirs, ont aussi porté leur attention sur l'inflexion du fluide à mesure qu'il s'avance vers l'orifice de sortie; et ils en ont donné des profils longitudinaux. Mais aucun ne les a multipliés autant que M. Castel : chacune des ses déterminations de la charge  $H$ , et il en a eu plus de quatre cents, a été faite à l'aide d'un tel profil; les abaisséments au-dessous d'un plan horizontal y ont été pris de  $0^m05$  en  $0^m05$ , et mesurés en dixièmes de millimètre.

Je n'entrerai dans aucun détail sur ces observa-



tions et sur leurs conséquences; on les trouvera dans le Mémoire de cet observateur, et je me bornerai à en résumer les principaux résultats.

1° La longueur sensible de l'inflexion; de celle qui excède un dixième de millimètre; n'a varié que de 0<sup>m</sup>15 à 0<sup>m</sup>42; et elle n'a jamais atteint 0<sup>m</sup>50, à compter du déversoir. Naturellement elle a été d'autant plus grande que la charge et la largeur de l'ouverture étaient plus considérables.

2° La quantité absolue de l'inflexion,  $h$ , a été d'environ 0<sup>m</sup>005 sous la charge de 0<sup>m</sup>03, quelle qu'ait été la largeur du déversoir: puis elle a augmenté avec cette largeur et avec la charge. Dans le canal de 0<sup>m</sup>36 de large, avec un simple barrage et sous la charge de 0<sup>m</sup>12, on a eu  $h = 0<sup>m</sup>0168$ ; et 0<sup>m</sup>0201, dans le canal de 0<sup>m</sup>74, avec une largeur de déversoir de 0<sup>m</sup>20, et sous une charge également de 0<sup>m</sup>20: c'est la plus forte inflexion qu'on ait vue.

3° L'inflexion, comparativement à la charge ou, le rapport  $\frac{h}{H}$ , a été de 0,16 à 0,17 sous les très-petites charges, et dans tous les déversoirs: cette expression a diminué ensuite à mesure que la charge augmentait, et d'autant plus que les déversoirs étaient plus étroits. Ainsi, au canal de 0<sup>m</sup>74 et sous la charge de 0<sup>m</sup>20, on a eu 0,097 avec le déversoir de 0<sup>m</sup>20, et 0<sup>m</sup>030 seulement avec celui de 0<sup>m</sup>05.

## CHAPITRE II.

DE L'ÉCOULEMENT, LORSQUE LE RÉSERVOIR SE VIDE.

Lorsqu'un vase, au lieu d'être entretenu constamment plein, ne reçoit pas de nouvelle eau, ou qu'il en reçoit moins qu'il n'en dépense par un orifice ouvert dans sa partie inférieure, la surface fluide y baisse graduellement et il finit par se vider en entier.

Les lois de l'écoulement sont alors différentes de celles que nous avons exposées dans le chapitre précédent, et l'on a d'autres questions à résoudre. Nous allons examiner ces lois et ces questions, et d'abord dans le cas des vases ou bassins prismatiques.

Rapport  
entre les vi-  
tesses à l'ori-  
fice et dans le  
vase.

84. Supposons que le fluide y soit partagé en tranches horizontales extrêmement minces, et qu'elles descendent parallèlement à elles-mêmes; chacune de leurs molécules sera animée d'une même vitesse: c'est l'hypothèse du parallélisme des tranches, admise, et peut-être trop étendue, par plusieurs géomètres.

Soit  $v$  cette vitesse des molécules dans le vase,  $V$  celle qu'elles ont à l'orifice,  $A$  la section horizontale du vase,  $S$  ou plutôt  $mS$  celle de l'orifice en ayant égard à la contraction; le volume d'eau qui s'écoulera, dans un temps infiniment petit  $\tau$ , sera  $mSV\tau$ . Durant ce même temps, la surface fluide aura baissé de la hauteur  $v\tau$ ; et le volume d'eau correspondant sera  $Av\tau$ . Ces deux volumes devant nécessairement être égaux, on aura  $Av\tau = mSV\tau$ , ou  $v : V :: mS : A$ . (Nouvel exemple et nouvelle preuve que lorsqu'une masse fluide se meut, sans qu'il y ait solution de continuité entre ses parties, les vitesses  $y$  sont en raison inverse des sections [19]).

85. La vitesse  $V$  du fluide sortant n'est plus uniforme, et, pour un instant donné, elle n'est plus un simple effet de la pression ou de la hauteur du réservoir; elle est encore une suite de la vitesse acquise  $v$  durant la descente des tranches : les deux actions agissant dans le même sens, de haut en bas, leur résultante sera égale à leur somme. Ainsi, si  $H'$  est la hauteur génératrice de la vitesse de sortie,  $H$  étant toujours la hauteur du réservoir, on aura

Hauteur due  
à la vitesse  
de sortie.

$$H' = H + \frac{v^2}{2g} = H + \frac{V^2 \cdot m^2 S^2}{2g \cdot A^2} = H + H' \frac{m^2 S}{A}.$$

D'où

$$H' = \frac{H}{1 - \frac{m^2 S}{A}} = H \frac{A}{A - m^2 S}.$$

Telle est la fameuse règle donnée par Daniel et Jean Bernoulli, même pour le cas des vases toujours pleins.

Lorsque  $mS$  est petit par rapport à  $A$ , ce qui a presque toujours lieu,  $m^2 S^2$  sera très-petit par rapport à  $A^2$ , et il pourra être négligé; alors  $H' = H$ , c'est-à-dire, que la vitesse de sortie, en un instant quelconque, est due à la hauteur du réservoir dans ce même instant.

Nous admettrons, dans ce qui va suivre, qu'il en est ainsi; d'autant plus que l'hypothèse du parallélisme des tranches, qui a mené à la valeur  $H'$  ci-dessus, bien qu'admissible avant que les tranches, dans leur descente, soient arrivées à la sphère d'activité de l'orifice, ne l'est plus dès qu'elles y sont parvenues : les circonstances du mouvement des

molécules fluides deviennent alors très-complicquées, et elles nous sont entièrement inconnues.

Nature  
du  
mouvement.

Fig. 18.

86. Soit  $M$  un vase prismatique rempli d'eau jusqu'en  $AB$ ; divisons sa hauteur, de  $B$  en  $C$ , lieu de l'orifice, en un très-grand nombre de parties égales,  $Ba$ ,  $ab$ ,  $bc$ , etc.

Supposons maintenant qu'un corps  $P$  soit lancé de bas en haut, avec une vitesse telle qu'il s'élève jusqu'au point  $H$ ,  $PH$  étant égal à  $CB$ , et divisons aussi  $PH$  en un même nombre de parties égales. A mesure que le corps montera, sa vitesse diminuera, de telle manière que lorsqu'il sera arrivé successivement aux points  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ , les vitesses seront respectivement, ainsi que l'on sait par les premiers élémens de la mécanique, comme  $\sqrt{Ha'}$ ,  $\sqrt{Hb'}$ ,  $\sqrt{Hc'}$ , ... 0.

Revenons au fluide contenu dans le vase  $M$ . A mesure qu'il s'écoulera, sa surface  $AB$  baissera, et lorsqu'elle sera successivement aux points  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , les vitesses respectives de l'eau sortante seront (85) comme  $\sqrt{aC}$ ,  $\sqrt{bC}$ ,  $\sqrt{cC}$ , ... 0, ou, d'après la construction, comme leurs égales  $\sqrt{Ha'}$ ,  $\sqrt{Hb'}$ ,  $\sqrt{Hc'}$ , ... 0. De sorte qu'à mesure que le vase se videra, la vitesse de l'écoulement décroîtra jusqu'à être nulle, et en suivant la même loi que la vitesse d'un corps lancé de bas en haut, loi qui est celle du *mouvement uniformément retardé*; ainsi l'écoulement se fera d'un tel mouvement. Il en sera de même de l'abaissement de la surface fluide, la vitesse de l'abaissement étant à celle de l'écoulement dans un rapport constant, celui de la section de l'orifice à la section transversale du vase.

Volume  
d'eau sorti.

87. D'après les lois du mouvement uniformément retardé, lorsqu'un corps parti avec une certaine vitesse la perd graduellement jusqu'à ce qu'elle soit réduite à zéro, il ne parcourt que la moitié de l'espace qu'il eût parcouru, dans le même temps, s'il eût constamment conservé la vitesse du départ. De plus, le volume d'eau qui s'écoule d'un vase, jusqu'à son entière évacuation, peut être regardé comme un prisme dont l'orifice serait la base, et qui aurait pour hauteur l'espace que les premières molécules sorties parcourraient d'un mouvement retardé pareil à celui avec lequel se fait l'écoulement; mais, si ces mêmes molécules eussent toujours conservé leur vitesse initiale, celle due à la charge première, l'espace parcouru dans le même temps, ou la hauteur du prisme, et par conséquent le volume d'eau écoulé eût été double. De là, le théorème : *le volume d'eau sorti, par un orifice, d'un vase prismatique qui se vide jusqu'à ce qu'il le soit entièrement, n'est que moitié de celui qu'on aurait eu, pendant le temps que le vase a mis à se vider, si l'écoulement s'était fait constamment sous la charge qui avait lieu au commencement.*

Temps qu'un  
bassin met à  
se vider.

88. Soit  $H$  cette charge,  $A$  la section horizontale du bassin toujours supposé prismatique,  $T$  le temps qu'il mettra à se vider. Le volume d'eau écoulé pendant ce temps, c'est-à-dire toute l'eau qu'il contenait (au-dessus de l'orifice) est  $A \times H$ . Le volume qui se fût écoulé, dans le même temps, sous la charge  $H$ , d'après le théorème ci-dessus, eût été  $2AH$  : ce même volume, ou la dépense pendant le temps  $T$ , est aussi (16)  $mST \sqrt{2gH}$ . Égalant ces deux valeurs, et dé-

gageant  $T$ , on a

$$T = \frac{2AH}{mS\sqrt{2gH}} = 2 \frac{A\sqrt{H}}{mS\sqrt{2g}}.$$

Si on représente par  $T'$  le temps que le volume  $AH$  eût mis à s'écouler sous la charge constante  $H$ , on aurait encore eu

$$AH = mST' \sqrt{2gH} \text{ ou } T' = \frac{A\sqrt{H}}{mS\sqrt{2g}}.$$

Ainsi,

$$T = 2T' :$$

*c'est-à-dire que le temps qu'un bassin prismatique met à se vider est double du temps que toute son eau aurait mis à s'écouler si la charge fût demeurée ce qu'elle était au commencement de l'écoulement.*

Temps que le niveau met à baisser d'une quantité donnée.

89. Pour avoir le temps  $t$  que le niveau d'un tel bassin met à baisser d'une quantité donnée  $a$ , on prend celui qu'il eût mis à se vider entièrement

et qui est  $\frac{2A\sqrt{H}}{mS\sqrt{2g}}$  : on prend ensuite le temps qu'il

mettrait encore à se vider, non plus à partir du niveau premier, mais de celui auquel il sera descendu, après avoir baissé de  $a$  ; la charge sera alors

$H - a$  ; nous la désignerons par  $h$ , et on aura  $\frac{2A\sqrt{h}}{mS\sqrt{2g}}$ .

Le temps demandé n'étant évidemment que la différence entre ceux dont nous venons de donner l'expression, il en résulte que

$$t = \frac{2A}{mS\sqrt{2g}} (\sqrt{H} - \sqrt{h})$$

Exemple. On a un bassin prismatique dont la section horizontale est un carré de 0<sup>m</sup>975 de côté, et qui est percé, dans le bas, d'un orifice de 0<sup>m</sup>0271 de diamètre : il est rempli d'eau jusqu'à

une hauteur de 3<sup>m</sup>79 au-dessus du centre de l'orifice. On demande le temps que le niveau mettra à baisser de 1<sup>m</sup>30, à compter du moment de l'ouverture de l'orifice.

On a,  $A = 0^m975 \times 0^m975 = 0^m9506$ ;  $S = \pi (0,0271)^2 = 0^m000577$ ;  $H = 3^m79$ ;  $A = 3^m79 - 1^m30 = 2^m49$ ; et  $m$ , d'après le tableau du n° 26, sera 0,61. Ainsi,

$$t = \frac{2 \times 0,9506}{0,61 \times 0,000577 \sqrt{2g}} (\sqrt{3,79} - \sqrt{2,49}) = 450'' = 7' 30''.$$

Bossut, opérant avec les données ci-dessus, a eu 7' 25''5.

Cet auteur a fait encore, avec le même appareil, les trois expériences dont les résultats sont ci-contre. Quoique ceux du calcul soient généralement un peu plus forts, l'excès est si petit qu'on peut le négliger: il n'est vraisemblablement que l'effet de quelque petite erreur d'observation.

| DIA-<br>MÈTRE<br>de<br>l'orifice. | ABAIS-<br>SEMENT<br>du<br>niveau. | TEMPS<br>de l'abaissement<br>d'après |             |
|-----------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|-------------|
|                                   |                                   | l'expé-<br>rience.                   | la formule. |
| mèt.                              | mèt.                              |                                      |             |
| 0,0271                            | 2,92                              | 20' 25''                             | 20' 41''    |
| 0,0541                            | 2,92                              | 5' 5''                               | 5' 10''     |
| 0,0541                            | 1,30                              | 1' 52''                              | 1' 52''     |

Je ferai remarquer que le temps qu'un vase met à se vider entièrement ne saurait être déterminé exactement par les formules: lorsque l'eau, en baissant, n'est plus qu'à quelques centimètres du fond, il s'y forme un entonnoir dont l'air occupe le milieu et rétrécit ainsi l'orifice de sortie. En outre, lorsque l'eau n'est plus qu'à cinq ou six millimètres du fond, l'attraction moléculaire retient ses particules les unes contre les autres, et l'écoulement s'arrête, ou bien il n'a plus lieu que goutte à goutte.

90. L'expression du temps que le fluide met à baisser d'une certaine quantité donne, par une simple transformation, la grandeur de l'abaissement, ainsi que le volume d'eau écoulé durant ce temps.

Volume  
d'eau écoulé  
en un temps  
donné.

Pour la grandeur de l'abaissement  $H - h$ , on a

$$\frac{tmS\sqrt{2g}}{A} \left( \sqrt{H} - \frac{tmS\sqrt{2g}}{4A} \right).$$

En multipliant cette expression par  $A$  (ce qui se borne à effacer  $A$  dans le facteur complexe), on obtient le volume d'eau écoulé dans le temps  $t$ .

Soit, par exemple, un bassin dont la partie supérieure, qui est sensiblement prismatique, a mille mètres carrés de superficie : l'eau en sort par une ouverture de vanne de 0<sup>m</sup>65 de large sur 0<sup>m</sup>85 de hauteur ; au moment où on lève la pelle, le niveau est à 2<sup>m</sup>70 au-dessus de cette ouverture. On demande de combien il baissera en une heure de temps.

Ici,  $A = 1000^{\text{mm}}$ ,  $S = 0^{\text{m}}65 \times 0^{\text{m}}85 = 0^{\text{mm}}05525$ ,  $H = 2^{\text{m}}70$ ,  $t = 1^{\text{h}} = 3600''$ , et  $m$ , pour les ouvertures de vanne, est à peu près 0,70. En conséquence, l'abaissement demandé sera

$$\frac{3600 \times 0,70 \times 0,05525 \times 4,43}{1000} \left( \sqrt{2,70} - \frac{3600 \times 0,70 \times 0,05525 \times 4,43}{4 \times 1000} \right) = 0^{\text{m}}918.$$

Pour le volume d'eau écoulé, dans le temps de cet abaissement, on aurait  $1000 \times 0,918 = 918^{\text{mm}}$ .

Cas où le bassin reçoit un courant pendant qu'il se vide.

91. Admettons que le bassin prismatique, tout en se vidant, reçoit un courant (fournissant moins d'eau qu'il n'en sort du bassin), et déterminons, dans ce nouveau cas, le temps que le niveau mettra à baisser d'une quantité donnée.

Conservons les dénominations ci-dessus, appelons de plus  $q$  le volume d'eau arrivant au bassin en une seconde de temps, et  $x$  la grandeur de l'abaissement dans le temps  $t$  :  $dx$  sera la hauteur dont le fluide baissera, pendant l'instant infiniment petit  $dt$ , au bout du temps  $t$ .  $Adx$  exprimerait le volume d'eau écoulé durant cet instant, si le bassin ne recevait aucun affluent : mais comme il reçoit  $q$  en une seconde, et par conséquent  $qdt$  en  $dt$ , le volume d'eau réellement sorti sera  $Adx + qdt$ . Ce même volume, d'après la formule de la dépense par les orifices (16), est encore exprimé par  $mSdt\sqrt{2g(H-x)}$ , on aura donc

$$Adx + qdt = mSdt\sqrt{2g(H-x)};$$



et, en faisant  $H - x = h$ , d'où  $-dx = dh$ ,

$$qdt - A dh = mS dt \sqrt{2g} \sqrt{h};$$

qui donne

$$dt = \frac{-A dh}{mS \sqrt{2g} \sqrt{h - q}}.$$

Pour intégrer cette équation, je fais

$mS \sqrt{2g} \sqrt{h - q} = y$ , et il vient

$$dt = \frac{-A}{m^2 S^2 g} \left( dy + q \frac{dy}{y} \right),$$

dont l'intégral est

$$t = -\frac{A}{m^2 S^2 g} \left( y + q \log \text{hyp } y \right) + C.$$

Remettant pour  $y$  sa valeur ci-dessus, déterminant la constante pour l'origine du mouvement, où  $t = 0$ ,  $x = 0$  et  $h = H$ , se rappelant qu'aux logarithmes hyperboliques on peut substituer les logarithmes ordinaires en multipliant ces derniers par 2,303, on aura finalement

$$t = \frac{2A}{(mS\sqrt{2g})^2} \left\{ mS\sqrt{2g} (\sqrt{H-q} - \sqrt{h-q}) + 2,303 q \log \frac{mS\sqrt{2gH-q}}{mS\sqrt{2gH-q}} \right\}.$$

Lorsqu'il n'y a point d'affluent,  $q = 0$  et l'on a l'équation du n° 89.

Un étang, ramené à la forme prismatique, a 3600<sup>mm</sup> de superficie et 5<sup>m</sup>50 de profondeur : il est alimenté par un ruisseau donnant 0<sup>mm</sup>95 d'eau par seconde : la vanne de fond, lorsque la pelle est entièrement levée, à 1<sup>m</sup>10 de large et 0<sup>m</sup>60 de hauteur. On demande le temps que l'étang mettra à se vider jusqu'à 0<sup>m</sup>10 au-dessus du bord supérieur du puits. (D'après ce qui a été dit au n° 89, les formules ne sauraient rendre le temps de l'abaissement, lorsque le niveau du fluide n'est plus qu'à une petite hauteur au-dessus de l'orifice de sortie).

On a ici, pour la charge au-dessus du centre de cet orifice, au moment de la levée de la vanne, ou pour  $H = 3^m 20 (= 3,50 - 0,60)$ ; pour la charge à la fin, ou  $h = 0^m 40 (= 0,60 + 0,10)$ ;  $S = 1^m 10 \times 0^m 60 = 0^m 66$ ;  $A = 3600^m$ ;  $q = 0^m 95$ ;  $m = 0,70$  :

par suite,  $mS\sqrt{2g} = 2,0462$ , et  $\log \frac{mS\sqrt{2gH} - q}{mS\sqrt{2gh} - q} = \log \frac{2,7105}{0,3442} = \log 7,875 = 0,8962$ .

D'après cela, l'équation devient

$$t = \frac{2 \times 3600}{(2,0462)^2} \left\{ 2,0462 (\sqrt{3,2} - \sqrt{0,4}) + 2,303 \times 0,95 \times 0,8962 \right\} \\ = 744,2'' = 12' 24''. \text{ C'est le temps demandé.}$$

92. Si l'on avait à déterminer la grandeur de l'abaissement du niveau en un temps donné, la question se réduirait à déterminer la charge  $h$  à la fin de ce temps : et on la retrancherait de la charge  $H$  au commencement de l'écoulement. Pour avoir  $h$ , on mettra successivement, dans l'équation du numéro précédent, plusieurs valeurs jusqu'à ce qu'elle se trouve satisfaite.

Soit l'étang dont il vient d'être question, et qu'il s'agisse de savoir de combien la surface y baissera en une heure de temps,  $H$  étant toujours de  $3^m 20$  : on a en outre  $t = 3600''$ ,  $A = 3600^m$ ,  $q = 0^m 95$  et  $mS\sqrt{2g} = 2,0462$ .

On mettra ces valeurs numériques dans l'équation, à laquelle on donnera, après réduction, la forme suivante,  $3600 - 1719,5 \{ 3,6604 - 2,046\sqrt{H} + 0,9473 - 2,1875 + \log (2,046\sqrt{h} - 0,95) \} = 0$ .

On fera d'abord  $h = 1,5$ ; l'équation deviendra  $+ 709 = 0$  puis  $h = 1,30$ , et on aura  $- 51 = 0$  puis  $h = 1,22$ , . . . . .  $+ 5 = 0$  et finalement  $h = 1,2184$   $0 = 0$

Ainsi, la valeur de  $h$  sera  $1^m 21,84$ ; et par suite l'abaissement demandé égalera  $3,20 - 1,2184 = 1^m 982$ .

Cas où l'eau  
sort par un  
déversoir.

93. Dans le cas où l'eau sortirait d'un bassin par un déversoir, en admettant que ce bassin ne reçoit

pas de nouvelle eau, on aurait, d'après ce qui vient d'être dit, et d'après ce qui a été exposé ailleurs (70),  $Adx = \frac{2}{3} ml (H - x) dt \sqrt{2g} \sqrt{H - x}$ ; d'où, par une méthode analogue à celle dont on a fait usage ci-dessus, on déduit

$$t = \frac{3A}{ml\sqrt{2g}} \left( \frac{1}{\sqrt{h}} - \frac{1}{\sqrt{H}} \right).$$

Qu'on ait, par exemple un bassin dont la surface soit de 100<sup>mm</sup>, et sur un des bords duquel il y a un déversoir de 0<sup>m</sup>50 de large : le niveau de l'eau est à 0<sup>m</sup>80 au-dessus du seuil. On demande combien de temps il mettra pour baisser de 0<sup>m</sup>60.

Ici  $A = 0^m80 - 0^m60 = 0^m20$ ,  $H = 0^m80$ ,  $A = 100^m$ ,  $t = 0^m50$ , et  $m = 0,61$  : de sorte que

$$t = \frac{3 \times 100}{0,61 \times 0,50 \times 4,43} \left( \frac{1}{\sqrt{0,2}} - \frac{1}{\sqrt{0,8}} \right) = 248'' = 4' 8''.$$

94. Il n'a été question jusqu'ici que des vases ou bassins prismatiques; la détermination du temps de l'écoulement, pour toute autre forme, serait beaucoup plus compliquée; elle est même impossible dans la plupart des cas qui peuvent se présenter.

Cas  
des bassins  
non prisma-  
tiques.

L'équation fondamentale est bien toujours  $Adx = mSdt\sqrt{2g(H-x)}$ ; d'où

$$dt = \frac{Adx}{mS\sqrt{2g(H-x)}}.$$

Mais ici  $A$  est variable, et on ne peut effectuer l'intégration qu'après avoir exprimé  $A$  en fonction de  $x$  : cela ne pourra se faire qu'autant qu'on connaîtra la loi suivant laquelle il décroît, et par conséquent qu'autant que le bassin sera un solide de révolution dont l'équation de la courbe génératrice est connue.

Dans tous les autres cas, il faudra procéder par approximation et par parties. A cet effet, on divisera le bassin en tranches horizontales d'une petite épaisseur : chacune sera regardée comme un prisme, et l'on déterminera, à l'aide des formules ci-dessus, le temps qu'elle mettra à se vider. La somme de ces temps partiels sera le temps que l'eau aura mis à baisser d'une quantité égale à la somme des hauteurs des prismes.

Soit, par exemple, un étang dont la surface fluide est de  $31500^{\text{mm}}$ , et dans lequel elle se tient à  $2^{\text{m}}40$  au-dessus du centre d'une ouverture de fond, garnie d'une buse pyramidale ayant  $0^{\text{m}}45$  de côté en carré à la bouche de sortie. On demande le temps qu'il faudra pour que la surface baisse d'un mètre, lorsque cette bouche sera ouverte.

On supposera la tranche d'eau d'un mètre d'épaisseur divisée en deux tranches d'un demi-mètre chacune : d'après les plans et profils de l'étang, qu'on aura levés avec soin et détail, on déterminera la section moyenne de la première tranche; admettons qu'elle est de  $26700^{\text{mm}}$ ; et que celle de la seconde est de  $16900^{\text{mm}}$ . Pour la première, on a  $h = 1^{\text{m}}90 (= 2,40 - 0,50)$ , et pour l'autre  $1^{\text{m}}40$ .

En conséquence, le temps que la première mettra à se vider,  $0,98$  étant le coefficient de la dépense par la buse (51), sera (89)

$$\frac{2 \times 26700}{0,98(0,45)^2 \times 4,43} (\sqrt{2,4} - \sqrt{1,9}) = 10379'' = \dots 2^{\text{h}} 52' 59''$$

Pour la deuxième tranche, on aurait  $\dots 2^{\text{h}} 4' 56''$

Ainsi, le temps de l'abaissement demandé sera  $\dots 4^{\text{h}} 57' 55''$

## CHAPITRE III.

DE L'ÉCOULEMENT, LORSQUE LE FLUIDE PASSE D'UN RÉSERVOIR  
DANS UN AUTRE.

Si un réservoir contenant un fluide, au lieu de le verser dans l'atmosphère par un orifice percé dans sa partie inférieure, le verse dans un autre réservoir renfermant déjà une certaine quantité de même fluide, de manière à ce que l'orifice de communication en soit recouvert, on aura à distinguer trois cas.

95. D'abord, celui où chacun des deux réservoirs conserve sensiblement son même niveau; ce qui arrive lorsqu'un bief de canal fournit l'eau au bief immédiatement inférieur, par un pertuis placé au-dessous du niveau de ce dernier. L'eau est retenue dans le bief supérieur par une porte d'écluse AB, au bas de laquelle est l'ouverture dont BD représente la hauteur.

Le niveau  
étant constant  
dans  
chacun des  
deux réservoirs.

Fig. 19.

Il s'agit de déterminer la quantité d'eau qui en sortira dans l'unité de temps.

Soit  $m$  une molécule fluide placée à un point quelconque de l'ouverture, la pression ou force qui tend à la faire sortir est représentée par  $Am$ ; mais de l'autre côté est une force  $Cm$ , qui tend à empêcher la sortie, et qui agit dans un sens directement opposé; de sorte que la résultante ou la force en vertu de laquelle  $m$  sortira, est  $Am - Cm = AC$ . Pour une autre molécule  $n$ , on aurait également  $An - Cn = AC$ . Ainsi toutes les molécules sortiront avec des vitesses égales et dues à la différence de niveau AC.

En général, lorsqu'un fluide passe d'un réservoir dans un autre, par un orifice reconvert du fluide qui est dans ce dernier, la charge effective sur chacun des points de l'orifice, et par conséquent la hauteur due à la vitesse de sortie, en un instant quelconque, est la différence de niveau des deux réservoirs à ce même instant. Tel est le principe fondamental des écoulements, objet de ce chapitre.

96. Si  $h'$  est la différence de niveau des deux réservoirs,  $S$  étant toujours la section des pertuis,  $m$  le coefficient de contraction pour cet orifice, et  $Q$  la dépense en une seconde, on aura

$$Q = mS\sqrt{2gh'}.$$

Mais  $m$  a-t-il, dans ce cas, une même valeur que lorsque l'écoulement se fait dans l'atmosphère; en d'autres termes, la veine fluide se contracte-t-elle également dans l'air ou dans l'eau? Il y a cent ans que Daniel Bernoulli a répondu d'une manière affirmative : ayant pris un vase cylindrique percé, à son fond, d'un orifice, et rempli d'eau, il remarqua que la surface fluide y baissait d'une même quantité dans un même temps, soit que l'orifice fût en plein air, soit qu'il plongeât un peu dans l'eau dormante (*Hydrodyn.*, p. 129). Plusieurs expériences faites sur les pertuis des portes d'écluse, indiquent une dépense à peu près égale; soit que ces pertuis se trouvent sous l'eau, soit qu'ils se trouvent à découvert; elles donnent, dans les deux circonstances, 0,625 (28) pour coefficient de réduction de la dépense théorique à la dépense réelle. Ainsi.

$$Q = 0,625 S \sqrt{2gh'} = 2,77 S \sqrt{h'}.$$

97. Passons au cas où le réservoir inférieur, celui qui reçoit l'eau est limité comme le serait un bassin de moyenne grandeur; tandis que le réservoir supérieur est toujours regardé comme d'une étendue indéfinie, ou plutôt comme entretenu à un même niveau. Lorsque l'orifice de communication sera ouvert, à mesure que l'eau arrivera dans le bassin inférieur, sa surface s'y élèvera, et il s'agit de déterminer le temps qu'elle mettra pour atteindre une hauteur donnée.

Le niveau étant constant dans le réservoir supérieur et variable dans l'autre.

Soit M ce bassin, l'eau entrée par l'orifice B est déjà parvenue en C, et il faut trouver l'expression du temps qu'elle mettra pour arriver en D.

Fig. 20.

Ce problème est exactement l'inverse de celui (89) où, pour un vase qui se vide librement dans l'atmosphère, il faut assigner le temps que le fluide met à y baisser d'une quantité donnée. Dans ce cas, à mesure que l'écoulement avait lieu, la surface de l'eau au-dessus de l'orifice baissait d'un mouvement uniformément retardé. Dans le problème actuel, la surface du bassin M, poussée de bas en haut par une force, la différence du niveau des deux bassins, qui décroît suivant la même progression que décroissait la hauteur de réservoir dans l'autre cas, s'élèvera d'un mouvement également retardé, et elle mettra un même temps, pour parcourir un même espace, sous des pressions égales.

Si H est toujours la pression ou charge AC au commencement du temps  $t$ ,  $h$  la charge AD à la fin, A l'aire de la section du bassin qui se remplit, S la section de l'orifice B,  $m$  le coefficient de contraction, on aura encore ici

$$t = \frac{2A}{mS\sqrt{2g}} (\sqrt{H} - \sqrt{h}),$$

et, pour le temps du remplissage entier jusqu'en A,

$$T = \frac{2A}{mS\sqrt{2g}} \sqrt{H}.$$

Ces formules sont d'un grand usage; elles servent à déterminer le temps qu'il faut pour remplir un sas d'écluse.

Faisons une application au canal de Languedoc ou canal du Midi. En admettant le sas moyen, tel qu'il est donné dans l'*Histoire* de ce canal par le général Andréossy (tome I, pag. 158 et 251), on a

|                                                                                                          |                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| Longueur du sas d'une porte à l'autre . . . . .                                                          | 35 <sup>m</sup> 08                        |
| Largeur du sas (renflé au milieu). . . . .                                                               | de 6 <sup>m</sup> 50 à 11 <sup>m</sup> 04 |
| Chute d'un bief à l'autre. . . . .                                                                       | 2 <sup>m</sup> 274                        |
| Section horizontale du sas $\frac{740,39}{2,274}$ . . . . .                                              | 325 <sup>mm</sup> 6                       |
| Section d'un puits . . . . .                                                                             | 0 <sup>mm</sup> 6286                      |
| Le niveau du bief supérieur au-dessus du centre du puits est à . . . . .                                 | 1 <sup>m</sup> 949                        |
| Du même centre jusqu'au bief inférieur, on a. . . .                                                      | 0 <sup>m</sup> 325                        |
| Le coefficient de contraction, les deux puits de la porte d'amont étant ouverts à la fois, est (29). . . | 0,548                                     |

Considérons d'abord la partie du sas qui est au-dessous du centre de l'orifice. Le temps de son remplissage, déterminé par la règle des écoulemens en plein air (16), sera, en observant qu'on a deux puits ouverts,

$$\frac{325,6 \times 0,325}{0,548 \times 2 \times 0,6286 \sqrt{2g} \sqrt{1,949}} = 24''85.$$

Pour la partie qui est au-dessus du centre de l'orifice, par la formule que nous venons d'établir, on aura

$$\frac{2.325,6 \sqrt{1,949}}{0,548 \times 2 \times 0,6286 \sqrt{2g}} = 298''.$$

Ainsi, le temps pour remplir le sas entier sera de 323'' ou de 5' 23''.



L'historien du canal donne, pour ce temps, de 5' à 6' : son terme moyen, 5' 36'', ne différerait presque pas du résultat des formules.

98. Des expériences faites, en Allemagne, sur une écluse du canal de Bromberg, et rapportées par Eytelwein (*Handbuch*, § 120), mettront encore mieux à même de comparer les résultats du calcul avec ceux de l'expérience.

Le sas avait 49<sup>m</sup>59 de long, sa largeur était de 6<sup>m</sup>59 à 9<sup>m</sup>10 et sa section de 422<sup>mm</sup> : les pertuis avaient 0<sup>m</sup>6277 (2 pieds du Rhin) de large; la hauteur de l'un était de 0<sup>m</sup>4185 et celle de l'autre 0<sup>m</sup>5623. L'eau a été donnée d'abord par le premier et puis par le second; ainsi l'on a eu deux séries d'expériences. Dans chacune, on a préalablement laissé monter l'eau dans le sas jusqu'à 0<sup>m</sup>06 au-dessus du bord supérieur du pertuis; alors le bord du premier pertuis se trouvait à 2<sup>m</sup>223 en contre-bas du niveau du bief supérieur, et le bord du second était à 2<sup>m</sup>197. On comptait le nombre de secondes que l'eau mettait à s'élever d'une certaine quantité (1 ou 1<sup>re</sup>) jusqu'à ce que le sas fût plein. Les résultats obtenus sont donnés ci-contre.

Le temps des élévations partielles a été encore calculé par la formule

$$t = \frac{2A}{m\sqrt{2g}} (\sqrt{H} - \sqrt{h}),$$

où  $m$  a été fait égal à 0,625.

Là valent de H, dans chacune de ces expériences partielles, est la somme des élévations notées dans la seconde colonne et prises à partir du bas de la colonne, y compris l'élévation correspondante au temps indiqué vis-à-vis;  $A$  est cette même somme, mais sans y comprendre cette élévation : ainsi, pour la seconde des expériences portées au tableau, on aurait  $H = 0,3399 + 0,6277 + 0,6277 = 1,5953$ , et  $A = 0,3399 + 0,6277 = 0,9676$ . On voit, par la comparaison des deux dernières colonnes, que les résultats du calcul concordent assez bien avec ceux de l'expérience; si, dans la dernière observation, on trouve une assez forte différence, elle provient vraisemblablement de l'extrême difficulté qu'il y a de

| NUMERO<br>du pertuis. | QUANTITÉ<br>dont l'eau<br>s'élevait. | TEMPS<br>de l'élévation,<br>d'après |                    |
|-----------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|--------------------|
|                       |                                      | le<br>calcul.                       | l'expé-<br>rience. |
| 1                     | 0 <sup>m</sup> 6277                  | 260''                               | 263''              |
|                       | <u>0<sup>m</sup>6277</u>             | <u>319</u>                          | <u>327</u>         |
|                       | 0 <sup>m</sup> 6277                  | <u>453</u>                          | <u>491</u>         |
|                       | 0 <sup>m</sup> 3399                  | <u>667</u>                          | <u>682</u>         |
|                       | <u>2<sup>m</sup>2230</u>             | <u>1704</u>                         | <u>1763</u>        |
| 2                     | 0 <sup>m</sup> 31385                 | 93                                  | 90                 |
|                       | 0 <sup>m</sup> 31385                 | <u>102</u>                          | <u>102</u>         |
|                       | 0 <sup>m</sup> 31385                 | <u>112</u>                          | <u>114</u>         |
|                       | 0 <sup>m</sup> 31385                 | <u>128</u>                          | <u>128</u>         |
|                       | 0 <sup>m</sup> 31385                 | <u>151</u>                          | <u>149</u>         |
|                       | 0 <sup>m</sup> 31385                 | <u>197</u>                          | <u>197</u>         |
|                       | 0 <sup>m</sup> 31385                 | <u>476</u>                          | <u>454</u>         |
|                       | <u>2<sup>m</sup>197</u>              | <u>1259</u>                         | <u>1234</u>        |

saisir exactement le moment où l'eau finit de monter dans le sas, l'élévation dans les derniers moments ne croissant plus que par degrés infiniment petits.

Le niveau  
des deux  
réservoirs  
étant  
variable.

Fig. 21.

99. Venons au troisième cas que peuvent présenter deux réservoirs communiquant entre eux; à celui où tous les deux étant limités, et aucun d'eux ne recevant de nouvelle eau, celle qui se trouve dans l'un baisse pendant qu'elle s'élève dans l'autre. Tel est le cas des deux bassins K et L, communiquant par un gros tuyau EF portant un robinet en G. Avant que ce robinet soit ouvert, le niveau de l'eau est en AB dans le premier bassin, et en CO dans le second: au bout d'un certain temps, après l'ouverture de la communication, il est descendu en MN dans le premier, et il est monté en PQ dans le second; il faut trouver la relation entre ces deux élévations, ou *vice versa* de la relation entre les élévations, il faut conclure le temps de l'écoulement.

Soit:  $t$  = ce temps,  $BE = H$ ,  $CF = h$ ,  $NE = x$ ,  $PF = y$ ,  $A$  = section du premier récipient,  $B$  = section du second,  $s$  = section du tuyau de communication; on comprendra dans  $m$  l'effet de la résistance du tuyau. Pendant que le fluide se sera élevé dans le second bassin de la quantité  $dy$ , durant l'instant  $dt$ , il aura baissé dans l'autre de  $dx$ , et, en remarquant que  $x$  diminue lorsque  $y$  et  $t$  augmentent, on aura

$$A dx = - B dy,$$

et (16)  $A dx = - ms \sqrt{2g(x-y)} \cdot dt$ , ou

$$dt = - \frac{A dx}{ms \sqrt{2g} \sqrt{x-y}}.$$

La première équation étant intégrée, en observant que lorsque  $x=H$ ,  $y=h$ , devient

$$Ax + By = AH + Bh.$$

En y prenant la valeur de  $y$  et la mettant dans la précédente, intégrant et observant que  $x=H$ , quand  $t=0$ ; on a

$$t = \frac{2A\sqrt{B}}{ms\sqrt{2g(A+B)}} \left\{ \sqrt{B(H-A)} - \sqrt{(A+B)x - AH - BA} \right\}.$$

Si l'on voulait savoir le temps que le fluide mettrait pour arriver à un même niveau, dans les deux bassins, on ferait  $x=y=\frac{AH+BA}{A+B}$ , et cette valeur, mise dans l'équation ci-dessus, donnerait

$$t = \frac{2AB\sqrt{H-A}}{ms\sqrt{2g(A+B)}}.$$

Qu'on ait, par exemple, dans la double écluse d'un canal de navigation, deux sas contigus. Lorsqu'un bateau qui remonte le canal est entré dans le sas inférieur par sa porte d'aval, on la ferme; on lève les vannes de celle qui le sépare du sas supérieur (dont la porte d'amont est fermée): l'eau baisse dans ce sas et monte dans l'autre, jusqu'à ce qu'elle soit à un niveau commun: alors on ouvre la porte de séparation, et le bateau est introduit dans le sas supérieur. On demande le temps qui s'écoulera depuis le moment de la levée des vannes, jusqu'à celui où l'eau est au même niveau dans les deux sas. Je suppose qu'il s'agit de la double écluse de Bayard, près de Toulouse (1): comptons le temps à partir du moment où l'eau, arrivant dans le sas inférieur, a atteint le centre du pertuis des vannes: alors on a  $H=4^m14$  et  $A=0^m24$ ; de plus,  $A=205^m$ ,  $B=215^m$ ,  $s=1^m249$  (pour les deux pertuis), et  $m=0,548$ . On aura donc

$$t = \frac{2,205 \times 215 \times \sqrt{4,14 - 0,24}}{0,548 \times 1,249 \sqrt{2g \times 420}} = 137'' = 2' 17''.$$

(1) *Histoire du canal du Midi*. Tome I, page 251; tome II, pl. XI.

L'expérience m'a donné 2' 29". Cet excès de 12" provient de ce que les vannes n'étaient pas encore entièrement levées, lorsque l'eau a atteint le centre de leurs ouvertures; et la formule suppose qu'elles l'étaient.

*Nota.* Les vases partagés en différens compartimens, par des cloisons ou diaphragmes percés d'orifices, présentent, durant l'écoulement des fluides qu'ils renferment, divers phénomènes qui ont donné lieu à d'intéressantes considérations mathématiques. Mais comme ces questions sont d'un plus grand intérêt sous le rapport de l'analyse que sous celui d'une application immédiate à la pratique, nous ne nous y arrêterons pas, et nous renverrons aux ouvrages où il en est spécialement traité, et notamment à l'*Hydrodynamique* de Daniel Bernoulli, section VIII; et à celle de Bossut, tom. I, 2<sup>e</sup> partie, chap. VII.

---

---

## SECONDE SECTION.

### DES EAUX COURANTES.

100. Les eaux qui coulent naturellement à la surface du globe y forment des ruisseaux, des rivières ou des fleuves que nous comprendrons ici sous le nom générique de *rivières*. On voit encore d'autres eaux couler dans des *canaux* creusés par la main des hommes.

Les unes et les autres se meuvent à découvert : mais il en est encore que l'on enferme dans des *tuyaux de conduite*, pour les mener convenablement sur un point donné. Enfin, on a celles qui sortent de ces tuyaux sous forme de *jets d'eau*.

La considération des diverses circonstances du mouvement, dans ces quatre états, fera l'objet des quatre chapitres de la seconde section.

### CHAPITRE PREMIER.

#### DES CANAUX.

101. Les canaux, différant en cela des rivières, Définitions. ont un lit régulier, ayant partout même pente, même profil; et ils mènent un même volume d'eau sur toute leur longueur. Dans le cas où une de ces conditions ne serait pas remplie; où, par exemple, après une certaine pente, il y en aurait une différente, il en résulterait deux canaux, l'un à la suite de l'autre.

Fig. 22.

Si, par un point quelconque  $o$  du fond d'un canal, on imagine une ligne horizontale  $op$ , la verticale correspondante  $qp$  sera la pente du canal sur la longueur  $oq$ . Elle en serait la *pente absolue*, si les points  $o$  et  $q$  étaient les deux extrémités du lit; elle sera la pente relative, ou la *pente par mètre*, ou la *pente* proprement dite si  $oq$  est d'un mètre; nous la désignerons par  $p$ . Pour une longueur  $L$  d'une portion quelconque de canal,  $D$  étant la différence de niveau entre les deux extrémités de cette portion, on aura toujours  $p = \frac{D}{L}$ : on a encore  $p = \sin e$ ,  $e$  représentant l'angle d'inclinaison  $qop$ .

La *section* d'un canal et d'un cours d'eau en général est l'aire d'une section faite, dans la masse fluide qu'il conduit, par un plan perpendiculaire à l'axe du courant: on la désignera par  $s$ . Si le canal est rectangulaire, que  $l$  en soit la largeur et  $h$  la hauteur ou profondeur d'eau, on aura  $s = lh$ : s'il est trapézoïdal,  $l$  étant sa largeur au fond, et  $n$  le talus des parois latérales, ou le rapport de leur base à leur hauteur; ce sera  $s = (l + nh)h$ , ou  $s = (l + \cos f \cdot h)h$ ,  $f$  étant l'angle d'inclinaison des parois sur l'horizon.

La partie du contour de la section fluide qui est en contact avec les parois du lit, tant celle du fond que celle des côtés ou *berges*, se nomme le *périmètre mouillé* de la section. En le désignant par  $c$ , on a, pour les canaux rectangulaires,  $c = l + 2h$ ; et, pour les trapèzes,  $c = l + 2h \sqrt{n^2 + 1}$ , ou  $c = l + \frac{2h}{\sin f}$ .

Dubuat a donné le nom de *rayon moyen* de la section, au rapport  $\frac{s}{c}$  de l'aire au périmètre mouillé de cette section.

Nous allons maintenant examiner la nature du mouvement de l'eau dans les canaux, c'est-à-dire quelle est la nature et l'expression des forces qui le produisent; puis nous établirons les formules de ce mouvement, et nous en ferons diverses applications; enfin, nous verrons la quantité d'eau que les canaux peuvent recevoir à leur entrée ou *prise d'eau*.

ART. 1<sup>er</sup>. *Nature du mouvement dans les canaux.*

102. La gravité est la seule force qui agisse sur une masse d'eau abandonnée à elle-même dans un lit de figure quelconque : elle produit tous les mouvemens qui y ont lieu.

Cause du mouvement.

Lorsque son action sur chaque molécule fluide, tant celle qu'elle y exerce directement de haut en bas, que celle qu'elle y exerce indirectement par la pression latérale des molécules circonvoisines, est détruite, et par conséquent que la masse fluide demeure en repos, sa surface est horizontale. Réciproquement, quand la surface d'un fluide sera horizontale, abstraction faite d'une impulsion antérieurement imprimée, toute action de la gravité y sera détruite, et il ne saurait y avoir de mouvement. Mais dès que la surface est inclinée, le mouvement se produit et il se continue, lors même que le fond du lit serait horizontal et même en contre-pente sur une certaine étendue. De là le principe admis en hydraulique, et dont nous allons donner une démonstration géométrique, que *le mouvement des molécules d'un cours d'eau ne provient que de la pente à la surface* : cette

pente sera comme la cause immédiate du mouvement, celle qui met la gravité à même de le produire.

Mode  
d'action  
de la gravité.

103. Voyons, avec quelque détail, la manière dont cette force exerce son action, et quelle en est la mesure, dans les différens cas qui peuvent avoir lieu, et qu'on voit représentés sur la figure 22.

Supposons d'abord que l'on ait un canal où la surface du courant soit parallèle au fond du lit; et considérons-y une tranche extrêmement mince A. Les molécules fluides qui sont sur le fond  $a'b'$ , y descendront par l'action directe de la gravité comme sur un plan incliné. Celles qui sont au-dessus, et jusqu'à la surface  $ab$ , formant comme des filets superposés aux premiers, descendront toutes de même. La portion effective de la gravité, celle qui n'est pas détruite par la résistance du lit, et qui produit le mouvement, sera représentée, ainsi que l'on sait, par la hauteur  $ac$  du plan incliné  $a'b'$  ou  $ab$ , la force entière  $g$  de la gravité l'étant par  $ab$ : et cette hauteur sera  $g \sin i$ ,  $i$  désignant l'inclinaison de la surface fluide  $ab$  par rapport à l'horizontale  $bc$ . L'action indirecte de la gravité, ou la pression latérale éprouvée par chaque molécule, étant la même dans tous les sens, à cause du parallélisme de  $ab$  et  $a'b'$ , ne donnera lieu à aucun mouvement.

Admettons maintenant un courant dont la surface soit plus inclinée que le lit, et où B soit une tranche très mince. Prenons-y en considération une molécule quelconque  $m$  traversant la tranche dans la direction  $mn$ . Cette molécule, ou plutôt le système linéaire de molécules  $mn$  éprouvera : 1<sup>o</sup> l'action directe de la gravité qui sera représentée, comme précédemment,



par la hauteur  $m$  du plan incliné  $mn$ , ou par son égale  $cd$ ,  $md$  étant pris égal à  $nb$  :  $a^\circ$  l'action indirecte, due à l'inégalité de pression sur les deux extrémités du système  $m$  et  $n$ ; à l'extrémité d'amont  $m$ , la pression est représentée, conformément aux règles de l'hydrostatique, par la hauteur de la colonne fluide  $ma$ ; à l'extrémité d'aval, elle le sera par  $nb$ ; la résultante des deux pressions, celle qui produira le mouvement égalera donc  $ma - nb = ad$ : quant aux pressions que chaque molécule du système éprouve sur ses côtés perpendiculairement à  $mn$ , elles seront égales de part et d'autre, elles se détruiront réciproquement, et elles seront sans effet. Ainsi, le système  $mn$  sera poussé, de l'amont vers l'aval, par les deux forces  $ad$  et  $cd$ , ou par leur somme  $ac$ , qui est  $g \sin i$ ,  $i$  étant toujours l'inclinaison de la surface fluide.

Lorsque le lit se trouvera horizontal, comme dans la tranche C, l'action directe de la gravité sur les molécules en contact avec le fond, sera, il est vrai, entièrement détruite par la résistance de ce fond; mais l'action indirecte, ou l'inégalité des pressions, équivaldra à  $aa' - bb' = ac = g \sin i$ . Pour toutes autres molécules  $m$ , la force motrice serait, comme dessus,  $mf + (ma - nb) = cd + da = ac = g \sin i$ .

Enfin, si le fond est en contrepente, comme en D, les molécules qui le reconvrent seront repoussées vers l'amont par la gravité relative  $ka' = cd$ ; mais, d'un autre côté, elles seront poussées vers l'aval par la différence des colonnes pressantes  $aa'$  et  $bb'$  ou par  $ad$ . En résultat, elles seront mues, dans cette dernière direction, par  $ad - cd = ac = g \sin i$ .

Force  
accélératrice.

104. Il suit de ces divers faits, que dans un cours d'eau de forme quelconque, chaque molécule, en traversant une tranche, ayant une inclinaison de surface égale à  $i$ , y reçoit de la gravité une impulsion représentée par

$$g \sin i;$$

c'est-à-dire que, si l'impulsion était continuée pendant une seconde, elle produirait une vitesse égale à  $g \sin i$  : cette expression sera donc ici celle de la force accélératrice, et elle ne dépendra que de la pente à la surface.

Cette pente peut varier pour ainsi dire à chaque pas, comme elle peut être constante sur un long espace, et alors la coupe longitudinale de la surface du courant est une ligne droite. Ce cas se présente fréquemment dans les canaux proprement dits, ceux à pente et à profil constans : les lignes de surface et de fond, ne pouvant ni converger ni diverger, seront parallèles; la surface aura une même inclinaison que le fond,  $\sin i$  se trouvera égal à  $\sin e$  ou à  $p$  (102), et la force accélératrice sera

$$gp.$$

Force  
retardatrice.

Résistance  
du lit.

105. D'après ce qui vient d'être exposé, l'eau qui coule dans un canal est continuellement soumise à l'action d'une force accélératrice; de sorte que si aucune autre force n'agissait à l'encontre, l'eau y descendrait d'un mouvement accéléré, et sa vitesse ne parviendrait jamais à l'uniformité. Elle y parvient cependant très-souvent, et au bout d'un temps assez court, au-delà duquel l'accélération est insensible : c'est un fait d'expérience; il s'observe sur presque

tous les canaux, même lorsque leur pente est très-forte. Ainsi, Bossut, faisant couler de l'eau dans un canal en bois de 200<sup>m</sup> de long, avec une pente d'un décimètre par mètre, et y ayant marqué des longueurs de 33<sup>m</sup>, a trouvé que chacune, la première exceptée, était parcourue dans un même nombre de secondes (*Hydrodyn.*, §§ 797 et suiv.). Il faut donc qu'après un certain espace de temps, une force retardatrice vienne détruire, à chaque instant, l'effet de la force accélératrice, et qu'elle lui soit égale. Alors le fluide ne se mouvra que par suite de la vitesse acquise durant les premiers momens de l'écoulement; phénomène d'ailleurs semblable à celui que présentent presque tous les mouvemens, celui des machines, par exemple.

Mais, dans les canaux, il ne peut y avoir d'autre cause du retard du mouvement, d'autre force retardatrice que celle qui provient de la résistance du lit. Cette résistance ne saurait être révoquée en doute : une expérience déjà citée (55) nous en a fourni un exemple : un tuyau de 0<sup>m</sup>63 de long a donné 0<sup>m</sup>148 d'eau en 100'' ; et lorsque sa longueur a été doublée et portée à 1<sup>m</sup>26, tout étant entièrement égal d'ailleurs, il a fallu 117'' pour obtenir le même volume. Ainsi, la vitesse du fluide a été diminuée, dans le tuyau, suivant le rapport de 117 à 100; elle ne peut l'avoir été que parce que le canal dans lequel le fluide coulait a détruit, par suite de l'augmentation de longueur, plus de vitesse, c'est-à-dire, a opposé plus de résistance : il résistait donc au mouvement.

106. Examinons la nature de cette résistance.

Lorsque de l'eau passe sur la surface d'un corps,

Nature de  
la résistance.

et qu'il n'y a point de répulsion (d'affinité négative) entre les deux substances, elle *mouille* cette surface; c'est-à-dire, qu'une mince couche du fluide s'applique contre elle, elle en pénètre les pores, et elle y est retenue, tant par cet engagement des molécules que par un effet de l'attraction moléculaire.

C'est sur un tel revêtement ou enduit aqueux, fixé contre les parois du canal, que coule la masse fluide qu'il conduit. La partie ou mince couche de cette masse, qui est immédiatement en contact avec l'enduit, glissant et frottant sur lui, engène ses molécules avec les siennes; elle y adhère et sa vitesse en est retardée. Par suite de l'adhérence des molécules fluides entre elles, ce retard, tout en diminuant graduellement, se communique de proche en proche aux couches adjacentes, jusqu'aux filets les plus éloignés. La masse prend en conséquence une vitesse moyenne moindre que celle qui aurait lieu sans l'action des parois et sans la viscosité du fluide.

La cause de cette diminution de vitesse est souvent regardée comme un effet du frottement de l'eau contre les parois de son lit. Un tel frottement, s'il a lieu, est d'une nature entièrement différente de celui des corps solides les uns sur les autres : il ne dépend plus ni de la pression ni de la nature des surfaces frottantes. Dubuat s'est convaincu, par des expériences directes, que la *résistance de l'eau est indépendante de la pression*. Il n'a encore trouvé aucune variation dans le frottement, pour les différens cas où l'eau coulait sur du verre, du plomb, de l'étain, du fer, du bois et différentes espèces de terres (Principes d'hydraul., §§ 34 et 36).

Ce dernier fait pourrait toutefois s'expliquer par l'observation que, dans tous les cas, le frottement n'a lieu que sur la couche aqueuse qui revêt les parois du lit. Mais un frottement indépendant de la pression? Il paraîtrait assez naturel d'admettre que la résistance ne provient que de l'adhérence des molécules de la masse d'eau en mouvement, tant entre elles qu'avec celles de la couche fluide déjà fixée aux parois du lit.

Cette adhérence équivaut à une force ou à un effort qu'on peut mesurer, comme tous les autres, par un poids. Dubuat a trouvé que pour détacher des plaques en fer-blanc d'une eau tranquille, avec laquelle il les avait mises en contact, il fallait, abstraction de leur propre poids, un effort de  $4^k70$  à  $5^k07$ , par mètre carré de leur surface.

Venturi a encore mis en évidence, d'une manière directe, et par une expérience d'ailleurs très-remarquable, l'effet de l'adhérence qui rend les molécules d'un fluide en mouvement capables d'entraîner celles qui leur sont contiguës dans une masse en repos. A un réservoir A, entretenu constamment plein, était adaptée une caisse remplie d'eau, dans laquelle on plaçait une auge CD ouverte à ses deux extrémités, et dont le fond s'appuyait contre le bord D. Le réservoir portait, en O, un bont de tuyau. Dès qu'il était ouvert, le jet qui en sortait, passant au travers de l'eau qui se trouvait déjà dans l'auge, entraînait la partie adjacente : celle-ci était remplacée par celle qui se trouvait auprès, laquelle l'était à son tour par l'eau de la caisse : de sorte qu'en peu de temps le niveau y avait baissé de GD en gh. — C'est principalement sur cette expérience, qui mériterait bien d'être répétée et variée de plusieurs manières, que Venturi a établi son *principe de la communication latérale du mouvement dans les fluides* ; principe qui a valu à l'hydraulique une belle suite d'expériences que nous avons fait connaître en partie (44, 53, 54).

Fig. 23.

107. Puisque la résistance est un effet de l'action des parois du lit, plus ces parois auront d'étendue, c'est-à-dire, plus, sur l'unité de longueur, le périmètre mouillé sera grand, et plus elle sera considérable.

Lois de la résistance.

Mais cette résistance du périmètre se répartira entre toutes les molécules de la section, puisque leurs

mouvemens sont liés par une adhérence mutuelle ; ainsi, plus elles seront nombreuses, c'est-à-dire, plus la section sera grande, et moins la vitesse de chacune et par conséquent la vitesse moyenne en sera altérée. L'effet de la résistance sera donc en raison inverse de la section.

Il croîtra d'ailleurs avec la vitesse. Plus elle sera grande, et plus il faudra, dans un même temps, arracher de molécules à l'adhérence des parois : plus il faudra, en outre, les arracher promptement, et par conséquent consommer plus de force : de sorte que la résistance sera en raison doublée de la vitesse. La viscosité du fluide donne encore lieu à une autre résistance, qui devient d'autant plus sensible, comparativement à la première, que la vitesse est plus petite : Dubuat avait remarqué ce fait important, et Coulomb, par une suite d'expériences faites avec l'intelligence et l'exactitude qui le caractérisent, a trouvé qu'elle est simplement proportionnelle à la vitesse (1). Ainsi, l'expression du rapport entre la résistance et la vitesse présente deux termes ; dans l'un, la vitesse est à la deuxième puissance ; et dans l'autre à la première : ce dernier, qui n'est qu'une faible fraction de la vitesse, disparaît dans les grandes vitesses ; il est toujours inférieur à l'autre, tant que la vitesse excède 0<sup>m</sup>07 ; mais au-dessous, il devient prépondérant.

En somme, la résistance que l'eau éprouve en se mouvant dans un canal est proportionnelle au périmètre mouillé, au carré de la vitesse plus une frac-

---

(1) *Mémoires de l'Institut, classe des sciences.* Tom. III.

tion de la vitesse, et elle est en raison inverse de la section. L'expérience a, en outre, fait voir qu'il en était à très peu près ainsi.

Avec les dénominations déjà admises dans ce chapitre, en appelant  $bv$  la fraction de la vitesse à admettre et  $a'$  un multiplicateur constant, l'expression de la résistance sera

$$a' \frac{c}{s} (v^2 + bv).$$

108. D'après ce qui vient d'être dit sur la résistance du lit et sur ses effets, les divers filets d'un fluide en mouvement dans un canal ont une vitesse d'autant plus grande qu'ils sont plus éloignés des parois; ils ont ainsi des vitesses différentes. Cependant, dans l'estimation de la *dépense du canal*, on peut admettre que leur ensemble, ou la masse d'eau en mouvement, est douée d'une vitesse moyenne : ce sera, comme précédemment (57,79), celle qui, étant multipliée par la section du canal, donne le volume d'eau écoulé en une seconde. De sorte que si  $Q$  représente ce volume,  $s$  étant la section et  $v$  la vitesse moyenne, on aura  $Q = sv$ .

Vitesse  
moyenne.

109. Puisque la vitesse des divers filets fluides d'un cours d'eau est d'autant plus grande qu'ils sont plus éloignés des parois du lit, la plus forte vitesse, dans un canal, sera à la surface du courant : à son milieu, si le profil transversal est régulier; et s'il ne l'est pas, aux parties à peu près correspondantes à la plus grande profondeur; c'est là que se trouve généralement le *fil de l'eau*, ou filet de plus grande vitesse.

Rapport  
de la vitesse  
moyenne à  
celle de la  
surface.

Cette vitesse de la surface étant celle qui détermine le plus aisément, par l'expérience, la connaissance

de son rapport avec la vitesse moyenne, serait d'un bien grand intérêt pour la pratique; elle mettrait à même de conclure cette dernière vitesse, et par suite d'obtenir facilement la dépense. Aussi la recherche de ce rapport a-t-elle été l'objet des observations de plusieurs hydrauliciens, ainsi que nous le verrons au chapitre des *Rivières* (153, 154): bornons-nous ici à ce qui concerne les canaux.

Dubuat est le seul, à ma connaissance, qui ait fait des expériences précises sur cet objet. Elles sont au nombre de trente-huit: elles ont été exécutées sur deux canaux en bois de 43<sup>m</sup> de long; l'un, de forme rectangulaire, avait 0<sup>m</sup>487 de large; la section de l'autre était un trapèze dont la petite base avait 0<sup>m</sup>156, et dont les côtés étaient inclinés de 36° 20' à l'horizon ( $n = 1,36$ ): la profondeur d'eau y a varié de 0<sup>m</sup>054 à 0<sup>m</sup>273 seulement, et la vitesse de 0<sup>m</sup>16 à 1<sup>m</sup>30. Dubuat a conclu de ces expériences que le rapport entre la vitesse de la surface et celle du fond est d'autant plus grand que la vitesse est plus petite, et que ce rapport est entièrement indépendant de la profondeur; à la même vitesse de surface correspond toujours une même vitesse de fond. Il a observé de plus que la vitesse moyenne est une moyenne proportionnelle entre celle de la surface et celle du fond. Appelant  $u$  cette dernière,  $V$  celle à la surface et  $v$  la vitesse moyenne, il a rendu le résultat de ses observations par les formules  $u = (\sqrt{V} - 0,165)^2$ , et  $v = \frac{1}{2}(V + u) = (\sqrt{V} - 0,082)^2 + 0,00677$ .

M. de Prony, après avoir discuté les expériences de Dubuat, a cru plus convenable d'établir



$$v = V \frac{V + 2,372}{V + 3,153}$$

| V    | v      |
|------|--------|
| 0,25 | 0,77 V |
| 0,5  | 0,79 V |
| 1    | 0,81 V |
| 1,50 | 0,83 V |
| 2    | 0,85 V |

J'indique ci-contre les valeurs de  $v$  correspondantes à quelques valeurs de  $V$ , et données par cette formule.

M. de Prony, prenant un terme moyen, a pensé que, dans la pratique, on pouvait admettre  $v = 0,8V$ ; c'est-à-dire que, pour avoir la vitesse moyenne d'un courant d'eau, il suffirait de diminuer d'un cinquième celle de la surface.

#### ART. 2. *Formules du mouvement et applications.*

110. Nous avons ici deux sortes de mouvement à considérer.

Deux sortes  
de  
mouvement.

Le plus souvent la surface d'un courant qui coule dans un canal long et régulier finit par y prendre une pente constante, qui est la même que celle du fond du lit (104), et cette surface devient parallèle à ce fond. Alors toutes les sections transversales sont égales; la vitesse moyenne y est en conséquence la même dans toutes, et *le mouvement est uniforme*.

Mais souvent aussi la pente de la surface varie d'un point à un autre, elle n'est plus la même que celle du fond; et, aux divers points du canal, les sections et par suite les vitesses ne sont plus égales. Toutefois, la quantité d'eau admise dans le canal demeurant la même, sur chaque point pris isolément, la section de la masse fluide sera constamment la même, la vitesse y aura toujours une même valeur; tout y sera constant, et le mouvement, sans être uniforme, sera *permanent*.

1. *Mouvement uniforme.*Équation  
fonda-  
mentale.

111. Nous avons déjà remarqué (105) que lorsque le mouvement de l'eau qui coule dans un canal est parvenu à l'uniformité, la force retardatrice se trouve égale à la force accélératrice; et que l'expression de celle-ci, dans cette sorte de mouvement, est  $gp$  (104); de sorte que l'on y a

$$gp = a' \frac{c}{s} (v^2 + bv),$$

ou, en faisant  $\frac{a}{g} = a$

$$p = a \frac{c}{s} (v^2 + bv).$$

Si, sur une portion du canal où le mouvement est uniforme, on prend à la surface fluide deux points, dont  $L'$  soit la distance et  $D$  la différence de niveau ou la pente absolue, on a (101)  $p = \frac{D}{L'}$  et  $D = a \frac{cL'}{s} (v^2 + bv)$ . Si l'on avait pris le canal dans son entier,  $L$  étant sa longueur, et que  $H$  fût la différence de niveau ou la hauteur de l'eau à l'origine du canal, au réservoir, au-dessus de l'eau à l'extrémité inférieure; de cette hauteur, il faudrait retrancher la hauteur due à la vitesse  $v$  du mouvement uniforme, comme nous le verrons bientôt (127), et on aurait

$$H - \frac{v^2}{2g} = a \frac{cL}{s} (v + bv).$$

112. Il reste à déterminer les deux coefficients constants  $a$  et  $b$ .

M. de Prony, en combinant les résultats de trente expériences faites par Dubuat, a entrepris et exécuté cette détermination. Quelques années après, Eytelwein, en suivant la marche de M. de Prony, mais étendant ses observations sur 91 canaux ou rivières, dans lesquels la vitesse a varié de  $0^m 124$  à  $2^m 42$ , et la section fluide de  $0^{mm} 014$  à  $260,4^{mm}$ , a trouvé  $a' = 0,0035855$  ou  $a = 0,00036554$ , et  $b = 0,006638$ .

Ainsi, en mettant pour  $g$  sa valeur numérique, l'équation fondamentale du mouvement de l'eau dans les canaux devient

$$p = 0,00036554 \frac{c}{s} (v^2 + 0,0664 v),$$

ou, en observant que  $v = \frac{Q}{s} (108)$ ,  $Q$  étant la dépense

$$ps^3 = 0,00036554 c (Q^2 + 0,0664 Qs).$$

Des quatre quantités  $Q$ ,  $p$ ,  $s$  et  $c$ , ou, en se rappelant que  $s = (l + nh)h$  et  $c = l + 2h(\sqrt{n^2 + 1})$  (101), des quatre quantités  $Q$ ,  $p$ ,  $h$  et  $l$ , trois étant données, cette équation mettra à même d'assigner la quatrième. Quant à  $n$ , talus à donner aux berges, il sera indiqué par la nature du terrain dans lequel le canal devra être creusé.

113. Rarement la vitesse se trouve-t-elle dans l'énoncé des problèmes à résoudre ; pour les cas cependant où l'on en voudrait directement l'expression, la première des deux équations ci-dessus donnerait

Expression  
de  
la vitesse.

$$v = -0,0332 + \sqrt{2736 \frac{ps}{c} + 0,0011},$$

ou plus simplement, et avec une exactitude bien suffisante,

$$v = \sqrt{2736 \frac{ps}{c}} - 0,033.$$

114. Par suite, on a

$$Q = s \left( -0,0332 + \sqrt{2736 \frac{ps}{c} + 0,0011} \right),$$

Expression  
de  
la dépense.

ou

$$Q = s \left( \sqrt{2736 \frac{ps}{c}} - 0,033 \right).$$

115. Dans les grandes vitesses, celles de 1<sup>m</sup> et au-dessus, où la résistance est simplement proportionnelle à leur carré, on a

$$v = 51 \sqrt{\frac{ps}{c}}, \text{ et } Q = 51s \sqrt{\frac{ps}{c}}.$$

Soit, par exemple, un canal dont la section est un trapèze ayant 4<sup>m</sup> de large dans le haut, 1<sup>m</sup> dans le bas, 1<sup>m</sup>50 de hauteur, et 0,001 (un millimètre par mètre) de pente. On veut connaître la quantité d'eau qu'il pourra conduire.

On a ici  $p = 0,001$ ,  $l = 1^m$  et  $h = 1^m50$ . Relativement à  $n$ , rapport de la base à la hauteur des berges, je remarque que cette hauteur est celle du trapèze, et que la base est la moitié de la différence entre les deux bases du trapèze : on aura donc  $n = \frac{4-1}{2 \cdot 1,50} = 1$ . D'après cela  $s = (l + nh)h = (1 + 1,50)1,50 = 3,75$ , et  $c = l + 2h\sqrt{n^2 + 1} = 1 + 3\sqrt{1 + 1} = 5,242$ . Par conséquent

$$Q = \left( -0,0332 + \sqrt{2736 \frac{0,001 \times 3,75}{5,242} + 0,0011} \right) = 5^{mm}1232.$$

Si on eût négligé le terme 0,0011 sous le radical, on aurait obtenu  $Q = 5^{mm}1218$ , qui ne diffère pas d'un demi-millième de la première valeur.

La formule ci-dessus pour les grandes vitesses eût donné

$$Q = 51 \times 3,75 \sqrt{\frac{0,001 \times 3,75}{5,242}} = 5,115.$$

Pente  
et observa-  
tions.

116. La pente est directement donnée par l'équation fondamentale, telle que nous venons de l'établir (112).

Le canal de l'Ourcq va nous fournir, et un exemple du mode de sa détermination, et quelques remarques auxquelles il convient d'avoir égard.

On avait à disposer de 3<sup>mm</sup>0,88 d'eau par seconde ; la navigation qu'on y projetait exigeait une profondeur d'eau de 1<sup>m</sup>50 ; et pour que l'eau ne s'altérât pas au point de devenir impropre au service des fontaines de Paris, il lui fallait une vitesse de 0<sup>m</sup>35 au moins : la nature du terrain permettait de ne donner aux talus que 1  $\frac{1}{2}$  de base sur 1 de hauteur.

On a donc  $Q = 3^{\text{mm}50} = 0.188$ ,  $v = 0^{\text{m}35}$ ,  $h = 1^{\text{m}50}$  et  $n = 1.50$ . De plus, d'après les données du problème,  $s$  est connu, car  $s = \frac{Q}{v} = \frac{3.0188}{0.35} = 8^{\text{mm}625}$ ; & le sera aussi, puisque de l'expression

$$s = (l + nh) \lambda \quad (101) \text{ on déduit } l = \frac{s - nh^2}{h} = \frac{8.625 - 1.50 (1.50)^2}{1.50} = 3^{\text{m}50} : \text{par suite, on aura encore } c = l + 2h\sqrt{n^2 + 1} = 8^{\text{m}908}.$$

D'après cela, l'équation générale,  $p = 0.0003655 \frac{c}{s} (v^2 + 0.0664 v)$ , en y substituant les quantités numériques, donne  $p = 0.0005502$  : telle est la pente indiquée par les formules.

M. Girard, ingénieur chargé du tracé du canal, est arrivé à un résultat à peu près pareil. Mais il a fait observer, avec raison, que les plantes aquatiques, qui croissent toujours sur le fond et sur les berges des canaux, augmentent considérablement le périmètre mouillé, et par suite la résistance : il a rappelé que Dubuat ayant mesuré la vitesse de l'eau dans le canal du Jard, avant et après la coupe des roseaux dont il était garni, avait trouvé un résultat bien moindre avant qu'après (*Princ. d'hydraul.*, § 404). En conséquence, il a presque doublé la pente donnée par le calcul, et il l'a portée à 0.001056 : la longueur du canal étant de 96000<sup>m</sup>, c'est 10<sup>m</sup>14 de pente absolue. (1)

117. Si les dimensions  $l$  et  $h$  étaient, l'une l'inconnue et l'autre une des données du problème à résoudre, on prendrait les valeurs de  $s$  et de  $c$  en fonction de ces deux dimensions, et on les substituerait dans l'équation fondamentale (112);  $l$  en serait ensuite déduit par la résolution d'une équation du troisième degré, et  $h$  par celle d'une équation du cinquième.

Largeur ou  
profondeur à  
déterminer.

Qu'il s'agisse, par exemple, de déterminer la largeur que doit avoir, au fond, un canal destiné à conduire 3<sup>mm}50 d'eau, avec 1<sup>m}30 de profondeur, la pente étant 0.0001 : le terrain naturellement ébouleux exige que la base des talus soit double de leur hauteur.</sup></sup>

Ainsi,  $Q = 3^{\text{mm}50}$ ,  $p = 0.0001$ ,  $h = 1^{\text{m}30}$  et  $n = 2$ .

(1) *Mémoires sur le canal de l'Ourcq*, Tom. I, p. 316 et suivantes.

On mettra ces deux dernières quantités dans les expressions de  $s$  et de  $c$  (101); lesquelles seront à leur tour mises dans l'équation générale. Celle-ci ne renfermera alors d'autre inconnue que  $l$ ; et, toute réduction faite, ordonnant par rapport à  $l$ , elle deviendra

$$l^3 + 7,301 l^2 - 5,358 l - 114,5 = 0.$$

Je fais d'abord  $l = 4$ , l'équation se réduit à  $+ 449 = 0$ .

Je baisse  $l$  à 3,80, et j'ai. . . . .  $+ 25 = 0$ .

Je le baisse encore à 3,50, il vient. . . . .  $- 1 = 0$ .

Je le remonte à 3,511, et on a. . . . .  $0 = 0$ .

L'équation, dans ce dernier cas, se trouvant satisfaite, j'en conclus que  $l = 3^m 511$ .

118. Le plus souvent,  $l$  et  $h$  ne sont pas dans les données du problème : on n'y a que  $Q$  et  $p$ , ou le volume d'eau qui doit conduire le canal et la pente qu'il peut avoir, et on laisse à l'ingénieur à en déterminer la largeur et la profondeur. Pour obtenir ces deux inconnues, il n'a qu'une équation; le problème est donc indéterminé. Il supplée ce qui lui manque, en se donnant la figure qu'il croit la plus convenable au profil du canal projeté; cette figure, indiquant la relation entre les deux dimensions, fournit l'équation qui était encore nécessaire.

Dans le choix de cette figure, on a égard à l'objet qu'il importe le plus de remplir, et on prend celle qui le remplit avec le moins de frais d'établissement et d'entretien. Lorsqu'il ne s'agira que de mener le plus d'eau possible au point où aboutit le canal, on remarquera que, d'après les formules de la dépense (114 et 115), le volume d'eau mené est d'autant plus considérable que la section de la masse fluide est plus grande et que le périmètre mouillé est plus petit : on prendra en conséquence la figure qui, sous un même périmètre, présente la plus grande surface.

119. La géométrie apprend que le cercle est cette figure. Le demi-cercle, et par suite un canal demi-circulaire, a la même propriété, le rapport entre le demi-cercle et la demi-circonférence étant le même qu'entre le cercle et la circonférence entière.

Figure de  
plus grande  
dépense.

Viennent ensuite les demi-polygones réguliers, et avec d'autant moins d'avantage que le nombre de leurs côtés est moindre : ainsi, parmi les formes exécutables, on aura le demi-hexagone régulier, le demi-pentagone et finalement le demi-carré.

Mais encore ces figures ne peuvent être admises pour les canaux à ouvrir dans les terres ; leurs berges, n'ayant pas un talus suffisant, s'ébouleraient. Pour qu'elles se soutiennent sans revêtement, il faut que leur talus, ou le rapport  $n$  de la base à la hauteur, soit de 1,5 à 2 suivant le plus ou moins de consistance des terres ; dans le demi-hexagone régulier, où il se trouve encore plus fort que dans les autres polygones susmentionnés, il n'est que de 0,58. On ne descend à 1 que pour les excavations de peu d'importance ou qui ne doivent pas être de longue durée : mais pour les canaux, on se tient aux environs de 2 et l'on va quelquefois à 2 $\frac{1}{2}$  ; on y est allé et on s'y est habituellement tenu dans le canal de Languedoc.

120. Comme le profil à donner aux canaux est généralement un trapèze, la question de la figure de plus grande dépense se réduit à prendre parmi tous les trapèzes dont les côtés ont un talus déterminé, celui qui a la plus grande section pour un même périmètre mouillé.

Puisque la section  $s$ , ou  $(l + nh) h$ , doit être un *maximum*, sa différentielle sera zéro, et l'on aura

$h dl + l dh + 2nh dh = 0$ . Puisque le périmètre  $c$  demeure constant, l'expression  $c = l + 2h\sqrt{n^2 + 1}$  (101), étant différentiée, deviendra  $0 = dl + 2dh\sqrt{n^2 + 1}$ . La valeur de  $dl$ , prise dans cette équation et substituée dans la précédente, donne

$$l = 2h(\sqrt{n^2 + 1} - n).$$

Avec cette valeur de  $l$ , on aura  $s = h^2(2\sqrt{n^2 + 1} - n) = n'h^2$ , en faisant  $2\sqrt{n^2 + 1} - n = n'$ ; et  $c = 2h(2\sqrt{n^2 + 1} - n) = 2n'h$ . Mettant ces équivalens de  $s$  et de  $c$ , dans l'équation fondamentale du mouvement (112), elle devient

$$pn'^2 h^5 = 0,0007311 Q^2 + 0,00004855 Q n' h^3.$$

Cette équation et la précédente donneront les valeurs de  $l$  et de  $h$  pour le *maximum* cherché.

Qu'on ait, par exemple,  $Q = 2^{\text{mm}}$ ,  $p = 0,002$  et  $n = 1,75$ .  
La seconde des deux équations se réduira à

$$h^5 - 0,03547 h^3 - 0,4684 = 0.$$

Par une première approximation, obtenue en négligeant le second terme, on a  $h = 0^{\text{m}}865$ . Faisant d'abord

$$h = 0,86, \text{ il vient.} \quad \dots \dots \dots - 0,0242 = 0.$$

$$\text{avec } h = 0,87 \quad \dots \dots \dots + 0,0033 = 0.$$

$$h = 0,869 \quad \dots \dots \dots + 0,0003 = 0.$$

Ainsi, la vraie valeur de  $h$  sera  $0^{\text{m}}8689$ .

Elle donnera pour  $l$ , qui est  $2h(\sqrt{n^2 + 1} - n)$ ,  $0^{\text{m}}462$ .

Ces dimensions seront celles du courant. Mais la profondeur de l'excavation devra être plus considérable que  $0^{\text{m}}8689$ , il conviendra de la porter à.  $\dots \dots \dots 1^{\text{m}}20$

La largeur du fond demeurera  $\dots \dots \dots 0,462$

Pour celle au niveau du terrain, on aura.  $\dots \dots \dots 4,662$

La fouille produira, par mètre courant de tranchée, un déblai de  $\dots \dots \dots 3^{\text{mm}}075$ .

Dans un terrain homogène, tant que la profondeur de l'excavation n'excédera pas notablement  $2^{\text{m}}$  et la largeur supérieure  $5^{\text{m}}$ ,



les frais du creusement seront proportionnels au volume du déblai, et la figure de moindre section sera aussi la plus économique.

121. Quant aux canaux où l'on n'a pas d'éboulement à craindre, à ceux qu'on creuse dans le roc ou qu'on revêt de maçonnerie, et qu'on nomme plus particulièrement *aqueducs*, ainsi qu'aux canaux en bois ou *coursiers* qui mènent l'eau aux usines, on donne presque toujours une forme rectangulaire. Cependant le demi-hexagone régulier, à section égale, conduirait plus d'eau, ainsi qu'on l'a vu : mais la simplicité, la facilité, et l'économie de la construction l'ont emporté. Nous rappellerons toutefois que les dimensions du rectangle doivent être telles que sa largeur soit à peu près double de la profondeur de la masse d'eau qu'il est destiné à mener, et par conséquent qu'elle soit  $\sqrt{\frac{2Q}{v}}$ .

Canaux  
rectangu-  
laires.

## 2. *Mouvement permanent.*

122. Nous avons vu (110) que le mouvement permanent diffère essentiellement du mouvement uniforme, en ce que la vitesse moyenne, dans chaque coupe du courant, tout en y demeurant constante, n'est plus la même dans les coupes voisines : par suite, les sections d'eau ne sont plus égales entre elles, leur hauteur n'est plus la même, la surface fluide n'est plus parallèle à celle du fond du lit, et son inclinaison varie d'un point à un autre. On a des exemples d'un tel mouvement dans les canaux trop courts pour que la vitesse y parvienne à l'uniformité, au commencement et à l'extrémité des longs canaux, dans ceux dont le fond est horizontal, etc.

Ce n'est que dans ces derniers temps qu'il a fixé l'attention des savans et des ingénieurs, entre autres de MM. Poncelet (1), Bélanger (2), Saint-Guilhem (3), Vauthier (4), Coriolis (5). Je renvoie, pour les détails et les applications, à leurs ouvrages, et je me borne à établir l'équation du mouvement et à en indiquer deux usages.

Équation  
du  
mouvement.  
Fig. 24.

123. Soit un courant d'eau doué d'un mouvement permanent, et considérons-en la partie comprise entre A et M. Par ces deux points de la surface, et par N infiniment voisin de M, imaginons les sections transversales AO, MP et Np, faites perpendiculairement à l'axe du courant. Des points A et M, menons les horizontales AE et Mt : EM sera l'abaissement ou la pente de la surface fluide de A en M, désignons-la par  $p'$ ;  $tN$ , ou l'accroissement élémentaire de la pente, sera  $dp'$ , ou  $MN \sin i$ ,  $i$  étant toujours l'angle  $tMN$  d'inclinaison de la surface à l'horizon. Considérons, sur la section AO prise à l'amont et pour lieu de départ, la molécule  $m$  ayant la vitesse moyenne de la section, quelle que soit d'ailleurs sa position, et soit  $mm'$  le chemin qu'elle a parcouru jusqu'en MP. Nommons  $z$  la longueur de ce chemin,  $t$  le temps employé à le parcourir, et  $v$  la vitesse de la molécule à son arrivée en  $m$ ; on aura  $m'n' = dz$ ,  $dt$  sera le temps du trajet  $dz$ , et  $dv$  l'accroissement de la vitesse pendant ce trajet (ce serait  $-dv$ , si le mouvement était retardé).

(1) *Cours de mécanique fait à l'école d'artillerie de Metz*, 1828.

(2) *Essai sur la solution numérique de quelques problèmes relatifs au mouvement permanent des eaux courantes*, 1828.

(3) *Mémoires de l'Académie des sciences de Toulouse*, 1834 et 1836.

(4) *Annales des ponts et chaussées*, Tom. XII. 1836.

(5) *Idem*.

Les forces qui agissent sur la molécule  $m$  parcourant  $mm'n'$  sont : 1° d'une part, la gravité qui tend à accélérer son mouvement et dont l'action totale, d'après ce qui a été exposé au n° 103, est  $g \sin i$ ; 2° de l'autre part, la résistance du lit qui tend à retarder le mouvement, et dont l'expression est (107)  $a' \frac{c}{s} (v^2 + bv)$ . Ces deux forces agissant en sens contraire, leur résultante, ou la force accélératrice effective, sera égale à leur différence. Mais dans tout mouvement varié, la force accélératrice est aussi exprimée par l'accroissement de la vitesse divisé par l'accroissement du temps, ou par  $\frac{dv}{dt}$  (*Mécanique* de M. Poisson, n° 118), on aura donc

$$\frac{dv}{dt} = g \sin i - a' \frac{c}{s} (v^2 + bv).$$

Multipliant tous les termes par  $dz$ ; remarquant que  $\frac{dz}{dt} = v$ , l'espace divisé par le temps égalant la vitesse; remarquant encore que  $dz \sin i = dp'$ , puisque pour  $dz$  ou  $m'n'$  on peut prendre  $MN$ , qui n'en différera, à moins d'un cas tout à fait extraordinaire (et pour de tels cas il n'y a plus de règles), que d'un infiniment petit du second ordre, et que  $MN \sin i = zN = p'$ ; il viendra

$$v dv = g dp' - a' \frac{c}{s} (v^2 + bv) dz.$$

Telle est l'équation établie par M. Poncelet.

Intégrant, déterminant la constante pour la section A, où  $p' = 0$ ,  $z = 0$  et  $v = v_0$ , on a

$$\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = g p' - \int a' \frac{c}{s} (v^2 + bv) dz.$$

Mais (108)  $v = \frac{Q}{s}$ ; et si l'on désigne par  $s_n$  l'aire de la section au point final M, et par  $s_o$  celle au point initial A, que l'on divise par  $g$ , et qu'on se rappelle que  $\frac{a'}{g} = a = 0,00036554$  (112), et  $b = 0,0664$ , on aura finalement

$$p' = \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1}{s_n^2} - \frac{1}{s_o^2} \right) + \int' \left( 0,0003655c \frac{Q^2}{s^3} + 0,0000243c \frac{Q}{s^2} \right) dz;$$

formule qui donne immédiatement la pente de la surface fluide de A en M.

Dans l'application, la quantité qui est sous le signe  $\int$  s'intégrera par approximation. A cet effet on partagera l'arc AM, ou  $z$ , en parties AB, BC, CD, etc., dont la grandeur ne doit pas être telle que ces parties ou ces arcs ne puissent être pris, sans erreur notable, pour des lignes droites. Désignons-les par  $z', z'', z''', \dots z_n$ , désignons encore l'aire des sections en A, B, C... M par  $s_o, s_1, s_2 \dots s_n$ , et par  $c_o, c_1, c_2 \dots c_n$  les périmètres mouillés respectifs. On mesurera ou prendra immédiatement ces longueurs, sections, et périmètres sur le courant donné, et tout sera alors connu dans l'intégrale, qui deviendra

$$0,0003655 \left( \frac{z'c_o}{s_o^3} + \frac{z''c_1}{s_1^3} + \dots \frac{z_nc_n}{s_n^3} \right) Q^2 + 0,0000243 \left( \frac{z'c_o}{s_o^2} + \frac{z''c_1}{s_1^2} + \dots \frac{z_nc_n}{s_n^2} \right) Q.$$

Représentons par M le multiplicateur de  $Q^2$ , et par N celui de  $Q$ ; faisons de plus  $\frac{1}{2g} \left( \frac{1}{s_n^2} - \frac{1}{s_o^2} \right) = D$ , l'équation sera

$$p' = (D + M) Q^2 + NQ.$$

124. D'où l'on déduit

Dépense.

$$Q = -\frac{N}{2(D+M)} + \sqrt{\frac{p'}{D+M} + \left(\frac{N}{2(D+M)}\right)^2}$$

En traitant des rivières, dans le chapitre suivant, nous aurons occasion d'appliquer cette formule, avec ses détails, à des cours d'eau dont le débit et la forme étaient d'ailleurs connus, et nous verrons que ses indications s'éloignent peu de la réalité.

Dans les canaux où la pente du lit et les profils sont constans, les calculs se simplifient : la profondeur de l'eau, à une station quelconque, suffira pour y faire connaître la section et le périmètre mouillé : de plus, les profondeurs avec la pente du lit donneront celle de la surface fluide.

Qu'il s'agisse, par exemple, de déterminer le volume que mène, à une grande usine, un coursier rectangulaire, de 2<sup>m</sup>50 de large, et à lit horizontal : sur quatre points, distans de 100<sup>m</sup> l'un de l'autre, on a pris les quatre profondeurs  $A$  notées ci-contre. Puisque le canal est rectangulaire, et que  $l = 2^m50$ , on aura  $s = 2,50A$ , et  $c = 2,50 + 2A$  ; on calculera ces valeurs pour les diverses stations ; et puis, par leur secours, celles de  $\frac{v^2 c}{s^3}$  et de  $\frac{v^2}{s^3}$ . Toutes sont au tableau ci-dessus.

| N <sup>o</sup> | $x$ | $A$   | $c$   | $s$   | $\frac{v^2 c}{s^3}$ | $\frac{v^2}{s^3}$ |
|----------------|-----|-------|-------|-------|---------------------|-------------------|
| 0              | 0   | 1,54  | 5,58  | 3,85  | 0                   | 0                 |
| 1              | 100 | 1,494 | 5,488 | 3,735 | 39,34               | 10,53             |
| 2              | 400 | 1,477 | 5,394 | 3,617 | 41,23               | 11,40             |
| 3              | 100 | 1,394 | 5,285 | 3,185 | 45,51               | 12,49             |
| Somme.         |     |       |       |       | 124,11              | 34,42             |

Le canal étant horizontal,  $p' = 1,54 - 1,394 = 0,146$

On a encore,  $D = \dots\dots\dots 0,000758$

$M$ , ou somme des  $\frac{v^2 c}{s^3} \times 0,0003655. \dots\dots\dots 0,01258$

$N$ , ou somme des  $\frac{v^2}{s^3} \times 0,0000243. \dots\dots\dots 0,000301$

et par suite,

$$Q = -0,113 + \sqrt{10,94 + 0,012} = 3,196$$

Avec la formule du mouvement uniforme, en prenant une hau-

teur moyenne entre les deux hauteurs extrêmes, et, pour pente par mètre,  $0^{\text{m}}146$  divisé par  $300^{\text{m}}$  somme des  $z'$ , on eût eu

$$Q = -0,122 + \sqrt{12,09 + 0,015} = 3,357.$$

Pente  
à la surface.

125. L'équation (123) qui donne la pente de la superficie du courant lorsqu'on y connaît quelques sections, peut encore, par la connaissance d'une seule profondeur, mettre à même de tracer, de proche en proche, la courbe que décrit un point fluide de la surface d'un cours d'eau dans un canal, dont on aurait d'ailleurs la dépense, la pente et le profil.

Pour le lieu où la profondeur d'eau est donnée, à l'aide du profil il sera facile d'avoir la section et le périmètre mouillé; nommons-les  $s_0$  et  $c_0$ . Prenons une seconde station, à une distance  $z'$  de la première, assez petite pour que, sur cette distance,  $s_0$  et  $c_0$  n'éprouvent que peu de variations, et qu'ils puissent être regardés comme constans dans l'expression de la résistance du lit, on aura

$$P' = \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1}{s_1^3} - \frac{1}{s_0^3} \right) + ac_0 \left( \frac{Q^2}{s_1^3} - \frac{Q^2}{s_0^3} \right) z'.$$

Négligeons d'abord la première partie du second membre, ce qui revient à supposer le mouvement uniforme sur toute la longueur  $z'$ , et nous aurons une première valeur approchée de  $P'$ . Elle donnera le moyen, avec la pente du lit, d'avoir à peu près la profondeur du courant à la deuxième station, et par suite  $s_1$ . Tout sera alors connu dans l'équation ci-dessus, et on aura une seconde valeur de  $P'$  plus approchée que la première. Elle pourra servir à en calculer une troisième plus exacte encore, si on le juge à propos.

D'une manière analogue, on déterminerait les pro-

fondeurs à la troisième, quatrième, etc., station, et l'on aurait ainsi toutes les ordonnées de la courbe à construire.

126. Mais cette méthode exige des tâtonnemens, des suppositions, et assez souvent elle laisse dans l'embarras. On évitera, en partie, ces inconvéniens, et l'on ira directement à la solution du problème, en introduisant la pente du lit dans la formule, ainsi que l'a fait M. Bélanger.

A cet effet, reprenons la première équation différentielle du n° 123; et remarquons que l'angle  $i$  ou  $\angle MN$  ou  $\angle MNs$  (fig. 24) est formé de deux autres angles : 1°  $\angle MNr$  qui mesure l'inclinaison de la surface fluide sur  $Nr$  parallèle au fond du lit  $Pp$ ; désignons-le par  $j$ ; 2° l'angle  $rNs$ , que ce fond fait avec l'horizon, et que nous avons déjà nommé  $e$ ; de sorte que  $i = j + e$ , et par suite  $\sin i = \sin j \cos e + \sin e \cos j$ ; mais  $\sin e = p$  (101),  $\cos e = \sqrt{1-p^2}$ , et  $\cos j = 1$ , vu la petitesse de l'angle  $j$ ; ainsi,  $\sin i = \sin j \sqrt{1-p^2} + p$ , et l'équation devient

$$\frac{dv}{dt} = g \sin j \sqrt{1-p^2} + gp - a' \frac{c}{s} (v^2 + bv). \quad (A)$$

Le terme  $\frac{dv}{dt}$  peut prendre une forme finie, qui dépendra de la figure du lit. Lorsque la portion d'un canal que l'on considère est de peu d'étendue, on admet habituellement qu'il y a pente uniforme, et une largeur moyenne  $l$ . De cette dernière supposition résulte  $s = lh$  et  $c = l + 2h$ ; ainsi  $v = \frac{Q}{s} = \frac{Q}{lh}$ , et  $dv = -\frac{Q dh}{l^2 h^2}$ ; de plus (123),  $v = \frac{dz}{dt}$  ou  $dt \frac{dz}{v} = \frac{lh dz}{Q}$ : donc  $\frac{dv}{dt} = -\frac{Q^2 l dh}{l^2 h^3 dz} = \frac{Q^2 l}{l^2 h^3} \sin j$ , puisque  $\frac{dh}{dz} = \frac{Mr}{MN} = -\tan g i$  ou  $-\sin j$ .

Mettant cette valeur dans l'équation (A), négligeant  $p^2$  qui sera toujours fort petit comparativement à 1, substituant à  $g$ ,  $a'$  et  $b$  leurs valeurs numériques (112), et dégagant  $\sin j$ , on a

$$\sin j = \frac{p l^3 h^3 - \{0,0003655 (l + 2h) Q^2 + 0,0000243 (l + 2h) l h Q\}}{0,102 l Q^2 - l^3 h^3}$$

Nous avons pris, pour la courbe d'un filet fluide de la surface

du courant, un polygone dont chacun des côtés avait une longueur finie  $MN = x'$ , et dont l'inclinaison par rapport au fond du lit était  $j$ ; la différence,  $Mr$ , entre les deux profondeurs d'eau aux deux extrémités d'un côté, sera sa pente comparativement à ce fond; en la désignant par  $p''$ , on aura  $\sin j = -\frac{p''}{x'}$ , et par conséquent

$$p'' = \frac{p l^3 h^3 - \{0,0003655 (l + 2h) Q^2 + 0,0000243 (l + 2h) l h Q\}}{l^3 h^3 - 0,102 l Q^2} s.$$

La suite des valeurs de  $p''$  mettra à même de tracer le polygone ou la courbe demandée.

Au lieu de rapporter les pentes au fond du lit, on peut les prendre par rapport à l'horizon, et on aura leur valeur  $p'$ , en observant que  $p' = p'' + p$ .

### ART. 3. *Prise d'eau des canaux.*

Les canaux, à l'exception des canaux de navigation à point de partage, prennent les eaux dans des réservoirs, bassins ou *retenues* placés à leur tête, et qui sont le plus souvent des portions de rivière dont le niveau est élevé à cet effet par des digues.

La tête du canal, au point de prise, est ou entièrement ouverte, ou bien elle est garnie d'un vannage : examinons ces deux cas.

#### 1. *Canal libre à son entrée.*

Chute  
à l'entrée  
du canal.  
Sa valeur.

127. L'eau, à son entrée dans un canal ouvert, forme une chute. son niveau baisse jusqu'à une certaine distance; puis il se relève un peu, par de légères ondulations, au delà desquelles la surface fluide prend et conserve une forme à peu près plane et parallèle au fond du lit, sa pente et son profil étant toujours censés constans. La vitesse s'accélère depuis le haut jusqu'au bas de la chute; elle diminue ensuite



pendant le relèvement de la surface, et bientôt après le mouvement se continue d'une manière sensiblement uniforme. Dubuat, qui a fait une étude particulière des circonstances du mouvement à l'entrée des canaux et dans le reste de leur cours, a trouvé qu'il s'y établit un ordre de choses tel que, lorsque le mouvement est devenu réglé et uniforme, la vitesse de la surface est à peu près due à la hauteur entière de la chute, et que *la hauteur due à la vitesse moyenne est égale à la différence entre la hauteur du réservoir et celle de la section uniforme.* (*Principes d'hydraulique*, §§ 177 et 178).

De sorte que si  $H$  représente la hauteur du fluide dans le réservoir au-dessus du seuil de l'entrée du canal,  $h$  la hauteur de la section uniforme, c'est-à-dire, la profondeur constante du courant après que le mouvement y a atteint l'uniformité, et  $v$  la vitesse de ce mouvement, on aura  $H - h = 0,051 v^2$ , ou plutôt

$$H - h = 0,051 \frac{v^2}{m^2},$$

$m$  étant le coefficient de la contraction que la masse fluide éprouve à son entrée dans le canal, contraction qui donne lieu à une plus forte chute.

Dubuat, dans ses expériences sur les petits canaux en bois, dont nous avons déjà fait mention (109), avec des hauteurs de réservoir,  $H$ , de 0<sup>m</sup>12 à 0<sup>m</sup>88, a vu  $m$  varier de 0,73 à 0,91 : mais il remarque que dans les grands canaux, où la hauteur due à la vitesse est généralement petite par rapport à la profondeur, la contraction sera bien moindre, et il ne pense pas qu'il y ait d'erreur sensible, en supposant  $m = 0,97$ .

Eytelwein prend 0,95 pour les larges canaux, et 0,86 pour ceux qui sont étroits, comme la plupart des coursiers qui mènent l'eau aux usines. Il admet, pour ces coefficients, ainsi que Dubuat, que le radier du canal est au niveau du fond du réservoir, qu'il en est comme le prolongement. S'il n'en était pas ainsi, il y aurait une contraction de fond et la valeur de  $m$  en serait un peu plus petite (32); toutefois, les expériences rapportées au n° 39, portent à penser que ce ne serait que d'une très-faible quantité.

Moyen  
de diminuer  
la chute.

128. La chute qui se forme à l'entrée d'un canal, diminuant la profondeur  $h$ , diminue la dépense  $Q$ , dont cette profondeur est un élément. Ainsi, pour que le canal reçût toute l'eau qu'il peut ensuite mener, il faudrait faire disparaître la chute.

En théorie, pour en venir à bout, il faudrait élargir la partie antérieure du canal, sur une longueur assez considérable, excédant notablement  $0,051 \frac{v^2}{p}$ , et de manière que les largeurs moyennes du nouveau profil augmentassent à mesure qu'elles approcheraient du réservoir, dans une progression inverse à celle que présenterait, successivement sur ces largeurs, la vitesse de l'eau, partant de 0<sup>m</sup> sa valeur dans le réservoir, s'accélérait uniformément par sa descente dans le canal, jusqu'à être  $v^m$  au bas de la partie élargie. D'après cette loi, la largeur, en arrivant au réservoir, devrait être infinie, puisque la vitesse y est zéro. Un tel élargissement est inexécutable, et celui qui s'en rapprocherait exigerait de grands déblais et des frais considérables.

En conséquence, l'ingénieur qui, sans s'engager dans des dépenses extraordinaires, tiendra cependant

à obtenir d'un canal toute l'eau qu'on peut raisonnablement en attendre, se contentera d'en évaser l'entrée, et il se dirigera à cet effet d'après les circonstances locales. Par exemple, si la tête du canal devait être faite en maçonnerie, il donnerait à cette entrée la forme de la veine contractée; c'est-à-dire que, prenant pour unité la largeur du canal, on aurait 0,7 de longueur pour l'évasement, et 1,4 de largeur à l'embouchure, y compris l'arrondissement à donner aux angles. Au reste, il ne faut pas s'exagérer les avantages de tels évasemens; rarement accroîtront-ils la dépense de quelques centièmes.

129. Dubuat a encore conclu de ses observations « que la vitesse et la section uniformes s'établissent à une certaine distance du réservoir, comme si l'uniformité commençait à l'origine du canal » (§ 177). En sorte qu'on peut supposer que la chute se fait brusquement à l'entrée du canal, et qu'ensuite la surface fluide conserve une même pente. On en aura la valeur (101 et 111) en divisant la différence de niveau entre deux de ses points par la distance qui les sépare : un des deux serait pris à l'origine du canal, et, d'après la supposition qui vient d'être faite, on admettra qu'il y est à un niveau moindre que celui du réservoir d'une quantité égale à la hauteur de la chute  $H - h$ . En conséquence, si  $D$  est la différence de niveau entre le réservoir et un point quelconque de la surface du courant pris à une distance  $L$  du réservoir, mais où le mouvement est déjà parvenu à l'uniformité,  $p$  étant toujours la pente effective, on aura

Pente  
effective.

$$p = \frac{D - (H - h)}{L} = \frac{D - 0,051 v^2}{L}.$$

Formules  
de la  
dépense, etc.

130. Avec ces données on peut résoudre les diverses questions relatives à un canal que l'on adapterait à un réservoir; pourvu toutefois que le mouvement puisse y devenir uniforme : il ne deviendrait pas tel, si le canal n'avait pas une certaine longueur, si sa pente était nulle ou qu'elle approchât de  $90^\circ$ , etc.

Reprenons l'équation  $H - h = 0,051 \frac{v^2}{m^3}$ , et à la place de  $v$  mettons la valeur donnée au n° 113, et nous aurons

$$H - h = \frac{0,051}{m^3} \left( \sqrt{2736 \frac{p^2}{c}} - 0,033 \right)^2.$$

On a encore

$$Q = s \left( \sqrt{2736 \frac{p^2}{c}} - 0,033 \right).$$

À l'aide de ces deux équations, en y exprimant  $s$  et  $c$  en fonction des dimensions du canal, et en y joignant celle du numéro précédent lorsque  $p$  ne sera pas directement donné, on pourra déterminer ou la dépense, ou la pente, ou une des dimensions, les autres quantités étant connues.

Je donne un exemple.

On achète une prise d'eau à faire dans une retenue ou bassin de rivière, la prise doit être effectuée par une entaille rectangulaire ouverte au haut de la digue, entaille dont la largeur devra être de  $4^m$ , et dont le seuil sera à  $2^m$  au-dessous de l'étiage, c'est-à-dire au-dessous des basses eaux ordinaires de la rivière. On veut conduire cette eau à une usine éloignée de  $265^m$ , et de manière que la surface du courant, en y arrivant, ne soit pas à plus de  $0^m44$  au-dessous du niveau de la retenue, toujours à l'étiage. On demande quelle sera la quantité d'eau venant à l'usine.

À l'entaille faite dans la digue, on adaptera un canal rectangulaire comme elle, ayant ainsi  $4^m$  de large et  $2^m00$  de profondeur. On ne peut songer à en élargir ou évaser l'entrée, les clauses

de la concession y mettent obstacle; et toute disposition que l'on ferait en dedans des dimensions fixées diminuerait la dépense.

Puisque le canal est rectangulaire et qu'il a 4<sup>m</sup> de large, on aura  $s=4h$  et  $c=4^m+2h$ ; l'on a encore  $p=\frac{0.44-(H-h)}{265}=\frac{h-1.56}{265}$ ,  $H$  étant égal à 2<sup>m</sup>. Quoique le canal soit large et que le coefficient de contraction y soit vraisemblablement au-dessus de 0,95; cependant, pour agir avec plus de prudence, nous prendrons le terme moyen de ceux indiqués par Eytelwein, et nous ferons  $m=0,905$ . Avec ces valeurs, la première des deux équations ci-dessus deviendra

$$2-h=0,06224 \left( \sqrt{41,30 \frac{h(h-1,56)}{4+2h}} - 0,033 \right)^2;$$

elle donnera la valeur de  $h$ . A cet effet, mettons successivement, pour cette inconnue, dans le second membre, divers nombres; d'abord 1,90 donne  $h=1,795$ ; cette valeur à son tour donne 1,819; d'une telle manière on obtient successivement 1,845; 1,829; 1,841; 1,833; 1,839; 1,835; 1,837; 1,836: ainsi la vraie valeur de  $h$  tombe entre les deux derniers de ces nombres; en prenant le plus petit des deux, on a  $h=1^m836$ .

$$\text{Par suite } p=\frac{1,836-1,55}{265}=0,001041.$$

Toutes les quantités qui doivent entrer dans la seconde équation, celle qui donne la dépense, étant maintenant connues, on les y introduira, et l'on obtiendra  $Q=11^m83$ : tel est le volume d'eau, par seconde, que le canal mènera à l'usine.

Lorsque la vitesse du courant devra être de 1<sup>m</sup> et plus, on fera usage de l'expression de la vitesse à un seul terme (115), et les deux équations à employer seront

$$H-h=\frac{130}{m^3} \cdot \frac{ps}{c}, \text{ et } Q=51.5 \sqrt{\frac{ps}{c}}$$

ou, en admettant une largeur moyenne  $l$  et prenant toujours  $m=0,905$

$$H-h=160 \frac{plh}{l+2h}, \text{ et } Q=51.4h \sqrt{\frac{plh}{l+2h}}.$$

La pente  $p$  sera donnée ou directement ou par l'expression

$$p = \frac{D - (H - h)}{L}.$$

Dans l'exemple ci-dessus, les valeurs de  $H$ ,  $l$  et  $p$  mises dans la première de ces équations, qui ne serait plus que du second degré, donneraient, sans tâtonnemens,  $A = 1^m 837$ ; et ensuite  $p = 0,001045$  et  $Q = 11^{mm} 86$ ; résultats qu'on peut regarder comme identiques avec les précédens.

Plus grande  
force (dynamique)  
de  
l'eau conduite  
par un canal.

131. Parmi les questions concernant les prises d'eau faites par un canal, il s'en présentera assez souvent une qui intéresse trop les ingénieurs des usines, pour qu'il n'en soit pas fait mention dans ce Traité.

La force qu'a un courant pour mouvoir des machines dépend non-seulement de la quantité d'eau qu'il mène, mais encore de la hauteur dont elle peut tomber, c'est-à-dire de la différence de niveau entre la surface de la retenue et le point de la rivière où cette eau peut lui être rendue en aval de l'usine : ainsi la force sera mesurée par le produit de la quantité d'eau et de la hauteur de la chute ; nous le démontrerons d'ailleurs dans la troisième section de cet ouvrage. Plus on donnera de pente au canal, et plus on augmentera la quantité d'eau, un des facteurs du produit ; mais, en même temps, on diminuera l'autre facteur, la chute ; et il arrivera que le produit, après avoir d'abord augmenté avec la pente, diminuera ensuite, lorsqu'elle continuera à augmenter. Il y a donc un *maximum* de force ; il importe de le déterminer et de le mettre à profit. Sans s'engager dans des formules analytiques, cette détermination se fera d'une manière facile, comme on va le voir, par l'exemple suivant.

Reprenons encore celui qui a été donné à la fin du numéro précédent, et supposons de plus que la hauteur de la chute y soit de 4<sup>m</sup>50. L'eau prise était arrivée à l'usine avec une perte de niveau de 0<sup>m</sup>44; en conséquence, la chute effective n'y était plus que de 4<sup>m</sup>06; en la multipliant par la quantité d'eau menée, 11<sup>mm</sup>86, on a un produit de 48,15 : la pente correspondante était 0,001045. Portons-la successivement à 0,0015; 0,002; 0,0025 et 0,003, les produits respectifs de la quantité d'eau par la chute seront 52,65; 54,68; 54,93 et 54,01. La pente de 0,003 a donc déjà donné une diminution; en essayant celle de 0,0026, le produit sera 54,88; d'où l'on conclut que le *maximum* d'effet a lieu entre les pentes de 0,0025 et 0,0026. Au reste, comme les variations du produit sont peu considérables entre 0,002 et 0,003, on adoptera celle qui, entre ces limites, convient le mieux aux localités et à la nature des machines employées : il y en a pour lesquelles une grande chute est à préférer.

Je remarquerai que les solutions données de tous les problèmes dont il vient d'être question, ne sauraient être regardées que comme de simples approximations; pour qu'elles fussent entièrement exactes, il faudrait que les bases sur lesquelles elles reposent, c'est-à-dire les conclusions que Dubuat a tirées de ses expériences eussent été formellement confirmées par des observations faites sur de grands canaux; et il faudrait de plus avoir une certitude que l'eau, avant d'avoir atteint l'extrémité du canal, y a pris un mouvement uniforme, et nous n'avons guère aucun moyen de nous en assurer positivement.

Si l'eau, qui est dans la retenue d'une rivière à laquelle est adapté un canal, lui arrivait directement avec une vitesse déjà acquise, la hauteur de la chute qui a lieu à l'entrée, serait moindre que celle que nous avons indiquée (127) d'une quantité égale à la hauteur due à cette vitesse.

## 2. Canal avec vannage.

Lorsqu'un canal reçoit l'eau par les ouvertures d'un vannage établi à sa tête, ce qui est le cas de presque tous les coursiers des usines, il arrive ou que le bord

supérieur de l'ouverture n'est pas recouvert d'une manière complète et permanente par l'eau déjà passée dans le canal, ou bien qu'il l'est.

Dépense  
lorsque l'eau  
ne recouvre  
pas l'ouver-  
ture de la  
vanne.

132. Si la charge sur le centre de l'orifice est forte, qu'elle excède deux ou trois fois la hauteur de cet orifice, son bord supérieur ne sera pas recouvert par l'eau de l'aval, et la dépense sera la même que si le canal n'existait pas. Les expériences sur des orifices en mince paroi et munis de canaux additionnels, expériences déjà rapportées au n° 39, ne laissent pas de doute à cet égard ; elles justifient une assertion émise depuis longtemps par Bossut, et sur l'exactitude de laquelle il s'était élevé des doutes. Cet hydraulicien adapta, à un orifice ouvert au bas d'un réservoir, et qui avait 0<sup>m</sup>027 de haut et 0<sup>m</sup>135 de large, un canal horizontal de même largeur et long de 34<sup>m</sup> ; il y produisit l'écoulement sous des charges de 3<sup>m</sup>80, 2<sup>m</sup>50 et 1<sup>m</sup>20, et il « reçut à l'extrémité du canal la même quantité d'eau qu'à la prise, quand le canal fut tout-à-fait enlevé » (*Hydrod.*, § 750).

La cause de cette égalité est manifeste. Lorsque l'eau est poussée par une forte charge, et par suite qu'elle sort avec une grande vitesse, la contraction qu'elle éprouve dans tous les sens, rend la section plus petite, immédiatement au-delà du plan intérieur de l'orifice ; de sorte qu'en sortant elle ne touche ni les parois ni le fond du canal ; elle est comme lancée en l'air, et la dépense demeure telle qu'elle serait s'il en était réellement ainsi. Au-delà de la section contractée, la veine se dilate, il est vrai ; elle joint les parois du canal ; elle en éprouve la résistance, et elle y coule moins vite : mais alors



elle est trop éloignée de l'orifice pour réagir contre celle qui y passe, et pour réduire sa dépense. Elle sera toujours donnée par la formule  $ml' h' \sqrt{2gH}$ ,  $l'$  et  $h'$  étant la largeur et la hauteur de l'ouverture ;  $m$  y aura les mêmes valeurs que pour les orifices en mince paroi (26).

Mais ce qui est vrai pour un canal adapté à un orifice à vives arêtes ouvert dans une paroi de réservoir, le sera-t-il aussi pour un canal muni d'une vanne ordinaire, se mouvant dans des rainures pratiquées au milieu de deux montans d'une épaisseur notable, vanne établie le plus souvent dans le canal, un peu au-dessous de son entrée ? J'en doute. Dans des expériences que j'ai rapportées ailleurs (*Annales des mines*, tom. III, pag. 376. 1828), où je croyais m'être mis à très peu près dans le cas des orifices en mince paroi, et où je m'attendais par conséquent à avoir des coefficients de 0,65 au plus, je les ai vus de 0,67 à 0,71. Généralement, on prend 0,70 pour les vannes ordinaires des coursiers, mais sans qu'aucun fait précis justifie cette manière d'agir. C'est principalement pour nous procurer de tels faits sur ce point important, comme pour donner des notions positives sur tout ce qui tient à la prise d'eau des canaux, que MM. Poncelet et Lesbros avaient entrepris leur grand travail sur l'écoulement des fluides : il serait malheureux que cette entreprise ne fût pas menée à sa fin.

Dans un tel état de choses, et à moins que quelque circonstance particulière ne porte à adopter un autre coefficient, on aura, mais par approximation seulement, le volume d'eau qui entre dans un canal garni

d'un grand vannage, et sous une forte charge, à l'aide de la formule

$$0,70 \text{ } l' \text{ } h' \sqrt{2gH}.$$

133. Lorsque l'eau lancée au-delà du vannage par une forte charge est comme retombée dans le canal, elle y coule en éprouvant une résistance qui diminue peu à peu sa vitesse première, et, par suite, qui augmente graduellement la section du courant. Si la largeur du canal demeure constante et égale à celle de l'ouverture de la vanne, ce sera la profondeur de l'eau qui ira en croissant; de sorte que la surface fluide, depuis l'ouverture, ou plutôt depuis le point de plus grande contraction, jusqu'à celui où l'augmentation de profondeur cesse, présentera une contre-pente. Des masses d'eau se détacheront souvent de son sommet, et revenant en arrière, roulant sur la pente, elles se reporteront vers l'ouverture; ordinairement elles seront retenues et comme repoussées par la rapidité du courant; quelquefois cependant elles reviendront jusqu'à la vanne et en recouvriront l'orifice, mais par momens seulement. Encore dans ce cas, la dépense sera la même què si le canal n'existait pas, et elle se calculera par la formule du numéro précédent.

Cas où  
l'ouverture  
est  
recouverte.

134. Ces mêmes phénomènes ne se reproduisent pas lorsque la charge est faible : l'eau, dès sa sortie du vannage, est en contact avec les parois du canal; elle en éprouve l'action retardatrice, elle la communique au fluide qui est au moment de passer par l'ouverture; la dépense, et par suite son coefficient, est moindre; mais nous n'avons plus de règle pour

sa détermination. Il arrive même quelquefois que, lorsque la charge est très petite, la vanne est sans effet sensible; ainsi Eytelwein a eu une même dépense, soit que la pelle fût entièrement levée, soit qu'elle plongeât un peu dans l'eau de l'aval.

Mais si elle y plonge d'une quantité notable, et que la veine fluide, à sa sortie, soit entièrement recouverte d'une eau tranquille, on se retrouve dans le cas mentionné au n° 95, et la hauteur due à la vitesse de sortie sera la différence entre l'élévation, au-dessus d'un même point, de la surface fluide à l'amont et de celle à l'aval de la vanne. Pour l'élévation à l'aval, on prendra la hauteur ou profondeur de l'eau dans le canal lorsque le mouvement y est devenu régulier; la profondeur auprès de la vanne serait généralement plus faible et trop faible. En conséquence, si  $h$  est la hauteur dans le canal,  $H'$  la hauteur en amont de la vanne au-dessus du seuil d'entrée, la dépense de l'ouverture de la vanne, et par suite, celle du canal, sera exprimée par

$$m l' h' \sqrt{2g(H' - h)}.$$

Mais la dépense du canal, le mouvement y étant devenu sensiblement uniforme, est aussi (114)

$s \left( \sqrt{2736 \frac{p^2}{c}} - 0,033 \right)$ ; on aura donc

$$m l' h' \sqrt{2g(H' - h)} = s \left( \sqrt{2736 \frac{p^2}{c}} - 0,033 \right),$$

équation qui servira à résoudre diverses questions relatives aux canaux munis d'un vannage à leur tête.

Qu'il s'agisse, par exemple, de déterminer la quantité  $A'$ , dont il faut lever la vanne à l'entrée d'un long canal rectangulaire,

ayant  $1^m30$ , de large et  $0,001$  de pente, pour que l'eau s'y lieue à  $0^m80$  de profondeur : la largeur de l'ouverture de la vanne est de  $1^m10$ , et la hauteur du réservoir  $1^m20$ . Nous prendrons  $m = 0,70$  (232) : nous aurons en outre  $l' = 1,10$ ;  $l'' = 1,20$ ;  $h = 0,80$ ;  $l = 1,30$ ;  $p = 0,001$ ;  $s = 1,30 \times 0,80 = 1,04$  et  $c = 1,30 + 2.0,80 = 2,90$ . Ces quantités numériques, mises dans l'équation ci-dessus, la changeront en  $2,157$   $H' = 0,9914$ ; d'où  $H = 0^m4615$ .

## CHAPITRE II.

### DES RIVIÈRES.

L'homme établit et creuse les canaux; la nature a établi et creusé le lit des rivières : elle l'a fait en suivant des lois dont elle ne se départ pas, et conformément auxquelles elle maintient son ouvrage. Nous ne pouvons y rien changer et presque rien y modifier : l'ingénieur, qui a tout fait sur les canaux, ne peut que bien peu de chose sur les rivières. Son rôle est réduit à observer les circonstances du mouvement et de l'action de leurs eaux. En conséquence, après avoir jeté un coup-d'œil rapide sur la formation de leur lit en général, nous examinerons successivement la nature du mouvement, son influence sur la forme de leur surface, les vitesses respectives dans leurs diverses parties, et les manières d'en jauger les eaux; nous traiterons ensuite des remous produits par les barrages, les ponts; et nous terminerons par quelques observations concernant l'action de l'eau sur les constructions qu'on fait dans leur lit.

#### ART. 1<sup>er</sup>. *De l'établissement du lit.*

Formation  
du lit.

135. La surface du globe, à son origine ou immédiatement après sa consolidation, n'était pas entière-

rement unie : il y avait des parties élevées et des parties basses ; elle présentait des ondulations de différens ordres, et dont les principales, pareilles à de fortes rides, ont donné lieu à nos grandes chaînes de montagnes.

Les élémens atmosphériques, par leur action décomposante, les eaux pluviales, et par leurs courans et par leur action érosive, attaquèrent bientôt cette surface de roc. Ils en réduisirent la superficie en terre ; ils la dégradèrent, la découpèrent et la sillonnèrent de vallées de différentes grandeurs, dirigées en général suivant la ligne de plus grande pente des parties du sol qui les présentent. Les débris des parties élevées furent emportés et puis étendus sur les parties basses, où ils formèrent les *terrains de transport* qui les recouvrent. Tout ce travail de la nature est antérieur à l'époque, au dernier grand cataclysme, d'où est résulté l'état actuel de nos continens, et qui a réduit nos rivières et nos fleuves à la quantité d'eau qu'ils mènent aujourd'hui (1).

136. Les eaux qui tombent maintenant sur la surface de la terre, se réunissent et coulent dans les plis du terrain, les gorges, les vallons et les vallées primitivement excavés. En passant sur le terrain de transport qui en occupe le fond, elles s'y sont ouvert et y ont façonné un nouveau lit.

Dans les montagnes, contenues par de fortes berges, elles ont été contraintes de suivre l'ancienne voie ; elles n'y ont opéré et n'y opèrent que de bien faibles

---

(1) Voyez mon *Traité de géognosie*. Tome I, ch. IV, sur les dégradations que la surface de notre planète a subies, et sur la formation des vallées.

changemens. Si elles coulent immédiatement sur le roc, ce qui est d'ailleurs fort rare, leur tendance à creuser ou à élargir leur lit n'a qu'un effet à peine sensible au bout de quelques siècles. — Presque toujours elles roulent sur des blocs, sur les fragmens et débris des rochers tombés des escarpemens et des cimes qui bordent leur cours. Dans les fortes crues, elles poussent et portent plus loin ces matières, qui sont ensuite remplacées par d'autres. Elles les meuvent d'autant plus facilement, et elles les portent d'autant plus loin que le sol a plus de pente, que ces corps ont moins de pesanteur spécifique, et qu'ils sont moins volumineux : les effets de la pente ne se font guère sentir que vers l'origine des vallées : la pesanteur spécifique des roches et matières pierreuses, ne variant que de 2,2 à 2,7, sera sans effet notable, abstraction faite de quelques parcelles métalliques et de quelques pierres particulières : ce sera ainsi le volume qui influera le plus sur la distance à laquelle les roches et leurs débris seront portés. Aussi, et en général, lorsqu'on descend une grande vallée, on trouve d'abord, à peu de distance de son origine, dans le lit du torrent ou de la rivière qui en occupe le fond, des quartiers anguleux de rocher ; puis, et successivement, des blocs arrondis de plus en plus petits, des cailloux roulés, des graviers, et finalement on n'a plus guère que des sables et des terres. — Au reste, cette progression décroissante dans le volume des substances qui forment le lit d'une rivière, n'est pas seulement l'effet des impulsions successives des grandes eaux. Elle est encore celui d'une autre cause, qui, quoique très faible en apparence, n'en est pas

moins bien grande dans ses résultats, vu la continuité et la durée de son action, durée qui dépasse souvent une longue suite de siècles; c'est la force décomposante des élémens atmosphériques jointe à l'action des eaux courantes. Plus les matières seront éloignées de leur origine, et plus il y aura de temps, dans la plupart des cas, qu'elles en ont été arrachées; et par conséquent, plus cette force aura agi long-temps sur elles, et en aura réduit le volume primitif. — Ce n'est d'ailleurs qu'en général, je le répète, que les matières qui constituent le lit des rivières sont d'un volume d'autant plus petit, qu'elles se trouvent plus en aval: car on a très fréquemment aussi des sables dans les parties les plus élevées de la rivière, et des cailloux dans les parties les plus basses. Je remarquerai au sujet de ces cailloux des parties basses que, le plus souvent, ils étaient déjà dans le terrain de transport où le lit a été ouvert, et qu'ils ont été mis à nu par les fleuves mêmes lors de leurs crues.

Dans les régions peu élevées, mais où une rivière coule entre les collines, son lit est encore limité, et elle ne peut guère l'étendre.

Ce ne sera donc que dans les plaines et les larges vallées, dont le sol est comme meuble, que les rivières, moins gênées dans leur cours et trouvant moins d'obstacles, établissent réellement un lit dont les dimensions sont en rapport avec la nature de ce sol, comme avec le volume et la vitesse de leurs eaux. Si le terrain n'a pas une ténacité proportionnée à cette vitesse et à ce volume, il cédera à l'action des eaux; elles en approfondiront et surtout elles en élargiront le lit. Si, au contraire, la profondeur ou la

largeur était trop grande, le fleuve réduirait ces dimensions, en déposant sur son fond ou sur un de ses bords les pierres et terres qu'il charrie dans ses crues.

Établisseme<sup>t</sup>.  
du régime.

137. Quand il s'est établi un rapport convenable, que le lit contient toute l'eau que mène la rivière, dans ses grandes crues, sans en être attaqué, il y a *stabilité*, et le *régime de la rivière est établi*.

La vitesse du régime est aussi en rapport avec l'espèce ou plutôt avec la grosseur des substances qui en forment le lit.

Dubuat a fait, à ce sujet, quelques expériences qui me paraissent d'un assez grand intérêt. Il a pris diverses espèces de terres, sables et pierres, qu'il a successivement placées sur le fond d'un canal de bois : en l'inclinant diversement, il y a fait varier la vitesse du fluide qu'il menait, et il a constaté celle qu'il fallait pour mettre chacune de ces matières en mouvement. Il a eu pour

|                                                   |                    |
|---------------------------------------------------|--------------------|
| Argile propre à la poterie. . . . .               | 0 <sup>m</sup> 08. |
| Sable fin. . . . .                                | 0 <sup>m</sup> 16. |
| Gravier de la Seine, gros comme des pois. . . . . | 0 <sup>m</sup> 19. |
| <i>Idem</i> , gros comme des fèves. . . . .       | 0 <sup>m</sup> 32. |
| Galets de mer, d'un pouce de diamètre . . . . .   | 0 <sup>m</sup> 65. |
| Pierres à fusil, comme des œufs de poule. . . . . | 1 <sup>m</sup> 00. |

Il a encore étendu une couche de sable sur le fond de son canal, et il y a fait couler de l'eau avec 0<sup>m</sup>30 de vitesse. Au bout de quelque temps, la surface de ce sable a présenté une suite d'ondulations ou de sillons transversaux de 0<sup>m</sup>12 de large : le versant vers l'amont avait une pente très douce, elle était raide vers l'aval. Les grains de sable, poussés par le courant, montaient sur la première; arrivés au sommet, ils tombaient, par leur propre poids, le long de la contre-pente jusqu'au pied de la pente du sillon suivant, où ils étaient de nouveau repris par le courant : ils mettaient une demi-heure à franchir un sillon. Ils auraient en conséquence parcouru six mètres en vingt-quatre heures. (*Princ. d'hydraul.*, § 396).

C'est d'une manière semblable que cheminent les sables des Dunes, par suite de l'impulsion des vents.



Cause  
de la  
plus grande  
largeur.

138. Toutes choses égales d'ailleurs, les berges du lit d'une rivière résistent moins que le fond à l'action de ses eaux; et il est plus large que profond. Indépendamment de cette action, les berges sont soumises à celle de la pesanteur, laquelle concourt à produire l'éboulement des substances qui les composent; tandis que cette même force, pressant les matières du lit sur celles qui sont au-dessous, pression qui accroît le frottement, rend leur déplacement plus difficile. En outre, lorsque les masses du terrain de transport qui constitue les berges viennent à s'ébouler, l'eau, dans laquelle elles tombent, les délaye; elle emporte les parties terreuses; et les pierres, graviers et sables, qui leur étaient mêlés, demeurent au fond, et ils en augmentent la stabilité par leur plus grande résistance. Ainsi, le lit des rivières sera d'autant plus large, comparativement à sa profondeur, que le terrain est plus meuble et en même temps plus caillouteux.

Parallélisme  
de la surface  
des rivières  
à celle du sol.

139. La profondeur des rivières étant toujours fort petite, n'étant que de quelques mètres, sur une longueur d'un million de mètres et presque toujours plus, le fond du lit sera à très peu près parallèle à la surface du terrain dans lequel il est creusé. Si sa pente se relève davantage vers les sources, c'est qu'il en est ainsi de celle du terrain.

Observations  
sur le  
redressement  
du lit.

140. Lorsqu'une rivière coule dans une vaste plaine dont le sol est peu incliné, la fraction de la gravité ( $pg$ ) qui meut la masse fluide est petite; cette masse a moins de force pour vaincre les obstacles qui s'opposent à la direction qu'elle tend à prendre, direction qui est la ligne de plus grande pente du plan sur

lequel se fait l'écoulement. Le moindre obstacle, un peu plus de dureté ou de ténacité, par exemple, dans le terrain qui se trouve sur cette direction, portera la rivière à en dévier. Elle se jettera tantôt d'un côté, tantôt d'un autre : son cours présentera des divagations, des détours continuels, lesquels, augmentant la longueur du lit sur une même pente absolue, diminueront la pente relative et par suite la vitesse. La masse fluide s'écoulant moins vite, sa largeur et sa hauteur augmenteront, et il pourra en résulter des inondations et des dommages qu'on n'aurait pas eus, si la direction du lit se fût continuée en ligne droite.

Quelquefois, lorsque le cours d'eau n'est pas considérable, et que la nature ainsi que la disposition du terrain le permettent, on entreprend de redresser ce lit. L'on se trouve alors dans le cas d'un canal à mener d'un point à un autre, problème qui a été résolu dans le chapitre précédent.

Nous remarquerons au sujet de tels redressements, et en général au sujet des travaux à faire sur les cours d'eau, qu'il faut bien prendre garde de ne pas produire un mal plus grand que celui auquel on voulait remédier, soit en amont ou en aval de la localité où se font les travaux, soit dans la localité même : ainsi, les premiers auteurs de la *Robine*, canal qui va de l'Aude à la Méditerranée par Narbonne, lui avaient fait faire, au-dessus et au-dessous de cette ville, de forts circuits; ils voulaient, en ralentissant la vitesse du courant, augmenter sa profondeur et favoriser la navigation ascendante : à la fin du siècle dernier, pour ne pas avoir senti le but qu'ils s'étaient

proposé, et attribuant les sinuosités à un simple hasard, on a entrepris de redresser le lit, afin, disait-on, d'abrégér la durée de la navigation; et lorsque l'alignement a été fait, on n'a plus eu assez de tirant d'eau; il a fallu établir des écluses et même dépenser plus d'eau (1).

Les questions relatives à tout changement de lit exigent une parfaite connaissance des lieux et de la rivière dans ses divers états : c'est l'expérience et le génie de l'ingénieur qui peuvent mener à une solution convenable, et non les règles ou les considérations générales qu'on expose dans un court traité. Je renvoie en conséquence aux ouvrages des savans, Guglielmini, Manfredi, Frisi, Fabre, etc., qui ont traité de ces redressemens et travaux, et particulièrement à l'*Hydraulique* de Dubuat, §§ 127—139.

Ce dernier auteur a encore présenté diverses considérations relatives aux coudes des rivières et aux moyens de les adoucir. Je me bornerai à remarquer à ce sujet, 1° que la résistance des coudes au mouvement est généralement petite; 2° que le courant, se portant sur la rive concave, y exerce son action destructive et y donne lieu à une plus grande profondeur, tandis que les dépôts et atterrissemens se font au pied de la berge opposée.

---

(1) *Essai historique sur les États-Généraux du Languedoc*, par M. Trouvé, pag. 432. 1818.

ART. 2. *Du mouvement de l'eau dans les rivières.*1. *Espèce de mouvement. Son influence sur la forme de la surface fluide.*

Espèce de mouvement.

141. Dans les rivières, depuis la source la plus reculée jusqu'à l'embouchure, le volume d'eau est continuellement augmenté par les affluents qu'elles reçoivent. Mais d'un affluent à l'autre, le volume demeurant sensiblement le même, le mouvement y est permanent, et les règles de ce mouvement que nous avons exposées dans le chapitre précédent, lui sont applicables.

Ainsi, pour chaque tranche transversale de la masse fluide, la force accélératrice sera la force relative de la gravité moins la résistance du lit, ou,  $i$  étant l'inclinaison de la surface de la tranche (123),

$$g \sin i - A'c \left( \frac{Q^2}{s^3} + \frac{BQ}{s^2} \right).$$

Tant que cette quantité sera positive, et elle le demeurera tant que le premier terme excédera le second, le mouvement sera accéléré. Mais si celui-ci prédomine, le mouvement sera retardé. Il le sera à plus forte raison, si  $\sin i$  devient négatif, et cela aurait lieu dans le cas où la surface fluide serait en contre-pente.

Figure longitudinale de la surface.

142. Lorsque l'inclinaison  $i$  va graduellement en augmentant, la surface fluide est convexe; elle est concave, lorsque cette inclinaison diminue de plus en plus. Si le lit était horizontal, et d'un profil constant, à toute convexité de surface correspon-

drait un mouvement accéléré; et, pour toute concavité, on aurait un mouvement retardé. Si le lit était incliné et d'une inclinaison uniforme, il n'y aurait de mouvement accéléré qu'autant que les valeurs successives de  $i$  se trouveraient plus grandes que l'inclinaison du fond : si elles ne l'étaient pas, malgré la convexité, le mouvement serait retardé. De même, quoique ordinairement la concavité soit un signe de retard dans le mouvement, il y aurait accélération, si les valeurs de  $i$  excédaient cette dernière inclinaison. Les variations continuelles dans la pente et le profil du lit accroîtront encore le désaccord entre la courbure de la surface et l'espèce du mouvement.

En résumé, la coupe longitudinale de la surface d'une rivière à fond uni présentera une suite de lignes tantôt droites, tantôt convexes, tantôt concaves, et sans qu'à une même espèce de ligne réponde une même espèce de mouvement. Cependant, le plus souvent la ligne droite sera un indice de l'uniformité dans la vitesse, la ligne convexe un signe d'accélération, et la concave se rapportera à un mouvement retardé.

143. Plus encore, ou au moins d'une manière bien plus sensible que l'espèce du mouvement, les inégalités du fond influenceront sur la forme de la surface; elles se reproduiront en quelque sorte à la superficie du courant. Par exemple, qu'un banc de cailloux, étroit et épais, soit déposé transversalement ou en écharpe sur le lit d'un fleuve : le fluide le franchira en vertu de sa vitesse acquise; à la rencontre du banc, sa surface se relèvera considérablement, et de suite après, elle redescendra; de sorte que, dans cette

partie, elle présentera un exhaussement pareil à une forte ondulation : mais son élévation au-dessus du plan général de la superficie du fleuve sera plus petite que celle du banc au-dessus du plan général du fond. Habituellement, l'inégalité à la surface sera d'autant plus petite, comparativement à celle du fond, que l'eau aura et plus de profondeur et plus de vitesse : aussi, dans des inondations extraordinaires, la présence des digues de 2 et 3<sup>m</sup> de hauteur est-elle quelquefois sans effet à la surface ; et on y voit l'eau passer du bief d'amont au bief d'aval sans relèvement ou dépression sensibles.

Remarquons encore que, quoique les inégalités de la surface soient produites par celles du fond, elles ne leur correspondent pas verticalement, elles sont généralement un peu plus vers l'aval.

Figure  
en travers.

144. La section transversale de la surface d'une rivière présente encore une forme remarquable; c'est une courbe convexe, dont le sommet correspond au fil de l'eau : à partir de ce point de plus grande vitesse, le niveau baisse de part et d'autre jusqu'aux bords, et il baisse d'une quantité tantôt égale, tantôt inégale vers chacun d'eux. Plus la vitesse des différentes parties du courant est grande, et plus leur élévation respective est considérable. Les figures 25 et 26 représentent cet état des choses; la première se rapporte à une rivière et la seconde à un coursier (qui se trouvait d'ailleurs dans une circonstance particulière).

Fig. 25 et 26.

Cette forme d'un courant serait, d'après Dubuat, la conséquence d'un principe dont il a constaté l'exactitude par des expériences directes, et qu'il énonce

en ces termes : *si par une cause quelconque , une colonne fluide comprise dans un fluide indéfini ou contenu entre des parois solides, vient à se mouvoir avec une vitesse donnée, la pression qu'elle exerçait latéralement avant son mouvement contre le fluide ambiant ou contre la paroi solide, sera diminuée de toute celle qui est due à la vitesse avec laquelle elle se meut* (1). Par suite, les molécules du fil de l'eau et des filets environnans, allant plus vite que celles des bords, exerceront contre elles une pression moindre; et il en faudra un plus grand nombre, c'est-à-dire une colonne plus haute, pour leur faire équilibre. Je dois toutefois remarquer que le principe de Dubuat, et la justesse de son application au cas actuel, ont été contestés par divers auteurs (2). Cependant il pourrait bien n'être qu'une extension d'un autre principe dont il a été déjà fait mention (45) et sur lequel nous insisterons dans le chapitre suivant.

## 2. De la vitesse.

La connaissance de la vitesse d'une rivière est souvent nécessaire, soit pour mettre à même d'apprécier l'action du courant sur son lit, soit, et plus fréquemment, pour en déduire le volume d'eau mené. Cette vitesse se détermine ordinairement d'une manière directe, à l'aide d'instrumens auxquels on a donné le nom d'*hydromètres*. Nous allons faire connaître les principaux, en commençant par ceux qui donnent la vitesse de la surface.

Sa détermination.

(1) Dubuat, *Principes d'hydraulique*, § 453.

(2) Bernoulli, *Nouveaux principes d'hydraulique*, pag. 172. — Navier, *Architectur hydraulique de Bélidor*, pag. 342.

Flotteurs.

145. Le plus simple, le plus direct, et même le plus sûr lorsqu'il est convenablement employé, est un *flotteur*, qui, placé sur l'eau, en prend la vitesse. Dans l'usage ordinaire, on se sert de morceaux de bois, ou autres corps d'une pesanteur spécifique presque égale à celle de l'eau, et l'on compte le nombre de secondes qu'ils emploient à parcourir une distance préalablement mesurée. Lorsqu'on veut plus d'exactitude, on fait usage de boules de fer-blanc ou de cuivre creuses, ou même d'une fiole à médecine, qu'on lèste avec de la grenaille de plomb; de manière à ce que ces corps s'enfoncent presque en entier dans l'eau. On les place sur le plus fort du courant, et assez en amont du point où l'on commence à compter le nombre de secondes dans lequel est parcouru l'espace mesuré, pour qu'en y arrivant elles aient déjà acquis la vitesse du fluide circonvoisin. De cette manière, et en répétant deux ou trois fois l'opération, on peut espérer d'avoir assez exactement la vitesse du filet allant le plus vite. Mais pour les filets compris entre lui et les bords, ce mode ne peut plus servir; le flotteur ne se maintiendrait pas dans la direction nécessaire.

Je dois remarquer que les flotteurs ne doivent pas s'élever sensiblement au-dessus de la surface fluide; autrement leur direction, comme leur vitesse, serait influencée par le vent. De plus, s'ils étaient trop saillans, et que la pente fût considérable, pareils à des corps placés sur un plan incliné, leur vitesse s'accélérait jusqu'à ce qu'elle fût réduite à l'uniformité par la résistance du plan; et si ce plan se mouvait lui-même, leur vitesse absolue serait plus grande que la sienne; c'est-à-dire que celle des flotteurs serait plus considérable que celle de la surface fluide.

Volant  
à aubes.

146. La vitesse, en un point donné de cette surface, se détermine assez convenablement à l'aide d'un volant, ou petite roue à aubes faite d'un bois très léger, et très mobile sur son axe. En l'établissant sur le courant de manière qu'une aube plonge dans le fluide, son centre de percussion en prendra à peu près la vitesse. Dubuat s'est servi, avec succès, d'une roue en sapin de 0<sup>m</sup>73 de diamètre, et portant huit aubes carrées de 0<sup>m</sup>08 de côté; l'arbre tournait sur deux petits tourillons en fer retenus dans des chappes de cuivre: le tout ne pesait que 0<sup>kg</sup>69. (*Hydraul.*, § 441).

Pendule hy-  
drométrique.

Fig. 27.

147. Le *pendule hydrométrique*, qu'on emploie aussi au même usage, consiste en une boule d'ivoire ou de métal creux soutenue par un fil dont l'extrémité est fixée au centre d'un quart de cercle



gradué. On établit cet appareil au-dessus du point dont on veut avoir la vitesse, de manière que la boule plonge dans l'eau. Le courant l'entraîne; le fil s'incline; et la racine carrée de la tangente d'inclinaison, multipliée par un nombre constant, donne la vitesse cherchée.

Soit, en effet,  $\pi$  le poids absolu de la boule A; construisons le parallélogramme ABCD, où  $AD = \pi$ , et l'angle d'inclinaison  $EOA = CAD = i$ . Dans la position où est la boule, son poids effectif, la force avec laquelle elle tend à descendre, sera  $\pi \cos i$ . AB, qui est la portion du poids qui fait équilibre à l'action du courant, qui en mesure l'effort, sera  $\pi \sin i$ , et  $\pi \frac{\sin i}{\cos i} = \pi \tan i$  comparativement au poids effectif: cet effort est donc proportionnel à la tangente de l'angle d'inclinaison. Il l'est encore, ainsi que nous le verrons dans la section suivante, au carré de la vitesse du courant. Cette vitesse sera donc proportionnelle à la racine de la tangente d'inclinaison, et l'on aura  $v = n \sqrt{\tan i}$ .

Le multiplicateur  $n$  sera constant pour une même boule; et, par prudence, on le déterminera directement par l'expérience. A cet effet, on essaiera le pendule avec sa boule sur un courant dont la vitesse aura été déjà déterminée par un autre moyen, comme par le volant à anches; et cette vitesse, divisée par la racine de la tangente de l'inclinaison qu'on aura eue dans cette expérience, donnera la valeur de  $n$ .

On peut voir dans l'Hydraulique de Venturoli, une théorie plus générale de ce pendule simple, et des pendules composés.

Venons aux hydromètres destinés à mesurer les vitesses au-dessous de la surface. On en a imaginé et employé un grand nombre: je cite les trois suivans.

148. Le plus simple est le *tube de Pitot*; ainsi appelé du nom de l'auteur qui le premier en proposa l'usage. Celui dont il se servait était un simple tube de verre recourbé par le bout inférieur. Il l'enfonçait dans le courant jusqu'à ce que l'orifice de ce bout, tourné vers l'amont, fût au niveau de la veine dont il voulait avoir la vitesse. Cette veine, pressant le fluide contenu dans le tube, le faisait monter dans la branche verticale; et l'on regardait la hauteur à laquelle il s'élevait au-dessus de la surface de la rivière, comme la hauteur due à la vitesse du courant.

Il n'en est pas exactement ainsi. Cette hauteur mesure bien la somme des pressions exercées sur l'orifice du tube: mais la pression

Fig. 28.  
Tube  
de Pitot.

qui s'exerce sur un corps plongé dans l'eau est dépendante de la forme de ce corps, ainsi que nous le verrons par la suite : de plus, celle des divers filets fluides de la veine choquante va en diminuant du centre à la circonférence : de sorte qu'il faut isoler en quelque sorte un filet, le filet central, par exemple, et qu'en outre il faut consulter l'expérience sur les effets de la forme du tube. Dubuat, auteur de ces observations, a trouvé, qu'en donnant à l'orifice la forme d'un entonnoir, dont on ferme l'entrée à l'aide d'une plaque percée d'un petit trou au centre, les deux tiers seulement de l'élévation dans le tube étaient la hauteur due à la vitesse, et que l'on avait en conséquence  $v = \sqrt{2g \cdot \frac{2}{3}h} = 3,62\sqrt{h}$ ,  $h$  étant la hauteur de l'eau dans le tube au-dessus de la surface du courant. (*Hydraul.*, § 52).

M. l'ingénieur Mallet termine la branche horizontale du tube par un cône n'ayant guère que deux millimètres d'ouverture au sommet : il fait son tube en tôle et d'environ 0<sup>m</sup>04 de diamètre ; il y introduit un flotteur surmonté d'une petite tige ; et il le fixe à une perche, ainsi qu'il est fait pour les hydromètres dont il sera bientôt question. Lorsque l'instrument est mis en place, et au point dont on veut avoir la vitesse, le cône étant exactement dans la direction du courant et tourné vers l'amont, on observe la hauteur de la tige : puis, on retourne l'instrument vers l'aval, et on prend encore note de la hauteur de la tige. La différence des deux hauteurs, multipliée par un coefficient particulier à ce tube et donné par une expérience préalable, sera la hauteur due à la vitesse de la partie du courant correspondante au cône.

Malgré la simplicité de l'instrument et de la méthode, on en fait peu d'usage. On ne peut mesurer la hauteur de l'eau avec une exactitude suffisante, pour en déduire une vitesse précise, surtout lorsque cette vitesse est fort petite.

249. On a cherché des indicateurs plus sensibles dans des plaques que l'on exposait directement au choc de la partie de la rivière dont on voulait avoir la vitesse : le poids qu'il fallait employer pour les maintenir contre l'action du courant, en mesurait la force ; et on en concluait la vitesse, d'après les règles qui seraient données dans la section suivante. La forme de ces *balances* ou *romaines hydrométriques* a été variée de diverses manières. Je me bornerai à donner une idée de celle que Brünings a employée dans les nombreuses expériences dont il sera bientôt

question, et à laquelle il a donné le nom de *tachomètre* (mesureur de vitesse).

Il consiste en une plaque A fixée à l'extrémité d'une tige AB qui se meut, dans la douille m, perpendiculairement à la barre DE, dont le bas repose sur le fond du lit, et sur laquelle on arrête l'instrument à la hauteur convenable. En B est fixé un cordon qui passe sur la poulie de renvoi C, et va aboutir à l'extrémité du petit bras d'une romaine, dont l'autre bras porte le poids P. Lorsque le tachomètre est convenablement placé, pour la détermination à laquelle on veut le faire servir, le courant agit sur la plaque, il tend à la pousser de A en B; et on recule le poids P, jusqu'à ce qu'il la maintienne en équilibre. De sa position, on conclut l'effort du courant, et par suite sa vitesse.

Tachomètre  
de Brünnings.

Fig. 29.

150. On met actuellement, surtout en Allemagne, au-dessus de tous ces instrumens, le *moulinet hydrométrique de Woltmann*, dont ce savant a publié la description et l'usage en 1790. Il présente un arbre tournant qui porte quatre petites ailes disposées comme celles d'un moulin à vent. Le courant les fait tourner, et du nombre de révolutions faites en un certain temps, lequel est indiqué par l'instrument même, on conclut directement la vitesse.

Moulinet  
de  
Woltmann.

Fig. 30 et 31.

En effet, abstraction faite de la très petite résistance due au frottement de l'arbre sur ses supports, la vitesse du courant est proportionnelle à celle des ailes, et celle-ci l'est au nombre  $n$  de tours faits dans l'unité de temps, ou, ce qui revient au même, au nombre  $N$  fait dans un temps  $T$  et divisé par ce temps; de sorte qu'on a  $v = \alpha n = \alpha \frac{N}{T}$ ,  $\alpha$  étant un coefficient constant pour un même moulinet et à déterminer par l'expérience.

A cet effet, on place le moulinet dans un courant dont la vitesse a été déterminée par un autre moyen : on prend le nombre de tours qu'il y fait pendant un certain temps, on divise ce nombre par ce temps; on divise encore la vitesse par le quotient qu'on vient d'obtenir, et l'on a  $\alpha$ . Plus simplement encore, en admettant (et je crois qu'il en est ainsi, dans ce cas) que la pression exercée par un fluide en repos sur une petite plaque en mouvement, est égale à celle que le fluide en mouvement exerce contre la plaque en repos, la vitesse étant la même dans les deux cas; on fait parcourir au moulinet un certain espace dans une eau stagnante, dans un bassin, par exemple, dont on fait plusieurs fois le cir-

cuit; et l'on divise l'espace parcouru par le nombre de tours de l'arbre; le quotient est encore la valeur de  $\alpha$ ; car  $v = \frac{E}{T}$ , ainsi  $E = \alpha N$  ou  $\alpha = \frac{E}{N}$ .

L'utilité dont cet instrument peut être, me porte à faire connaître la disposition et les dimensions de ses parties principales, que la figure 31 représente d'ailleurs à moitié de leur grandeur naturelle. Les ailettes, au nombre de quatre, sont de minces plaques de cuivre carrées de 0<sup>m</sup>025 de côté, et dont le milieu est à 0<sup>m</sup>05 de l'axe de rotation : leur plan fait un angle de 45 degrés avec cet axe. Pour les petites vitesses, où il faut un instrument plus sensible, on double et le côté des ailes et leur distance à l'arbre tournant. On a ainsi deux assortimens d'ailes; et l'on monte, sur cet arbre, celui qui est le plus convenable à l'opération que l'on se propose de faire. — Les roues dentées ont chacune 50 dents; et le pignon, qui transmet le mouvement de l'une à l'autre, n'en a que 5; de sorte qu'elles peuvent indiquer jusqu'à 500 tours. Elles sont portées sur un châssis mobile autour d'une de ses extrémités, et qu'un ressort à boudin tient éloigné de l'arbre tournant. Sur cet arbre, comme sur une vis sans fin, est une courte hélice, dans les pas de laquelle s'engrènent les dents des roues, lorsqu'elles sont suffisamment rapprochées; ce rapprochement s'effectue en tirant de bas en haut, à l'aide d'un cordon, l'extrémité mobile du châssis.

Lorsqu'on veut opérer, on commence par faire en sorte que les parties tournantes de l'instrument aient toute la mobilité possible; et on place le zéro du numéro des dents de chacune des deux roues vis-à-vis l'index respectif fixé au limbe. Puis l'on introduit une perche de bois, ou mieux une tige de fer, dans la douille du moulinet, que l'on y fixe à un point dépendant de la profondeur où l'on veut avoir la vitesse. Si cette profondeur est petite, on place et assujétit la tige à quelques mètres en avant de l'extrémité antérieure d'une nacelle, que l'on amarre au lieu de l'opération. Pour les grandes profondeurs, on se sert de deux bateaux, que l'on joint par de forts madriers allant de l'un à l'autre; et c'est sur ce ponton que l'on s'établit; on le conduit et on le fixe au point voulu; et puis on descend la barre portant le moulinet, jusqu'à ce que son extrémité soit au fond de la rivière. — Lorsque tout est prêt, une personne, au signal donné par celui qui doit compter le temps, tire le cordon du châssis por-

tant les roues dentées, et elle les tient ainsi pressées contre l'arbre tournant, lequel leur communique alors le mouvement. A un second signal, on lâche le cordon; le ressort à boudin repousse le châssis, l'engrenage cesse et les roues s'arrêtent. On retire l'instrument de l'eau, et on lit, vis-à-vis les index, le nombre de tours faits par le moulinet dans l'intervalle de temps qui s'est écoulé entre les deux signaux : ce nombre, divisé par ce temps et multiplié par le coefficient propre au moulinet, est la vitesse cherchée.

151. C'est à l'aide de tels instrumens qu'on a reconnu que la vitesse de l'eau dans un courant diminue à mesure qu'on s'approche du fond ou des parois du lit, et qu'on a ensuite cherché la loi de cette diminution.

Diminution  
de vitesse à  
mesure qu'on  
s'enfonce  
dans un cou-  
rant.

Antérieurement au dix-huitième siècle, on admettait que, dans les rivières, la vitesse respective des divers filets fluides coulant les uns sur les autres, suivait la même loi que celle des filets qui sortent d'un réservoir par une échancrure pratiquée dans une de ses parois verticales; cas dont nous avons déjà traité (58), et où la vitesse croît comme la racine carrée de l'abaissement des filets au-dessous de la surface fluide. De sorte que la vitesse dans une rivière aurait augmenté avec la profondeur, et à peu près comme sa racine carrée. Cette doctrine était admise par Guglielmini et autres savans d'Italie les plus avancés de l'Europe, à cette époque, dans ce qui concerne les eaux courantes. Mais, vers 1730, Pitot, à l'aide du tube hydrométrique qu'il venait d'inventer, et dans les essais qu'il en fit sur la Seine, trouva que la vitesse y diminuait au lieu d'augmenter avec l'enfoncement. Il publia ce fait important (1),

(1) *Mémoires de l'Académie royale de médecine. Année 1732.*

qu'une multitude d'observations ont ensuite confirmé et généralisé, et dont nous avons déjà indiqué la cause et les effets aux numéros 106 et 109.

Nous y avons vu que la vitesse des divers filets d'un courant y était d'autant plus grande qu'ils se trouvaient plus éloignés des parois du lit, et que, par suite, le filet de plus grande vitesse ou le fil de l'eau se trouvait à la surface dans la partie qui correspond à la plus grande profondeur. Ce filet est quelquefois désigné sous le nom allemand de *Thalveg* (talveg, chemin de la vallée) : en stricte rigueur, le *thalveg* serait l'intersection des deux pentes ou berges qui encaissent la vallée; naturellement le fil de l'eau sera au-dessus de cette intersection, et il l'indiquera : aussi le prend-on quelquefois pour ligne-limite entre deux États ou territoires que le fleuve doit séparer; c'est encore lui que suit habituellement la navigation descendante.

Loi  
de la  
diminution.

152. Quelques observateurs ont cru que la plus grande vitesse d'une rivière n'était pas exactement à sa surface, qu'elle se trouvait un peu au-dessous : toutefois, M. l'ingénieur Defontaine a conclu de ses observations sur le Rhin, qu'abstraction faite de l'action du vent, elle est exactement à la superficie du courant.

Suivant quelle loi diminue-t-elle à mesure qu'on descend au-dessous ? Dans la seconde moitié du dernier siècle, Ximenès et d'autres hydrauliciens italiens s'occupèrent de sa recherche. En 1789 et 1790, Brünings fit à ce même effet dix-huit suites d'expériences, sur les divers bras du Rhin qui traversent la Hollande : à chacune de ses stations, et de pied

en pied sur une même verticale, il mesura la vitesse du fleuve, à l'aide de son *tachomètre* (149). De ces observations et de quelques autres, Woltmann crut pouvoir conclure, qu'à partir de la surface, lorsqu'on descend, les vitesses décroissent comme les ordonnées d'une parabole renversée : par exemple, si, dans la figure 16, où AMC est une parabole ordinaire, BC représente la vitesse à la surface et GH celle du fond, DE sera la vitesse à la profondeur BD. Funk admit une logarithmique; c'est-à-dire que pendant que les profondeurs croîtraient en progression arithmétique, les vitesses diminueraient en progression géométrique. M. Raucourt, à la suite de ses observations sur la Neva, à Pétersbourg, a cru pouvoir représenter les vitesses, sur une même verticale, par les ordonnées d'une ellipse dont le sommet inférieur serait au-dessous du fond du fleuve, et le petit axe un peu au-dessous de la surface fluide. (1)

Malgré ces essais scientifiques, les résultats des observations présentent et présenteront toujours trop d'anomalies, et des faits trop contradictoires, pour qu'on puisse en déduire une loi mathématique du décroissement de la vitesse. La seule conséquence que l'on puisse tirer des observations connues, et en particulier de celles que M. Defontaine a faites sur le Rhin, à l'aide du moulinet de Woltmann, c'est que : *en général, et à mesure que l'on s'enfonce au-*

---

(1) *Annales des ponts et chaussées*, Tom. IV, pag. 1, 1832. Il serait à désirer que les expériences de M. Raucourt fussent publiées : sur un des points d'observation, la profondeur du fleuve était d'environ 19<sup>m</sup>. Cet ingénieur représente encore, par les ordonnées d'une ellipse, les vitesses de la surface, depuis le fil de l'eau jusqu'aux bords.

dessous de la surface, dans une rivière, la vitesse de l'eau diminue graduellement; d'une manière d'abord insensible, puis de plus en plus prononcée et croissant assez rapidement aux approches du fond, où la vitesse est encore presque toujours plus que moitié de la vitesse à la surface. La figure 49, qui représente la courbe indiquée par la moyenne de deux observations, dans un lieu où le Rhin avait 1<sup>m</sup>50 de profondeur, donnera une idée de ce mode de décroissement : on a ci-contre les coordonnées de cette courbe, qui se rapproche assez d'un arc de parabole, dont les ordonnées seraient les vitesses diminuées d'une quantité constante. (1)

| PROFON-<br>DEUR. | VITESSE. |
|------------------|----------|
| mèt.             | mèt.     |
| 0,00             | 1,226    |
| 0,20             | 1,218    |
| 0,40             | 1,198    |
| 0,60             | 1,167    |
| 0,80             | 1,125    |
| 1,00             | 1,057    |
| 1,20             | 1,050    |
| 1,40             | 0,880    |

Vitesse  
moyenne  
d'une  
verticale.

153. La vitesse moyenne, dans une même verticale, sera la somme des vitesses qu'on y aura observées divisée par le nombre des observations : plus ce nombre sera grand, et plus le résultat approchera de l'exactitude.

C'est d'une telle manière que Brünings a déterminé la vitesse moyenne de chacune de ses verticales. Il a cherché ensuite le rapport de cette moyenne avec la vitesse correspondante prise à la surface ou plutôt à un pied (0<sup>m</sup>314) au-dessous : il a trouvé que ce rapport variait de 0,89 à 0,96 ; les vitesses avaient été de 0<sup>m</sup>67 à 1<sup>m</sup>48, et les profondeurs de 1<sup>m</sup>57 à 4<sup>m</sup>39. Ximenès, sur l'Arno, par une vitesse de surface

(1) Voyez dans les *Annales des ponts et chaussées*, Tom. VI, 1833, le beau travail de M. Defontaine sur le régime du Rhin et sur les travaux pour la défense de ses rives.



de 1<sup>m</sup>004 et une profondeur de 4<sup>m</sup>57, a eu 0,92 pour ce rapport de la vitesse moyenne d'une verticale à celle de la superficie. Dans ses observations sur le Rhin, M. Defontaine n'aurait obtenu que de 0,85 à 0,89. Cependant, pour les grandes rivières, les observations le donnent plus souvent au-dessus qu'au-dessous de 0,90.

Le filet doué de la vitesse moyenne a été habituellement trouvé un peu au-dessous de moitié, vers les  $\frac{1}{2}$  de la profondeur.

154. Mais cette vitesse moyenne des molécules d'une même verticale n'est pas la vitesse moyenne des molécules de la section du courant. Puisque la vitesse à la surface va en décroissant depuis le fil de l'eau jusqu'aux bords, et que la vitesse moyenne des verticales suit à peu près le même rapport, la moyenne de leur ensemble, c'est-à-dire la moyenne de la section, sera moindre que la plus grande d'elles, celle qui correspond au fil de l'eau; et par suite, son rapport avec la vitesse de ce fil sera plus petit que celui qui a été donné au numéro précédent, que 0,90 terme moyen. Brünings l'a trouvé de 0,85; mais il l'a vu descendre, d'une part, jusqu'à 0,72, et s'élever de l'autre jusqu'à 0,98. Ximènes a eu 0,83.

Vitesse  
moyenne  
de la section  
comparative-  
ment à celle  
du fil de l'eau.

Dubuat, dans les expériences qu'il a exécutées sur de petits canaux et dont il a été déjà fait mention (109), a obtenu un résultat à peu près pareil, bien qu'il ait procédé d'une tout autre manière. Un jaugeage direct lui donnait la dépense du canal, et en la divisant par la section, il avait fort exactement la vitesse moyenne (108) : il déterminait encore avec assez de facilité et d'exactitude la plus grande vitesse

de la surface. Le rapport de l'une à l'autre a varié de 0,71 à 0,88 (et même dans deux expériences, dont il paraît convenable de faire abstraction, il s'est élevé à 0,95 et 0,96). De plus, ce rapport a augmenté avec la vitesse, et en désignant par  $V$  celle de la surface, on a pu l'exprimer par

$$\frac{V + 2,37}{V + 3,15}$$

Mais peut-on admettre un rapport entièrement indépendant de la profondeur? Peut-on étendre le résultat d'observations faites sur de fort petits canaux en bois, bien réguliers sur toute leur longueur, et où la profondeur d'eau n'a pas dépassé 0<sup>m</sup>27, à des rivières dont le lit n'est qu'une suite de fortes inégalités, et dont la profondeur excède souvent 3 et 4<sup>m</sup>? Nous en douterions, si les expériences faites directement sur de grands fleuves ne semblaient indiquer qu'il en est effectivement ainsi.

### 3. *Jaugeage des cours d'eau.*

L'estimation des vitesses, soit partielles, soit moyennes, dont il vient d'être question, a principalement pour objet le *jaugeage des cours d'eau*, c'est-à-dire la détermination de la quantité d'eau qu'ils mènent, quantité dont la connaissance est souvent d'un grand intérêt pour l'Administration : elle la met à même de décider, avec certitude, ce qu'elle peut concéder des eaux d'une rivière à des canaux, des irrigations, etc., sans nuire à la navigation fluviale; elle la met encore en état de répartir, avec justice et convenance, un volume d'eau disponible entre plusieurs services ou usines.

Le jaugeage s'effectue de diverses manières.

155. Celle qui convient le mieux pour les grandes rivières, consiste à y prendre une station en un point quelconque, à y mesurer l'aire de la section transversale, ainsi que la vitesse moyenne de cette section, à l'aide d'un hydromètre, et à multiplier ces deux quantités l'une par l'autre.

Jaugeage  
par les hy-  
dromètres.

Pour opérer d'une manière convenable, sur la largeur de la rivière, à la station choisie, on jette plusieurs sondes : elles divisent la section en trapèzes, et on calcule l'aire de chacun d'eux. Puis, à peu près à égale distance entre les points de sondage, on conduit et fixe successivement la nacelle ou le ponton portant le moulinet de Woltmann (150), ou tout autre instrument : avec son secours on détermine cinq, six, sept vitesses sur la même verticale ; on en prend la moyenne, et on la multiplie par l'aire du trapèze respectif. La somme de tous ces produits est évidemment la dépense de la rivière : elle équivaut à l'aire totale de la section multipliée par la moyenne générale. Comme ici tout est à la disposition de l'observateur, qu'il peut multiplier à volonté les sondes et les déterminations de vitesse ; qu'il peut, dans ce travail, mettre tout le soin nécessaire, il demeure le maître de donner à son jaugeage le degré d'exactitude qu'il veut, et d'obtenir à très peu près la dépense réelle.

156. Ce mode exige, il est vrai, du temps et des frais ; et si l'on ne veut qu'une approximation, on se bornera au suivant. On prendra sa station vers le milieu d'un bief, ou portion de rivière, dont le lit, sur une étendue de quelques centaines de mètres,

soit assez régulier. A l'aide de coups de sonde, on aura l'aire de sa section transversale. Puis, au moyen de flotteurs (145), on déterminera la vitesse du fil de l'eau dans la longueur prise, et de manière à avoir surtout celle qui correspond à la section mesurée : par la formule ci-dessus (154), elle donnera la vitesse moyenne de la section, laquelle, multipliée par l'aire déjà trouvée, sera la dépense cherchée.

Jaugeage  
par le calcul.

157. Les formules du mouvement permanent (123, 124) fournissent encore le moyen d'avoir le débit des rivières.

Encore ici il faudra faire choix d'une localité où, sur une longueur assez considérable, le lit ne présente point d'inégalités trop fortes et trop brusques. On y prendra quatre, cinq, six stations : à chacune d'elles on déterminera : 1° l'aire de la section ( $s_0, s_1, s_2, \dots s_n$ ); 2° le contour ou périmètre mouillé ( $c_0, c_1, c_2, \dots c_n$ ); 3° la distance de l'une à l'autre ( $x_1, x_2, \dots x_n$ ); 4° enfin, la pente de superficie de l'une et l'autre.

A l'aide de ces données, on aura la dépense par la formule

$$Q = \frac{N}{2(D+M)} + \sqrt{\frac{p'}{D+M} + \left(\frac{N}{2(D+M)}\right)^2};$$

où

$$D = \frac{1}{2g} \left( \frac{1}{s_1^2} - \frac{1}{s_n^2} \right)$$

$$M = 0,0003655 \left( \frac{x_1 c_1}{s_1^3} + \frac{x_2 c_2}{s_2^3} + \dots \frac{x_n c_n}{s_n^3} \right)$$

$$N = 0,0000243 \left( \frac{x_1 c_1}{s_1^2} + \frac{x_2 c_2}{s_2^2} + \dots \frac{x_n c_n}{s_n^2} \right), \text{ et}$$

$p'$  = pente depuis la première jusqu'à la dernière station.

On doit ici se rappeler que l'intégration qui a mené à cette formule, admettait implicitement que les quantités à intégrer, notamment les vitesses et par suite les sections, étaient assujetties à une loi de continuité : or, cela n'aurait plus lieu s'il y avait des variations irrégulières dans la largeur et la pente du lit ; et il y en a dans presque toutes les parties des rivières. La formule ne leur est donc pas rigoureusement applicable, et les résultats qu'elle donne ne doivent être regardés que comme approximatifs. L'exemple suivant va montrer ce qui en est à cet égard.

Parmi une suite de 105 observations ou stations de nivellement faites sur le Weser, près de Minden en Westphalie, et rapportées dans l'*Hydrotechnie* de Funk, j'en prends six consécutives, et dans la partie où ce fleuve présente le moins d'irrégularités ; elles donnent les distances, pentes, périmètres mouillés et sections portés au tableau suivant. J'y joins les valeurs de  $\frac{v^2 c}{s^2}$  et  $\frac{v^2 c}{s^2}$  pour chacune des sections respectives.

| N° | $z^o$ | $p'$              | $c$   | $s$        | $\frac{v^2 c}{s^2}$ | $\frac{v^2 c}{s^2}$ |
|----|-------|-------------------|-------|------------|---------------------|---------------------|
|    | mét.  | par <sup>te</sup> | mét.  | sq. carés. |                     |                     |
| 0  | 0,0   | 0,0               | 99,0  | 76,68      | 0,0                 | 0,0                 |
| 1  | 186,4 | 0,1720            | 110,8 | 73,84      | 3,238               | 0,04385             |
| 2  | 65,6  | 0,0709            | 99,1  | 45,51      | 3,138               | 0,06806             |
| 3  | 61,0  | 0,0659            | 94,1  | 64,05      | 4,398               | 0,02182             |
| 4  | 79,7  | 0,0852            | 94,4  | 45,51      | 3,632               | 0,07980             |
| 5  | 49,2  | 0,0531            | 117,8 | 68,68      | 1,476               | 0,02355             |
|    | 414,9 | 0,4471            | 402,5 | 61,38      | 12,882              | 0,23798             |

Avec ces données, on trouve

$$D = 0,051 (0,0002546 - 0,0001701) = 0,00000431;$$

$$M = 0,0003655 \times 0,23798 = 0,00008698;$$

$$N = 0,0000243 \times 12,882 = 0,000313.$$

Ces quantités numériques mises dans l'équation ci-dessus donnent pour la dépense cherchée  $Q = \dots \dots \dots$  68,4

Un jaugeage fait avec un hydromètre indiquait.  $\dots \dots \dots$  75,1

Ainsi la formule aurait péché par défaut d'environ un dixième.

|                                                      | mét. cub. |
|------------------------------------------------------|-----------|
| Les 5 premières stations seules auraient donné . . . | 63,34     |
| Les 4 premières. . . . .                             | 74,56     |
| Les 3 premières . . . . .                            | 63,83     |
| Les 4 dernières. . . . .                             | 75,25     |

On voit, par cet exemple, où cependant l'on avait un lit à peu près aussi régulier qu'on peut l'espérer dans une grande rivière, combien est forte l'influence de la grandeur respective des sections.

La formule du mouvement uniforme, en prenant une moyenne entre les six sections et les six périmètres mouillés notés au tableau ci-dessus, aurait donné . . . . . 79,67  
quantité de 6 centièmes plus forte que celle qui résulte du jaugeage hydrométrique.

Jaugeage  
par les  
déversoirs.

158. Les digues qui barrent le cours des rivières, et sur lesquelles les eaux déversent en totalité, pourront quelquefois donner le moyen d'en déterminer la quantité. Mais il faudrait que leur couronnement présentât une arête saillante, telle que le fluide qui passe dessus tombât librement et sans éprouver de réaction de la part du fluide déjà écoulé : très rarement aura-t-on une telle disposition. On y suppléera, si cela se peut sans trop de frais, en surmontant le couronnement d'une construction dont la partie supérieure, ayant peu de largeur, serait bien horizontale, à vives arêtes, et assez élevée pour que le déversement se fit sans gêne : il faudrait de plus que la hauteur d'eau,  $H$ , au-dessus de cette construction, fût plus grande que  $0^m06$ , mais plus petite que le quart de la profondeur du courant derrière la digue. Alors  $L$  étant la longueur du barrage, la dépense serait donnée par la formule (77)

$$1,96 LH \sqrt{H}.$$

Dans le cas où  $H$  excéderait le quart de la profondeur d'eau, on emploierait l'expression (79) en fonction de la vitesse,  $w$ , à la surface du courant,

$$1,92 LH\sqrt{H+0,115 w^2}.$$

159. Si le mode de jaugeage par les déversoirs est rarement applicable aux grands cours d'eau, il convient plus que tout autre pour les petites rivières et les ruisseaux. On a deux cas à distinguer.

Celui où le courant est petit, et ne mène que de un à deux mètres cubes d'eau par seconde. On cherchera un lieu où l'on puisse facilement établir un déversoir ayant en largeur plus de 0<sup>m</sup>09, mais moins du tiers de la largeur du lit; et de manière à y avoir une charge au-dessus de 0<sup>m</sup>06, mais pas assez forte pour que son produit par la largeur du déversoir, ou  $LH$ , excède la cinquième partie de la section du courant immédiatement en amont du déversoir; alors, sans craindre un centième d'erreur, on appliquera la formule (77)

$$1,77 LH\sqrt{H}.$$

Si on le trouvait d'une exécution plus facile, ou que la quantité d'eau dépassât deux mètres, on barrait entièrement le lit par une digue : sur chacune de ses extrémités on élèverait une petite cloison verticale, de manière que l'ouverture traversée par l'eau fût rectangulaire, et l'on ferait usage d'une des deux formules rappelées au numéro précédent, après s'être mis toutefois dans les conditions où elles sont applicables.

Deux exemples montreront la manière de procé-

der, et ils nous fourniront l'occasion d'ajouter quelques détails pratiques à ce qui a été déjà dit sur les déversoirs (68-83).

I. Qu'on ait à jaugeur un petit cours d'eau. On y cherchera un local convenable à l'établissement du déversoir; ce sera, par exemple, un resserrement du lit, à berges assez escarpées, immédiatement à l'aval d'un renflement. Soit dans ce local 3<sup>m</sup>60 la largeur du courant à sa surface, et 0<sup>m</sup>80 sa plus grande profondeur. D'après un premier examen de la section, et de la vitesse mesurée à l'aide de quelques corps légers jetés dans le courant, on trouve qu'il mène près d'un mètre cube d'eau par seconde. Puisque sa largeur est de 3<sup>m</sup>60, on pourra donner 1<sup>m</sup>20 à celle du déversoir; la charge y sera donc au-dessous de 0<sup>m</sup>60 (car la

formule  $1,77/H\sqrt{H} = 1,77/H^{3/2}$  donne  $H^{3/2} = \frac{Q}{1,77l}$  ou  $H =$

$\sqrt[3]{\left(\frac{Q}{1,77l}\right)^2}$ , et pour le cas actuel  $H = 0^m588$ ). Par suite de ce

premier aperçu, on fera faire, en planches de 0<sup>m</sup>03 à 0<sup>m</sup>04 d'épaisseur, une cloison de 4<sup>m</sup>50 de large du haut, 1<sup>m</sup>60 de hauteur, et d'une forme analogue à celle du lit: on l'établira de manière qu'elle le barre exactement; à cet effet, on enracinera un peu ses bords dans les berges et le fond du lit; et à l'aide de mousse, gazons et mottes de terre, on rendra les joints aussi étanches que possible, surtout un peu avant l'opération du jaugeage: on la soutiendra d'ailleurs par des traverses et des arcs-boutans. Dans sa partie supérieure, on aura pratiqué une échancrure rectangulaire de 1<sup>m</sup>20 de large et 0<sup>m</sup>65 de profondeur; de sorte que le seuil du déversoir se trouve à 0<sup>m</sup>15 au-dessus du niveau naturel du courant, et que l'eau tombera librement. La section de la lame fluide au déversoir (1,20 × 0,60 = 0,72) n'étant pas la cinquième ni même la septième partie de la section du courant, laquelle dépasse 5<sup>m</sup>, toutes les conditions pour l'application de la formule  $1,77/H\sqrt{H}$  seront pleinement satisfaites.

Lorsque tout sera prêt, qu'il y aura fort peu de pertes par les joints, et que le nouveau régime du courant sera devenu bien stable, on prendra sur la cloison, des deux côtés de l'ouverture, à quelques décimètres de ses bords verticaux, et au niveau de la ligne de flottaison (déduction faite de l'effet de la capillarité),



deux points; de l'un à l'autre on tendra un fil, et on mesurera directement son élévation au-dessus du milieu du seuil. Elle s'est trouvée de 0<sup>m</sup>612, et la largeur du déversoir, mesurée avec soin pendant l'écoulement, n'a plus été que de 1<sup>m</sup>195. Ainsi

$$Q = 1,77 \times 1,195 \times 0,612 \times \sqrt{0,612} = 1^{mm} 013.$$

II. Une question litigieuse exige qu'on détermine exactement le volume d'eau que mène une petite rivière, lorsque son niveau est à la hauteur d'un repère donné. On arrête que le jaugeage sera fait à l'aide d'un barrage.

A 52<sup>m</sup> en amont du repère, dans un endroit où la rivière est un peu encaissée et présente un lit assez régulier, où le courant a 19<sup>m</sup>80 de large à la surface et 1<sup>m</sup>25 de profondeur moyenne lorsque les eaux sont à la hauteur du repère, on établira le barrage temporaire. On le couronnera d'une pièce de bois bien équarrie, n'ayant que 0<sup>m</sup>04 de largeur dans le haut; et dont la face supérieure, bien plane et bien horizontale, sera à 0<sup>m</sup>20 au-dessus du repère. Sur chacune de ses extrémités on élèvera une petite cloison verticale, de manière que l'intervalle entre elles ou la largeur du déversoir soit de 19<sup>m</sup>40. Attendant ces deux cloisons et en retour d'équerre, on en fixera deux autres, auxquelles on donnera 1<sup>m</sup>50 de large; et à 1<sup>m</sup> de l'intersection commune, on fixera contre la face intérieure de chacune une échelle métrique, dont le zéro sera exactement au niveau de la crête du barrage.

Ces dispositions étant faites, on attendra l'époque où l'eau dans le bief d'aval sera au niveau du repère, alors on prendra, sur les échelles, la hauteur du bief d'amont. Elle a été de 0<sup>m</sup>713. Comme cette hauteur est à peu près moitié de celle de la digue (1,25 + 0<sup>m</sup>20), on ne saurait employer avec confiance la formule  $1,64 \frac{LH}{\sqrt{H}}$ , et il faudra avoir recours à celle  $1,92 \frac{LH}{\sqrt{H + 0,115 H^2}}$ .

Pour obtenir la vitesse  $v$ , de la surface du courant à son arrivée au déversoir, on prendra vers l'amont, à partir du point où l'eau commence à s'infléchir sensiblement vers la digue, une distance de 50<sup>m</sup>, sur chacune des deux rives; et on en marquera les extrémités par des piquets. A une vingtaine de mètres au-dessus, on livrera au fort du courant un flotteur convenable, et, avec un bon compteur, on constatera le temps qu'il met à parcourir les 50<sup>m</sup> mesurés: une moyenne entre six observations a donné 48 $\frac{1}{2}$

secondes : d'où l'on conclut  $w = 1^m 03$  et  $0^m 116 w^3 = 0,122$ . Par suite,

$$Q = 1,92 \times 19,40 \times 0,713 \sqrt{0,713 + 0,122} = 22,62.$$

La formule  $1,96 LH \sqrt{H}$  eût donné 22,89. Ainsi, l'on pourra affirmer que la rivière, à la hauteur des eaux donnée, fournit environ vingt-deux mètres cubes et demi d'eau par seconde, vingt-deux au moins.

Vitesses  
et dépenses  
absolues  
des rivières.

160. Avant de terminer nos considérations sur la vitesse et la dépense des rivières, disons quelques mots de la grandeur absolue de cette vitesse et de cette dépense.

Depuis le plus petit ruisseau des plaines jusqu'au torrent impétueux des montagnes, jusqu'au grand fleuve des Amazones, on a une suite tellement continue de vitesses et de dépenses, qu'il est impossible de les prendre pour base d'une classification des rivières. De plus, les diverses régions étant inégalement réparties à la surface du globe, sous le rapport hydrographique, ce qui serait grand pour l'une ne le serait plus pour l'autre.

Je vais donner une idée approchée de la différence dans la grandeur des fleuves, en citant, d'après les géographes, la longueur développée de quelques-uns d'eux. Elle serait, en myriamètres, pour

|                                |                               |
|--------------------------------|-------------------------------|
| la rivière des Amazones de 689 | le Sénégal. . . . . 195       |
| le Mississipi. . . . . 678     | le Rhin. . . . . 155          |
| le Nil. . . . . 500            | l'Elbe et la Vistule. . . 133 |
| le Volga. . . . . 400          | la Loire et le Tage. . . 111  |
| l'Euphrate. . . . . 382        | le Rhône. . . . . 89          |
| le Danube. . . . . 355         | la Seine et le Pô. . . . 80   |
| le Gange. . . . . 311          | la Garonne et l'Èbre. . . 75  |
| le fleuve Saint-Laurent. 289   | la Tamise. . . . . 35         |

Au reste, ces longueurs ne donnent pas la vraie mesure de la grandeur des fleuves, c'est-à-dire du volume d'eau qu'ils mènent

à la mer : ainsi le Rhône conduit plus d'eau que la Loire, quoiqu'il soit un peu moins long ; la Garonne verse dans l'Océan près d'un tiers plus d'eau que la Seine, et sa longueur est moindre.

Nous bornant à ce qui concerne exclusivement la France, nous pourrions dire que la vitesse d'une rivière est faible lorsqu'elle se trouve au-dessous de 0<sup>m</sup>50 : celle de la Seine tient de bien près à cette limite ; elle est de 0<sup>m</sup>60 à 0<sup>m</sup>65 aux environs de Paris : de 0<sup>m</sup>60 à 1<sup>m</sup>, on a une vitesse ordinaire ; au-dessus, elle est grande ; et fort grande si elle dépasse 2<sup>m</sup>, qui est à peu près celle du Rhône et du Rhin ; elle y est même double dans les fortes crues.

Quant au volume d'eau charrié, ou à la grandeur proprement dite, un cours d'eau prend déjà place parmi les rivières lorsque, dans son état ordinaire, il mène de dix à douze mètres cubes par seconde. De trente à quarante, ce sera une rivière navigable, à moins de quelques circonstances particulières. A cent mètres et au-dessus, on a nos fleuves : ainsi, la Seine, sur une largeur moyenne de 130<sup>m</sup> et une profondeur moyenne de 1<sup>m</sup>50, mènera environ 130 mètres cubes ; la Garonne, à Toulouse, en aura 150, dans son état ordinaire ; et le Rhône plus de 600, à Lyon.

Au reste, la quantité d'eau que charrient les rivières éprouve de très-grandes variations ; ainsi, dans la dernière ville que nous venons de nommer, on a vu cette quantité descendre à 250<sup>mm</sup> et même à 200, et, le 12 février 1815, elle s'est élevée à 5770. Le dépouillement des États du Rhin, vis-à-vis Strasbourg, où la pente est de 0,00061, a donné, à M. Defontaine, même en faisant abstraction des cas extra-

ordinaires,

| Dans les eaux             | basses | moyennes | hautes |
|---------------------------|--------|----------|--------|
| Pour la dépense du fleuve | 380    | 956      | 4685   |
| Pour la vitesse           | 1,50   | 2,13     | 2,85   |

A Nimègue, avant sa jonction avec la Meuse et dans son état ordinaire, il roule près de 1700 mètres cubes.

### ART. 3. *Des remous.*

161. Un remou, suivant la stricte acception du mot, est une eau sans mouvement progressif, dans le lit d'une rivière, près d'un des bords, et qui y tourne sur elle-même, par suite de l'impulsion de la partie adjacente du courant, ou par toute autre cause. On donne aussi ce nom à tout retour de l'eau contre la direction de la rivière. Dubuat, étendant cette dernière acception, a appelé *remou* tout exhaussement de la surface du courant au-dessus de son niveau naturel; exhaussement dû à la rencontre de quelque obstacle, et qui, en se propageant vers l'amont, semble être un rebroussement du fluide ou un vrai remou : c'est dans ce sens que les ingénieurs prennent maintenant cette dénomination, et que nous la prendrons ici.

Un tel remou est produit ou par une digue qui barre entièrement le cours de la rivière; ou par une construction qui, n'occupant qu'une partie du lit, ne fait que rétrécir le passage de l'eau, tels sont les épis, les ponts, etc.

#### 1. *Remou produit par un barrage.*

Fig. 32.

162. Soit AB la coupe longitudinale de la surface d'un courant d'eau dont HD est le fond. Élevons

la digue DE, qui en intercepte le cours dans toute sa largeur. L'eau s'exhaussera à l'amont pour déverser par-dessus la crête de ce barrage : la masse fluide exhaussée *CaaAFC* constituera le remou, et sa surface supérieure prendra généralement la forme représentée par la figure 32. (Dans cette figure, l'échelle des hauteurs est 840 fois plus grande que celle des longueurs.)

Dans un remou, on a à considérer, 1° l'exhaussement ou la surélévation du niveau, CF, près de la digue ; c'est la *hauteur du remou* proprement dite : 2° la surélévation, ou la *hauteur du remou*, *ab*, à une distance donnée de la digue : 3° la distance, CA, à laquelle s'étend le regonflement ; c'est l'*amplitude du remou*.

163. La plus grande surélévation, CF, celle qui a lieu près de la digue, dépend principalement de la hauteur de la digue même ; elle se compose de cette hauteur, moins la profondeur primitive du courant FG, et plus l'élévation Cg (H') de l'eau en C au-dessus de la crête E du barrage. Cette dernière quantité, d'après les belles expériences de M. Castel, qui donnent  $Q = 1,96 LH \sqrt{H'} (77)$ , sera  $0,64 \sqrt{\left(\frac{Q}{L}\right)^2}$  ; expression dans laquelle Q est la dépense du courant, et L la longueur de la digue.

Hauteur  
du remou  
près la digue.

Quelquefois l'eau, au lieu de déverser par-dessus le barrage, s'écoule par des ouvertures pratiquées vers sa partie inférieure. Dans ce cas, la plus grande profondeur de l'eau sera égale à la distance entre le centre des ouvertures et le fond du lit, plus la distance de ce même centre au niveau supérieur, la-

quelle est  $0^m1805 \frac{Q^2}{a^2}$ ,  $a$  étant l'aire des ouvertures, puisque, pour de tels orifices,  $Q = 0,625 a \sqrt{2gH}$  (29). En retranchant de cette profondeur, celle du courant primitif, on aura la hauteur du remou.

Quoique l'exhaussement de l'eau soit un effet du barrage, ce n'est pas contre lui qu'est sa plus grande élévation : elle a lieu à une certaine distance en amont. On sait que lorsque de l'eau s'écoule par-dessus un déversoir, la surface fluide s'infléchit vers lui avant de l'avoir atteint : dans les grands remous, l'inflexion, ou un accroissement notable de la pente à la superficie, commencera quelquefois à un assez grand éloignement.

Hauteur à  
une distance  
quelconque.

164. La hauteur du remou à une distance donnée est une conséquence de la courbe que prend la surface fluide en amont du barrage.

Nature  
de la courbe  
du remou.

Dubuât, encore le premier hydraulicien qui se soit occupé des remous, a examiné quelle pouvait être la nature de cette courbe. En observant que la profondeur de l'eau allait en augmentant à partir de l'extrémité A du regonflement, et par conséquent que la vitesse des tranches et l'inclinaison de la surface allaient en diminuant, il conclut que cette courbe était concave. Il pensa encore qu'elle devait très peu différer d'un arc de cercle lequel serait tangent, par une de ses extrémités à la surface du courant naturel immédiatement au-dessus de l'extrémité A du remou, et par l'autre à son origine C; et dont la longueur serait  $\frac{1,9H}{p-p'}$ ,  $H$  ( $= CF$ ) étant la hauteur du remou en C,  $p$ , la pente de la surface fluide en ce même point (elle est donnée par la for-

mule du n<sup>o</sup> 112), et  $p$  la pente du courant naturel, ou à très peu près celle du fond du lit. La quantité  $p-p$ , exprime aussi la longueur de l'arc en degrés : ainsi son rayon sera facile à calculer. Ses sinus-verses, à différentes distances  $x$  de la digue, seraient à peu près les élévations de la surface fluide au-dessus de l'horizontale menée par le point C; et ces élévations, augmentées de  $H-px$ , donneraient les hauteurs du remou. Nous ne nous arrêterons pas sur ce mode hasardé de détermination.

Funk, après en avoir fait la critique, lui en a substitué un moins fondé encore. Il admet que les filets de la surface du regonflement sont des arcs concaves d'une parabole, dont il indique la position et la grandeur; et d'après laquelle les hauteurs  $y$  du remou, à différentes distances  $x$  de la digue, seraient données par l'équation

$$y = 2H - px - \sqrt{H(H - px)}$$

J'ai montré ailleurs que ces résultats différaient beaucoup de ceux de l'observation; et je ne cite cette hypothèse, comme la précédente, que sous le rapport historique.

165. Dans ces derniers temps, MM. Bélanger, Vauthier, Coriolis, etc., ont étendu aux remous les lois du mouvement permanent. Il semble effectivement que les formules (125 et 126), qui donnent la pente à la surface d'un cours d'eau, lorsqu'on connaît une seule section du courant, ainsi que la déclivité et la forme de son lit, résolvent complètement le problème, et déterminent la courbe que doit prendre un remou dont les élémens sont connus. Entraîné.

par l'exemple des auteurs que je viens de citer, et par quelques observations particulières, j'avais d'abord pensé qu'il en était ainsi : mais ensuite j'ai conçu des doutes.

La théorie du mouvement permanent, ainsi que nous l'avons déjà remarqué (157), veut que dans le lit du cours d'eau auquel on l'applique, il n'y ait point de changement subit ou même notable de pente et de largeur; et c'est rarement le cas dans les rivières. De plus, l'eau du remou semble souvent n'être que superposée au courant, et ne pas participer entièrement à ses mouvements : les ingénieurs, qui ont fait le nivellement du Wésér, dont j'ai rapporté la partie concernant un remou de 6500<sup>m</sup> de long, dans une notice imprimée aux *Annales des ponts et chaussées* (tom. XIII, 1837), ont observé qu'encore à 1184<sup>m</sup> de la digue, la vitesse était presque insensible à la surface, tandis qu'elle était forte au fond. L'eau des remous, surtout près de la digue, présente une nappe, légèrement inclinée, il est vrai, mais dont la surface demeure à peu près plane, et n'est pas sensiblement affectée des fortes inégalités du fond et de la largeur du lit. Tout cela ne ferait-il pas penser que l'eau des remous n'est pas dans les mêmes circonstances que celle des courans ordinaires, et que la théorie, qui peut à peine être appliquée à ceux-ci, le serait avec moins de sûreté encore aux remous. Je le dirai surtout d'une formule, où l'on a bien peu de données, et où une première déviation tire à conséquence pour tout le reste du calcul : il est positif que des essais que j'en ai tentés m'ont indiqué des pentes bien différentes de celles qui avaient réellement lieu.



Je cite celui que j'ai fait sur le remou du Weser, dont il vient d'être question, et dont la forme avait été déterminée par un nivellement exécuté avec soin. La pente du lit, sur une longueur de 12 kilomètres, comme dans les 7 kilomètres occupés par le regonflement, était sensiblement uniforme et égale à  $0,000456 = p$ ; dans ce même espace, on avait une largeur moyenne de  $108^m = l$ ; la profondeur de l'eau, immédiatement en amont du barrage, était de  $2^m992$ ; et comme celle du courant naturel, dans la supposition d'un mouvement uniforme, aurait été de  $0^m752$ , il restait pour la surélévation de l'eau,  $2^m240 = H$ : à l'époque du nivellement, on avait  $Q = 75^{mm}09$ . Ainsi la formule du n° 125, ici où  $c = 108 + 2h$ ;  $s = 108h$ , et où les profondeurs vont en diminuant de l'aval à l'amont, devient

$$p' = 0,00001636x \cdot \frac{108 + 2h}{h^2} + 0,00000156x \cdot \frac{108 + 2h}{h^2} \\ - 0,02464 \left( \frac{1}{h^2} - \frac{1}{h_0^2} \right).$$

Jusqu'à  $550^m$  du barrage, j'ai pris pour  $x$  des distances d'environ  $500^m$ , et de manière que leur extrémité coïncidât avec une des stations du nivellement effectué: au delà de  $550^m$ , les valeurs de  $x$  ont été plus petites. Les résultats du calcul, comme ceux de l'observation, sont notés dans les colonnes ci-contre. Les premiers indiquent une courbe très-régulière et asymptotique au courant naturel pris à l'amont du remou. Mais les pentes résultant de cette courbe ont été beaucoup plus petites que celles trouvées par le nivellement; le plus souvent elles n'en étaient pas la moitié. Seulement vers l'extrémité du remou, les différences étaient moins grandes, les deux pentes se rapprochant alors de celles du courant naturel. Dans

| ABSCISSES<br>ou distances. | ORDONNÉES OU PENTES. |            |                   |
|----------------------------|----------------------|------------|-------------------|
|                            | Observation.         | Formule    |                   |
|                            |                      | ci-dessus. | de M. St. Guibem. |
| mèt.                       | mèt.                 | mèt.       | mèt.              |
| 499                        | 0,016                | 0,004      | 0,000             |
| 1034                       | 0,037                | 0,010      | 0,005             |
| 1514                       | 0,058                | 0,016      | 0,019             |
| 2008                       | 0,073                | 0,025      | 0,044             |
| 2522                       | 0,112                | 0,037      | 0,082             |
| 3035                       | 0,166                | 0,053      | 0,126             |
| 3511                       | 0,197                | 0,074      | 0,169             |
| 4004                       | 0,258                | 0,106      | 0,212             |
| 4496                       | 0,352                | 0,154      | 0,262             |
| 4965                       | 0,417                | 0,215      | 0,330             |
| 5215                       |                      | 0,267      |                   |
| 5509                       | 0,467                | 0,343      | 0,451             |
| 5879                       | 0,511                | 0,462      | 0,559             |
| 6168                       | 0,757                | 0,575      | 0,657             |
| 6351                       | 0,913                | 0,652      | 0,723             |
| 6590                       | 0,993                | 0,756      | 0,828             |
| 6805                       | 1,066                | 0,851      | 0,901             |

cette partie extrême, celles de l'observation présentent une grande irrégularité, l'eau du regonflement, qui n'avait plus qu'une très

faible épaisseur, recevait alors l'influence des fortes inégalités qui se trouvaient dans le fond. La formule du n° 126 a donné exactement les mêmes pentes que celles du n° 125.

166. Les différences considérables entre les résultats de l'observation et ceux de ces formules, m'ôtent le droit d'en recommander l'usage; et si j'avais à indiquer d'avance quelles peuvent être approximativement les surélévations de l'eau produites par un barrage projeté, j'emploierais de préférence une équation que M. l'ingénieur Saint-Guilhem a disposée de manière à en obtenir une courbe pareille à celle des remous du Weser, de la Werra et autres cités dans la notice sus-mentionnée. Les surélévations indiquées par elle seraient celles qui auraient réellement lieu, si le remou en question était semblable à ceux du Weser, etc.; et ceux-ci paraissent analogues à tous ceux qui se forment dans les rivières ordinaires, grandes ou petites, barrées dans leur cours. Cette équation

$$(y + px)^3 = \frac{H^3}{H^3 + \frac{1}{2}(px)^6} + (px)^3,$$

est encore celle d'une courbe asymptotique au courant naturel :  $y$  y représente la surélévation à une distance  $x$ . Ses résultats, pour le Weser, sont portés à la dernière colonne du tableau précédent : ils suivent d'assez près ceux de l'observation dans la partie moyenne du remou, celle où l'on a le plus besoin de recourir au calcul.

La grandeur et la forme du lit n'entrent pas dans son expression, il est vrai; mais nous avons vu que les remous en étaient indépendans jusqu'à un certain point : quant à la dépense, elle se trouve dans la valeur de  $H$ . Au reste, cette formule empirique

et approximative ne serait employée que jusqu'à ce qu'elle fût remplacée par une autre, basée sur une théorie généralement admise et sur des résultats de l'observation.

167. Si l'eau du remou était simplement superposée au courant primitif, et qu'elle ne fût pas influencée par la vitesse de celui-ci, sa surface s'étendrait horizontalement de C en K, point où l'horizontale menée par le sommet du remou rencontre la surface AB du courant naturel. CK serait l'amplitude hydrostatique, et elle aurait  $\frac{H}{p}$  pour expression. Amplitude.

Mais l'amplitude hydraulique ou réelle n'est plus la même, elle est généralement plus grande. Dubuat (164) admettait  $\frac{1,9H}{p-p_1}$  pour sa valeur; et comme  $p_1$ , pente de la surface fluide près la digue, est toujours fort petit, ce serait à peu près deux fois l'amplitude hydrostatique. Funk fit voir qu'une telle valeur était trop grande; et il la fixa à  $\frac{5H}{3p}$ ; c'est-à-dire que l'amplitude réelle serait une fois et demie l'amplitude hydrostatique. Terme moyen, il en est à peu près ainsi; car d'ailleurs les circonstances locales modifient habituellement cette valeur, et quelquefois d'une quantité considérable.

La théorie du mouvement permanent, comme la formule de M. Saint-Guilhem, conduisant à une courbe asymptotique, donnerait une étendue infinie au remou; sa surface se rapprocherait continuellement de celle du courant, et elle ne l'atteindrait jamais. Mais à un éloignement de la digue à peu près égal à la valeur que nous venons de donner à

l'amplitude, l'espace qui sépare les deux surfaces, d'après ces théories, est si petit, qu'il n'est guère sensible à nos sens, et qu'il peut être regardé comme nul. De plus, l'adhérence des molécules de l'eau entre elles, et la plus grande vitesse de celles du courant primitif, tendront toujours à diminuer et diminueront toujours l'étendue du remou, celle qu'il eût prise, si les molécules fluides eussent été entièrement indépendantes les unes des autres ; aussi, je le répète, cette étendue sera-t-elle très souvent même au-dessous de celle que lui a assignée Funk, d'après ses observations.

## Exemples.

168. Appliquons notre formule provisoire aux cas qui se présentent le plus fréquemment.

I. Sur une grande rivière, qui débite environ  $80^{\text{m}^3}$  par seconde lors de ses basses eaux, et dont la pente est assez uniformément de 0,000264, on va établir une digue de  $3^{\text{m}}$  de haul et de 215<sup>m</sup> de long, et cela dans un lieu où la profondeur moyenne est de 0<sup>m</sup>95. On demande quel sera l'exhaussement de l'eau produit par une telle construction, à 9000<sup>m</sup> en amont.

Dégageant  $y$  de l'équation ci-dessus (166), on a

$$y = \sqrt{\frac{H^3}{H^5 + (px)^5} + (px)^3 - px}.$$

La valeur de  $H$  sera  $(163)^3 - 0,95 + 0,64 \sqrt{\left(\frac{Q}{L}\right)^2}$  ; le dernier terme  $y$  exprime la hauteur à laquelle le remou s'élève au-dessus du couronnement de la digue, et puisque  $Q = 80$  et  $L = 215$ , ce terme sera 0<sup>m</sup>331 ; ainsi  $H = 0^{\text{m}}338$  : de plus,  $p = 0,000264$  et  $x = 9000$ .

Par suite,

$$y = \sqrt[3]{\frac{1033}{76,53 + 79,96} + 13,41 - 2,376} = 0^{\text{m}}338 :$$

c'est-à-dire, qu'à 9000<sup>m</sup> du barrage, la surélévation de l'eau par lui produite seroit de 0<sup>m</sup>338. La profondeur du courant dans ce lieu, d'après des nivellemens antérieurs à la construction, étoit de 0<sup>m</sup>85, elle deviendra donc 1<sup>m</sup>188. On admettra 1<sup>m</sup>10 au plus.

II. Sur la même rivière, et avec les mêmes données, on désire savoir à quelle distance de la digue la surélévation de l'eau ne sera plus que de 0<sup>m</sup>05.

L'équation de la courbe, où  $y = 0,05$  et  $H = 2,381$ , deviendra

$$(0,05 + px)^3 - (px)^3 = \frac{13,50}{1 + 0,00381 (px)^6} = 0.$$

Mettons successivement pour  $x$  diverses valeurs, jusqu'à ce que l'équation soit satisfaite :

|                               |               |
|-------------------------------|---------------|
| Elle sera, avec $x = 13500$ , | $+ 0,89 = 0.$ |
| — — — — $12000$ ,             | $- 0,43 = 0.$ |
| — — — — $12500$ ,             | $+ 0,06 = 0.$ |

Ainsi, à un éloignement d'environ 12400<sup>m</sup> du barrage, la surface du remou sera encore à 0<sup>m</sup>05 au-dessus de celle de l'ancien courant. On conclura en outre, qu'au delà de 12500<sup>m</sup>, cette différence ne sera plus sensible, et par suite que l'amplitude est de 12500<sup>m</sup> : ce ne serait pas 1,4 fois l'amplitude hydrostatique, laquelle est  $\frac{2,381}{0,000264} = 9020^m$ .

III. Dans une rivière qui conduit environ 20<sup>mm</sup> d'eau, lors de l'étiage, et dont la pente est de 0,00032 ; en un lieu où la profondeur moyenne est de 0<sup>m</sup>42 et la largeur du lit de 120<sup>m</sup>, il est question d'établir une digue qui procurerait 1<sup>m</sup> d'eau, profondeur reconnue nécessaire à la navigation des barques, contre la face d'aval d'une autre digue existant à 14500<sup>m</sup> à l'amont, et où l'on n'a que 0<sup>m</sup>45 dans la partie la plus profonde. Il faut donc que la digue projetée y élève les eaux de 0<sup>m</sup>55 au moins. Quelle devra être sa hauteur pour qu'il en soit ainsi ?

Désignons cette hauteur, quantité cherchée, par  $\xi$ . Puisque  $Q = 20$  et  $L = 120$ , l'eau s'élèvera au-dessus de la digue de

0<sup>m</sup>194  $\left( = 0,64 \sqrt[3]{\left(\frac{Q}{L}\right)^2} \right)$  : ainsi (163)  $H = \xi - 0,42 + 0,194 = \xi - 0,226$  : on a encore  $y = 0,55$ ,  $x = 14500$  et  $p = 0,00032$  ; ainsi l'équation devient

$$39,90 - \frac{(\xi - 0,226)^3}{(\xi - 0,226)^3 + 44553} = 0.$$

Faisant d'abord  $\xi = 5^m$ , on a  $+ 0,87 = 0$ , et puis  $\xi = 5,1$ , et on trouve  $- 4,42 = 0$ , ce qui indique pour  $\xi$ , hauteur de la digue, environ 5<sup>m</sup>02.

Mais peut-on établir convenablement une digue d'une telle élévation ? Les ingénieurs qui ont posé en principe, qu'on ne doit pas dépasser 5<sup>m</sup> sans de très grands motifs, répondraient négativement, et ils concluraient qu'en aval de la digue déjà existante, et dans la longueur de 14500<sup>m</sup> donnée, il y a lieu à faire deux et non un seul barrage.

Remous  
particuliers  
à certains  
cours d'eau.

169. Les remous dont on vient de traiter, ont une surface concave; ils se perdent insensiblement à leur extrémité dans le courant naturel, et leur étendue dépasse notablement l'amplitude hydrostatique. Mais il en est encore d'autres, fort rares à la vérité, qui présentent des caractères tout différents et presque opposés : leur surface est légèrement convexe, et elle l'est très fortement aux deux extrémités; ils se détachent du courant par un saut fort et brusque, et leur longueur est moindre que l'amplitude hydrostatique. Ces diverses circonstances se sont manifestées d'une manière très saillante dans des expériences faites, par M. Bidone, à l'établissement hydraulique de Turin.

Le canal sur lequel ce savant a opéré était en maçonnerie : il avait 0<sup>m</sup>325 de large et autant de profondeur; le fond était incliné, et sur une longueur de 10<sup>m</sup>, celle du champ des observations, l'inclinaison augmentait presque graduellement de 0<sup>m</sup>019 à 0<sup>m</sup>038. On y introduisit successivement trois courans d'eau dont la dépense était très exactement connue. Lorsque le régime se trouva bien établi, et qu'on eut pris note de toutes les circonstances du courant naturel, profondeurs, vitesses, etc., on le barra avec de petites digues en bois dont on augmenta progressivement la hauteur. Puis l'on mesura avec soin la hauteur et l'amplitude du remou, l'amplitude hydrostatique

que, etc. La forme d'un de ces remous, avec son ressaut, est représentée à la figure 34; je consigne dans le tableau suivant le résultat de toutes les observations, et je renvoie pour les détails à l'ouvrage de l'auteur (1).

Fig. 34.

| EAU<br>depen-<br>sée<br>en l <sup>r</sup> | COURANT<br>en amont du remou. |                       |        | EAU-<br>VITE<br>de la<br>digue.           | REMOU                                     |                                      | HAUTEUR<br>hydraulique.               | DIFFÉRENCE<br>entre les deux<br>amplitudes,<br>d'après |               | RESSAUT<br>d'après |               |
|-------------------------------------------|-------------------------------|-----------------------|--------|-------------------------------------------|-------------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------------|---------------|--------------------|---------------|
|                                           | vitesse.                      | pro-<br>fon-<br>deur. | pende. |                                           | hau-<br>teur<br>sur le<br>digue.          | ampli-<br>tude.                      |                                       | l'ob-<br>servat.                                       | le<br>calcul. | l'ob-<br>servat.   | le<br>calcul. |
| m. cub.                                   | mèt.                          | mèt.                  |        | mèt.                                      | mèt.                                      | mèt.                                 | mèt.                                  | mèt.                                                   | mèt.          |                    |               |
| 0,0208                                    | 1,361                         | 0,047                 | 0,035  | 0,131<br>0,160<br>0,188<br>0,217          | 0,102<br>0,100<br>0,102<br>0,102          | 4,33<br>1,87<br>5,70<br>6,53         | 6,69<br>7,44<br>8,28<br>9,04          | 2,56                                                   | 2,43          | 0,184              | 0,063         |
| 0,0351                                    | 1,683                         | 0,062                 | 0,032  | 0,136<br>0,161<br>0,180<br>0,215<br>0,243 | 0,137<br>0,140<br>0,143<br>0,144<br>0,143 | 3,66<br>4,44<br>5,22<br>5,87<br>6,69 | 7,32<br>8,17<br>9,01<br>9,71<br>10,29 | 3,73                                                   | 3,71          | 0,128              | 0,120         |
| 0,0467                                    | 1,936                         | 0,074                 | 0,032  | 0,135<br>0,161<br>0,187                   | 0,167<br>0,168<br>0,167                   | 3,36<br>4,09<br>4,70                 | 7,90<br>8,61<br>9,31                  | 4,56                                                   | 4,91          | 0,155              | 0,158         |
| 1                                         | 2                             | 3                     | 4      | 5                                         | 6                                         | 7                                    | 8                                     | 9                                                      | 10            | 11                 | 12            |

170. Il suit de ces expériences,

1° Que la hauteur du remou au-dessus du couronnement de la digue est indépendante de l'élévation de ce couronnement au-dessus du fond; et qu'elle ne varie qu'avec la quantité d'eau dépensée. Pour les trois dépenses, elle a été de 0<sup>m</sup>102, 0<sup>m</sup>142 et

0<sup>m</sup>167; la formule  $0,64 \sqrt[3]{\left(\frac{Q}{L}\right)^2}$ , eût donné respectivement 0<sup>m</sup>102, 0<sup>m</sup>145 et 0<sup>m</sup>175: ici comme dans les expériences faites au château d'eau de Toulouse, au-delà d'une certaine limite, le coefficient 0,64 pêche par excès, et d'autant plus que la hauteur de l'eau sur le couronnement est plus grande comparativement à la hauteur de la digue.

(1) *Mémoires de l'Académie des sciences de Turin*. Tom. XXV, 1820.

2° Naturellement la grandeur de l'amplitude augmente avec cette dernière hauteur, mais non dans un même rapport.

3° En comparant les amplitudes réelles aux amplitudes hydrostatiques correspondantes, j'ai vu, non sans quelque surprise et satisfaction, que, quelle qu'en fût la grandeur, leur différence demeurait la même pour une même dépense, ou plutôt pour une même vitesse; mais qu'elle croissait avec la vitesse. On était dans le cas des courans dont il a été déjà fait mention (133), qui, à leur sortie d'une vaine, entrent dans un canal où coule l'eau antérieurement passée, mais avec une moindre vitesse et par suite avec une plus grande profondeur: le courant pousse et chasse devant lui cette eau jusqu'à une certaine distance. De même ici le courant naturel rencontrant l'eau du remou, qui semble vouloir retourner vers l'amont en vertu de sa tendance au niveau, la pousse et la contraint en quelque sorte à rebrousser chemin. La force qu'il y emploie, pareille à celle qui bande un ressort, sera une force vive, et son effet, la longueur du rebroussement, sera proportionnel au carré de la vitesse. Cette longueur, à partir du point où l'horizontale menée par le sommet du remou, rencontre la surface du courant, est la différence des deux amplitudes; elle sera donc proportionnelle à  $v^2$ ; et, pour les expériences ci-dessus, elle sera assez exactement représentée par  $1,3v^2$ , ainsi qu'on le voit en comparant les colonnes 9 et 10 du tableau, les nombres de la 10<sup>e</sup> ayant été calculés à l'aide de cette formule.

La vitesse étant moins grande sur les bords que dans le milieu d'un courant, le rebroussement sera moins fort près de ces bords, et le remou s'y étendra plus loin; effectivement, dans toutes les expériences de M. Bidone, sa longueur y a été plus considérable de 2 à 4 centimètres. Preuve manifeste que le rebroussement est un effet de la vitesse du courant, et qu'il doit augmenter avec elle.

4° De sa longueur dépend la hauteur du ressaut qui a lieu à son extrémité. La surface des remous à ressaut étant sensiblement horizontale, cette hauteur sera le quatrième terme d'une proportion dont les trois premiers sont l'amplitude hydrostatique  $\left(\frac{H}{P}\right)$ , la hauteur du remou près la digue (H); et la longueur du rebroussement ( $1,3v^2$ ); elle sera donc  $1,3v^2$ . Les nombres de la dernière colonne du tableau calculés par cette expression, et qui diffèrent très peu de ceux de l'expérience, montrent qu'il en est à peu près ainsi.



Sur les canaux à assez grande vitesse,  $p = 0,00037 \frac{v^3}{h}$ ; ainsi, pour la hauteur du ressaut, on aurait  $0,00048 \frac{v^3}{h}$ ,  $h$  étant la profondeur du courant avant le ressaut.

Dans les rivières ordinaires, où le plus souvent  $v$  est au-dessous de  $1^m$  et  $p$  au-dessous de  $0,001$ , le ressaut ne dépasserait que rarement un millimètre; il serait insensible; il n'y en aura point.

171. Quelque différens en apparence des remous ordinaires que soient ceux dont il vient d'être question, M. Bélanger a encore essayé sur ceux-ci les formules du mouvement permanent: on peut effectivement en déduire quelques-uns des phénomènes les plus remarquables de ces remous, la hauteur de leur ressaut par exemple.

Reprenons à cet effet l'équation (123)

$$p' = \frac{v^3}{2g} - \frac{v_0^3}{2g} + \int a \frac{c}{s} (v^3 + dv) dx :$$

négligeons-y le dernier terme, lequel exprime la résistance du lit, vu que, dans le très court espace  $dx$  occupé par le ressaut, cette résistance est extrêmement petite comparativement aux autres quantités, et nous aurons simplement

$$p' = \frac{v^3}{2g} - \frac{v_0^3}{2g} = a - a_0 ;$$

si, dans cette expression  $v$  et  $v_0$  sont les vitesses à deux points pris l'un immédiatement avant et l'autre immédiatement après le ressaut;  $p'$  étant la pente ou différence de niveau entre les deux points, sera aussi la hauteur du ressaut demandée:  $a$  et  $a_0$  sont les hauteurs respectivement dues à  $v$  et  $v_0$ .

Soit  $h$  la profondeur de l'eau immédiatement avant le ressaut, et  $h_0$  celle après, on aura encore  $p' = h_0 - h$ . Les vitesses étant en raison inverse des sections, ou des profondeurs d'eau dans les canaux rectangulaires, la proportion  $\sqrt{2ga_0} : \sqrt{2ga} :: h : h_0$  donnera  $a_0 = a \frac{h^3}{h_0^3} = a \frac{h^3}{(p' + h)^3}$ ; de sorte que pour de tels canaux l'équation deviendra

$$p' = a \left\{ 1 - \frac{h^3}{(p' + h)^3} \right\} ;$$

d'où l'on déduit l'expression donnée par M. Bélanger

$$p' = \frac{a}{2} - h + \sqrt{a \left( \frac{a}{4} + h \right)}.$$

La valeur  $p'$  du ressaut ne sera positive que lorsque  $A < \frac{a}{2}$ ; c'est-à-dire qu'il n'y aura de ressaut dans un cours d'eau que lorsque la profondeur du courant naturel sera moindre que la moitié de la hauteur due à sa vitesse; et comme celle-ci est presque toujours fort petite, il faudra que l'autre, la profondeur, le soit bien plus encore.

On voit, d'après tout ce qui vient d'être dit, qu'on n'aura des remous de l'espèce de ceux décrits par M. Bidone que dans les cours d'eau à forte vitesse et à très petite profondeur; et de tels cours d'eau, sur une longueur notable, sont rares dans la nature.

## 2. Remou produit par un rétrécissement.

Hauteur  
du remou,

172. Si une construction faite dans une rivière ne s'étendait pas sur la largeur entière du lit, qu'elle n'en fermât qu'une partie, toute l'eau obligée de passer par l'autre, c'est-à-dire par un espace plus étroit, devra y passer plus vite; l'excès de vitesse ne peut être produit que par un réhaussement de la surface fluide en amont de la construction et de l'espace rétréci : de sorte que le fluide, au moment d'entrer dans cet espace, éprouve une chute, cause de l'augmentation de vitesse.

La hauteur de cette chute sera encore donnée par l'équation  $p' = \frac{v^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s_1^2} \right)$ , qui vient de nous indiquer la hauteur du ressaut dans certains remous. Soit  $x$  la hauteur de la chute,  $L$  la largeur moyenne du courant en amont du rétrécissement,  $l$  la largeur de l'espace rétréci, et  $h$  la profondeur de l'eau dans cet espace : sa section  $s$  sera  $lh$ , ou plutôt  $mlh$ ,  $m$  étant le coefficient de contrac-

tion à son entrée; pour la section  $s_0$  du courant immédiatement avant la chute on aura  $L(h+x)$ ,  $h+x$  y étant la profondeur d'eau et  $L$  la largeur. Ainsi, en observant que  $x$  est la pente désignée ci-dessus par  $p'$ , il viendra

$$x = \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1}{m^2 L^2 h^3} - \frac{1}{L^2 (h + \frac{1}{10} x)^3} \right).$$

En dégageant entièrement  $x$ , on obtiendrait une équation du troisième degré qui en donnerait directement la valeur : mais on l'aura plus simplement en mettant dans l'équation ci-dessus, pour cette inconnue, diverses valeurs, jusqu'à ce que les deux membres soient menés à l'égalité.

173. Les ponts que l'on établit sur les rivières, en rétrécissant la voie de l'eau, donnent lieu, immédiatement à leur amont, à un rehaussement de niveau de même nature que celui dont nous venons de parler et qui se détermine d'une pareille manière.

Remous  
occasionnés  
par les ponts.

La somme des intervalles compris entre les piles sera la largeur de l'espace rétréci par lequel passe toute l'eau; c'est la largeur désignée par  $l$  dans la formule ci-dessus, et  $L$  sera celle de la rivière en avant du pont. Eytelwein prend, pour le coefficient de contraction  $m$ , 0,85 lorsque les piles présentent carrément leur face antérieure au courant, et 0,95 lorsqu'elles sont terminées par un angle aigu. Au reste, ces limites peuvent être dépassées : ainsi, on diminuera encore l'effet de la contraction, en donnant aux avant-becs qui précèdent les piles, une forme telle que leur coupe horizontale soit un triangle équilatéral à côtés courbés en arc de cercle,

comme on le voit en ANC, sur la figure 48, ou mieux encore une demi-ellipse allongée, AMCM'B; cette dernière forme étant celle qui, d'après l'expérience, donne la moindre contraction (1). C'est elle qu'il faudra employer lorsqu'on voudra donner à la rivière le plus de débouché possible : cependant on a généralement adopté maintenant le demi-cercle, peut-être est-ce pour avoir moins de saillie et plus d'élégance dans les constructions.

Appliquons la formule ci-dessus à des observations faites au pont de Minden, sur le Weser. Funk, qui les rapporte, dit : « Immédiatement en avant du pont, il a été pris, en 1804, des mesures très exactes par huit hauteurs d'eau différentes » Je les donne ci-contre, et j'y joins, comme neuvième observation, les mesures relatives à l'inondation extraordinaire de 1799. Les valeurs de  $m$  sont celles que Funk lui-même a adoptées ; mais il n'en remarque pas moins qu'il règne beaucoup d'incertitude à leur sujet : « à cause

| Q     | l     | h     | m    | x, d'après  |            |
|-------|-------|-------|------|-------------|------------|
|       |       |       |      | l'observat. | le calcul. |
| m. m. | m. f. | m. t. |      | m. t.       | m. t.      |
| 58    | 73,7  | 1,425 | 0,90 | 0,050       | 0,036      |
| 452   | 94,6  | 2,514 | 0,90 | 0,269       | 0,220      |
| 779   | 88,5  | 1,890 | 0,90 | 0,261       | 0,267      |
| 817   | 91,3  | 3,700 | 0,90 | 0,296       | 0,302      |
| 735   | 91,3  | 3,352 | 0,90 | 0,314       | 0,323      |
| 996   | 97,6  | 4,441 | 0,81 | 0,345       | 0,342      |
| 1123  | 94,8  | 4,901 | 0,81 | 0,377       | 0,383      |
| 1318  | 96,0  | 5,571 | 0,81 | 0,384       | 0,426      |
| 2370  | 132,4 | 5,617 | 0,81 | 0,540       | 0,559      |

dit-il, des ouvrages qui entourent les piles, des différentes formes des avant-becs, des corps placés en amont pour arrêter et briser les glaces, et de la différente manière dont l'eau entre sous les voûtes des arches lors des crues. »

En comparant les hauteurs de remou données par le calcul avec celles de l'observation, on voit que notre formule rend les effets des rétrécissements produits par les ponts aussi bien qu'on peut l'espérer dans une matière où toute détermination rigoureusement exacte est à peu près impossible.

Je fais encore une remarque. Dans l'exemple que je viens de donner, on avait un fleuve roulant un volume d'eau très considérable, et un pont qui en a rétréci le lit de presque moitié, et

(1) Gauthy, *Traité de la construction des ponts*, liv. II, chap. 5, sect. 2.

cependant les remous auxquels il a donné lieu, n'ont été que de 0<sup>m</sup>2 et 0<sup>m</sup>3; dans les hautes eaux, une seule fois ils ont dépassé 0<sup>m</sup>4; et dans une inondation extraordinaire, on n'a pas eu 0<sup>m</sup>55.

174. Non-seulement la surface d'une masse fluide qui passe entre deux piles et dans un rétrécissement de lit en général, s'élève, à son amont, ainsi que nous venons de le voir; mais encore elle s'abaisse dans le défilé et même un peu au-delà, comme l'indique la figure 35. Par suite de la chute totale, l'eau, peu après le rétrécissement, possède une vitesse notablement plus grande qu'avant. Avec cette plus grande vitesse, une plus grande inclinaison et une moindre profondeur, elle atteindra plus facilement le fond; et elle y exercera une plus forte action. Ce sera donc à l'aval de l'étranglement que le courant tendra plus particulièrement à creuser son lit, et à affouiller les maçonneries qui le resserrent.

Chute  
de l'eau  
sous un pont.  
Ses effets.

Fig. 35.

La contraction qui a lieu à l'entrée de chacune des arches d'un pont, y donne lieu non-seulement à un ou plus souvent à deux courans de superficie convergens, mais encore à des courans inférieurs réputés plus rapides et plus malfaisans. Les circonstances locales font varier leur direction, ainsi que leur action sur le fond: par exemple, on a remarqué, après les grandes inondations, que dans les petites arches, celles au-dessous de 8 ou 9<sup>m</sup> d'ouverture, les deux courans obliques s'étant réunis avant leur sortie, le lit avait été plus approfondi vers le milieu, et que dans les grandes arches, au contraire, le plus grand approfondissement s'était trouvé le long des piles, et surtout aux angles d'épaulement d'aval.

Immédiatement derrière les piles, l'eau est d'ordinaire presque stagnante, et la rivière y dépose une partie des matières qu'elle charrie. Il arrive cependant quelquefois que les courans sortant de deux arches voisines convergent et se joignent, en tout ou en partie, au-dessous de la pile intermédiaire : entre elle et le point de jonction il peut se produire un tourbillon qui, agissant sur le fond, affouillerait cette pile : il convient de l'en éloigner, et c'est en partie dans ce but qu'on y adosse un arrière-bec. Les angles d'épaulement d'amont ont aussi des dangers à courir : la chute à l'amont du pont, qui donne lieu aux courans inférieurs déjà mentionnés, forme dans les grandes crues, et lorsque les avant-becs sont fort obtus ou à faces planes, comme une cataracte dont l'action s'exerce près de ces angles : on prévient ou du moins on diminue considérablement le mal en donnant aux avant-becs une des formes indiquées au numéro précédent.

*ART. 4. Considérations relatives à l'action de l'eau sur les constructions.*

En continuant ce qui vient d'être dit au sujet des ponts, j'aurais désiré traiter, dans ce quatrième article, de l'action réciproque des eaux courantes et des constructions que l'on fait dans leur lit, j'aurais surtout voulu indiquer des moyens de prévenir la ruine de ces ouvrages ; mais nous n'avons rien de général et de précis à ce sujet ; et une suite de faits locaux ne serait pas à sa place dans ce Traité élémentaire d'hydraulique : je me réduirai en conséquence au petit nombre d'observations qui suivent.

Action  
de l'eau dans  
les grandes  
crues.

175. Dans les grandes crues des rivières, l'eau exerce sur les corps contre lesquels elle agit des effets bien extraordinaires, et qui ne sont nullement en rapport, au moins apparent, avec ceux que nous lui voyons produire habituellement; de sorte que de ceux-ci on ne saurait conclure, en aucune manière, ce qu'a été fait ou ce qui pourrait être fait par ces inondations, qui arrivent à peine une fois dans un siècle. Je cite deux exemples qui me paraissent dignes de remarque; je les prends de la même localité, du *Saut de Sabo* sur le Tarn, à une lieue en amont d'Albi. La rivière y est comme barrée par une masse de rochers, au milieu de laquelle, à une époque reculée et dans des circonstances qui n'ont peut-être plus d'analogues dans l'état actuel des choses, elle s'est ouvert un passage pareil à une énorme fente, où elle tombe en cascades ayant ensemble près de vingt mètres de hauteur.

Les rochers sont d'un schiste micacé ou talqueux tendre et renfermant des rognons de quartz. Leur superficie, celle qui est presque toujours au-dessus de la surface de l'eau, cédant à l'action érosive des élémens atmosphériques, se décompose; le schiste se réduit en terre, et les rognons de quartz demeurent isolés. Lors des crues, quelques-uns sont poussés dans les dépressions ou cavités de la surface. Si la crue augmente, et que la vitesse du courant devienne très forte, il se prodnit souvent des tourbillons au-dessus de ces cavités: alors l'eau s'y saisit des cailloux de quartz, comme d'un foret, et, en leur imprimant un violent mouvement de rotation autour d'un axe vertical, elle creuse dans le roc, attendri

d'ailleurs par la mouillure, des trous parfaitement cylindriques, à face bien lisse, et ayant quelquefois jusqu'à deux mètres de profondeur : au fond de quelques-uns, on voit encore les cailloux qui ont servi à les forer. Ce fait montre combien doit être grande, sur le fond des rivières, l'action des tourbillons qui s'y forment lors des fortes inondations, surtout lorsque le courant charrie des galets; ce sont alors de vrais tourbillons de pierres.

A une époque où, dans ce même lieu, le Tarn s'est élevé à douze mètres au-dessus de sa hauteur ordinaire, l'eau débouchait par la fente qui est dans le barrage de rochers, avec une vitesse effrayante : de droite et de gauche de ce courant principal, il y avait un *contre-courant*, qui remontait le long de la berge adjacente avec une force telle qu'il a renversé, et vers l'amont, de grands peupliers dont une d'elles était couverte : j'ai été extrêmement étonné en voyant un tel renversement quelques jours après qu'il avait eu lieu.

Quel est l'ingénieur qui, après de fortes crues, n'a pas vu ses digues en maçonnerie comme sillonnées par les cailloux qui étaient passés dessus? qui n'a pas vu ses radiers, etc., même lorsqu'ils se trouvaient en grosses pierres de taille, dégradés et comme bouleversés sur quelques points? Peu de nos constructions résistent aux fortes inondations séculaires : nous n'avons peut-être pas, en France, vingt grands ponts qui aient quatre cents ans d'existence. Non que ceux qui sont tombés n'eussent une masse assez forte et assez bien construite pour résister au choc de l'eau; mais parce que le fluide



en a miné les fondemens, et a affouillé le terrain sur lequel ils étaient établis.

176: Ce sera donc contre les affouillemens que l'ingénieur aura surtout à se précautionner. Ce qu'il peut faire à cet égard est exposé dans les ouvrages d'architecture hydraulique, ainsi que dans ceux qui concernent l'art des ponts et chaussées, principalement dans les *OEuvres de Perronet* et le *Traité de la construction des ponts*, par Gauthey; je n'ai point à en parler, et je me borne à une observation qui est particulièrement de ma compétence.

Observation  
concernant  
les affouille-  
mens.

L'étude du terrain sur lequel un ingénieur se propose d'asseoir une construction hydraulique, doit être sa grande affaire. Dans les *terrains tertiaires* des minéralogistes, on a fréquemment des couches de pierres alternant avec des couches presque terreuses, telles que des marnes tendres, et même avec des bancs sablonneux. Lorsque, par un trou de sonde, on est arrivé sur une couche de la première espèce, sur ce qu'on nomme le *ferme*, il faut encore constater son épaisseur et s'assurer qu'il n'y a pas, à une petite distance au-dessous, des couches moins solides. Comme les assises d'un même terrain ne sont pas d'ordinaire entièrement horizontales, l'étude pourra s'en faire, dans les lieux où le terrain serait à découvert, un peu en amont ou en aval de celui où doit s'effectuer la construction; on tâchera d'y reconnaître la couche sur laquelle la sonde a conduit, ainsi que celles qui gisent au-dessous; et l'on sera à même de juger de leur nature et de leur épaisseur. Mais si la disposition des lieux ne permet pas une telle reconnaissance, il faudra pousser

le sondage plus avant; car, je le répète, se bien assurer de la solidité du sol sur lequel on va construire, est l'objet essentiel.

Différence  
dans les effets  
de l'eau.

177. Les effets de l'action de l'eau sont entièrement différens sur des fonds de nature différente; et des ouvrages qui produisent un effet très marqué dans une rivière ou portion de rivière, n'en ont plus aucun dans une autre. Par exemple, dans les landes de Gascogne, où les rivières coulent avec une faible pente, sur un sable très fin et très mobile, M. Laval, à l'aide de simples épis en clayonnage, entre lesquels il échouait des pins et autres arbres garnis de leurs branchages, rétrécissait et approfondissait, comme à volonté, le lit de ces rivières (1); tandis que sur la Loire, des ouvrages bien autrement solides, des digues en maçonnerie, transversales et submersibles (c'est-à-dire, peu élevées au-dessus des eaux moyennes), fixées sur une rive et s'avancant assez loin dans le courant, n'ont pu produire, sur la rive opposée, un approfondissement propre à donner un chenal convenable à la navigation: le déblai qu'elles occasionnaient sur un point était souvent suivi d'un remblai sur le point subséquent (2). Puisque j'ai été mené à parler des approfondissemens à opérer dans une rivière sur une longueur notable, je remarquerai qu'on ne peut guère se les assurer qu'en resserrant le courant entre deux digues longitudinales, soit submersibles, soit insubmersibles, soit continues, soit formées

(1) *Annales des ponts-et-chaussées*. Juillet-Août 1831.

(2) *Idem*. Tome V. 1833.

d'une suite de petites digues laissant entre elles des intervalles par lesquels l'eau passe, dans les crues, pour aller atterrir l'espace laissé entre les digues et les anciennes berges.

La différence dans la manière d'opérer, suivant les localités, se reproduit encore dans la défense d'une rive contre laquelle se porte un courant qui l'endommagerait s'il n'y était mis obstacle; cette défense se fait tantôt par une jetée en pierre, tantôt par un revêtement en fascinage, ainsi que cela se pratique avec beaucoup de succès sur les bords du Rhin (1).

178. Non-seulement des constructions en tout pareilles produisent assez souvent des effets différens; mais quelquefois encore elles ont des effets opposés. Ainsi, il est généralement admis que des épis ou bouts de digues convenablement établis sur une rive, la préservent et la fortifient en donnant lieu à des atterrissemens aux environs des points où ils sont enracinés. Effectivement, lors des crues ordinaires, l'eau demeure presque stagnante, ou elle tournoie faiblement dans l'angle formé par la rive et l'épi, surtout vers l'amont, et elle y fait des dépôts. Mais dans les inondations extraordinaires et lorsque la vitesse est très forte, le tournoiement peut devenir un tourbillon très rapide qui attaque et corrode la berge adjacente : il agit sur elle non-seulement par sa masse, mais encore par la force centrifuge de ses molécules, force provenant de la vitesse de rotation ;

---

(1) Bélidor, *Architecture hydraulique*. Tome IV. M. Defontaine, ouvrage déjà cité au n° 152.

et ici la construction aurait occasionné la ruine d'une berge qu'elle devait protéger.

Lorsqu'on destine un épi ou une suite d'épis à attaquer la rive opposée on à détruire un ensablement qui s'y serait formé, on les dirige souvent vers l'aval de manière à faire un angle d'environ  $135^{\circ}$  avec la berge sur laquelle ils sont fixés (1). On pense que par cette disposition le courant, perdant peu de sa vitesse contre ces épis et étant dirigé par eux sur la rive opposée, y agira avec plus de force. Mais il est arrivé que dans l'angle d'amont, dont nous venons de parler, il s'est fait un ensablement dont la pointe se présentait au courant sous un angle aigu : alors l'effet qu'on se promettait n'avait plus lieu, et tout autant aurait-il valu implanter l'épi perpendiculairement sur la rive.

Position  
et forme  
des barrages.

179. D'après cette diversité des effets de l'eau, suivant la différence des terrains et des circonstances locales, il ne faudra plus être étonné de la divergence des opinions des hommes de l'art, même sur les constructions les plus ordinaires; par exemple, sur les digues à l'aide desquelles on barre entièrement le cours des rivières, soit pour en accroître la profondeur dans l'intérêt de la navigation, soit pour se procurer plus de chute et par suite plus de force motrice dans l'établissement des usines. Je m'arrête quelques momens sur cette importante question des barrages.

Dans plusieurs contrées, on les place habituellement en échanche sur les rivières; on dit qu'alors

(1) Bossut et Vialé: *Recherches sur la construction des digues*. 1764.

l'eau exerce sur eux une moindre action destructive dans les inondations, et qu'elle les tourne moins aisément dans leur partie d'amont : quant à celle d'aval, où l'on établit ordinairement les écluses, les pas navigables et les usines, elle est, ajoute-t-on, suffisamment garantie par les constructions qu'exigent ces établissemens. Quelques personnes donnent de préférence aux digues une forme brisée, celle d'un chevron présentant l'angle saillant au courant, surtout si l'on veut bâtir des usines à chacun des deux bouts. D'autres les établissent, autant que possible, perpendiculairement au cours de la rivière ; en observant qu'étant plus courtes, elles coûtent moins ; que d'ailleurs, contre l'opinion vulgaire, elles n'ont pas à supporter une plus grande pression (hydrostatique), et que la différence dans l'action du choc est petite. J'observerai que quelle que soit la direction qu'on donne à un barrage, et plus particulièrement encore lorsqu'on le place perpendiculairement au courant, il faut avoir soin de bien attacher ses extrémités aux quais ou autres constructions adjacentes, ou de les enraciner fortement dans les berges.

M. l'ingénieur Borrel fait, au sujet de la position à donner aux digues, une remarque qui doit être prise en considération, toutes les fois que, dans une contrée, les points sur lesquels elles doivent être assises, ne sont pas comme fixés par des circonstances particulières. Dans toute rivière à fond de gravier, observe-t-il, il se forme, sur certaines parties, des barres naturelles, qui s'y rétablissent bientôt si on les enlève : elles y sont comme une conséquence

nécessaire de la forme du lit; et elles dénotent le lieu où l'eau exerce sur le fond le moins d'action destructive, et par conséquent celui où il convient le mieux de placer la digue : la direction du faite de la barre, abstraction faite de ses petites irrégularités, serait aussi celle qu'il conviendrait de suivre.

180. Les avis des constructeurs sont au moins aussi partagés sur la forme ou le profil à donner aux digues. Le plus souvent on fait leur épaisseur égale à trois fois environ la hauteur, et on incline leur surface supérieure vers l'aval d'une vingtaine de degrés. On reproche à cette forme de présenter une trop grande surface à l'action des pierres, des bois et des glaces que la rivière charrie dans ses crues et ses débâcles : de plus, elles conservent à l'eau toute sa force, et elles la dirigent sur le fond. Pour remédier à ces défauts, des ingénieurs expérimentés ont donné à leurs digues une coupe presque rectangulaire, dont la largeur ne serait qu'un peu plus grande que la hauteur, dont la face supérieure n'aurait qu'une légère inclinaison et vers l'amont, et dont les deux faces latérales auraient un sixième de talus au plus : à leur pied d'aval, ils établissent une banquette ou risberme. L'eau qui passe sur de telles digues, disent leurs partisans, M. l'inspecteur Bertrand entre autres, tombant en cascade sur la banquette, s'y tue d'elle-même; elle y perd toute sa vitesse et il ne lui reste plus de pouvoir malfaisant. Mais pour qu'il en soit ainsi, il faut que la banquette soit et fort large et en très bonne maçonnerie, autrement l'eau la détruit bientôt, et puis elle creuse fortement le dessous. M. Girard, qui a fait une étude

particulière des effets de l'eau sur ces digues, remarque qu'entre leur pied et le bas de la cascade, il se produit un tourbillon à axe horizontal et parallèle à la digue; et que ce tourbillon, dont l'action destructive est encore augmentée par les corps qui y tombent, agit avec une telle force tant sur le pied de la digue que sur le terrain inférieur, que presque aucun de ces barrages, à moins qu'il ne fût assis sur le roc, n'a pu y résister (1).

Enfin, des personnes instruites, laissant aux digues toute leur ancienne largeur, ont donné à leur surface supérieure une forme courbe, convexe dans le haut et concave dans le bas : peu importe d'ailleurs la nature de la courbe, que ce soit une sinusoïde, un arc de cercle, etc., pourvu qu'elle ne jarrête point, et que le dernier élément en soit horizontal et presque au niveau du fond de la rivière. On objecte contre cette forme qu'elle exige un appareil bien plus soigné et par suite plus de dépense; on lui reproche surtout de lancer l'eau dans une direction horizontale, avec toute la vitesse due à la chute; par conséquent de tourmenter au loin la rivière et de nuire ainsi à la navigation. Mais d'un autre côté, c'est la forme qui donne le moins de force à l'eau pour affouiller le pied de la construction. Je dois toutefois remarquer que si le fond était peu résistant et que sa partie superficielle fût emportée, il pourrait bien se former, sous la surface inférieure du courant lancé horizontalement, un contre-courant qui, en venant joindre le premier au pied de

---

(1) *Annales des ponts-et-chaussées*, Tom. X, 1835.

la digue, y produirait un de ces tourbillons à axe horizontal dont nous avons signalé les mauvais effets. C'est vraisemblablement pour les prévenir que le plus célèbre de nos ingénieurs, Perronnet, après avoir adopté la forme dont il vient d'être question, pour un déversoir du canal de Bourgogne, fit fixer plusieurs lits de fascines en avant de son pied (1).

Au reste, cette dernière espèce de digue est peu usitée, elle est trop coûteuse. La seconde dont il a été parlé, celle à coupe presque carrée et à risberme, a prévalu, dans ces derniers temps et pendant quelques années, parmi les hommes de l'art. Mais il semble qu'ils reviennent à la première, celle à plan incliné vers l'aval, surtout lorsque le fond est affouilable : seulement quelques-uns d'eux substituent une suite de gradins à ce plan.

### CHAPITRE III.

#### DU MOUVEMENT DE L'EAU DANS LES TUYAUX DE CONDUITE.

Similitude  
du  
mouvement  
dans  
les tuyaux  
et dans  
les canaux.

Fig. 36.

181. Dans un long tuyau incliné, comme dans un canal, l'eau se meut en vertu de son poids, ou plutôt de la partie de son poids rendue active par la pente du tuyau : la force accélératrice, dans l'un et l'autre cas, est  $gp$  (n° 104). De sorte que si, à la partie supérieure d'un réservoir M, on adapte, en AB, soit un canal, soit un long tuyau, en admettant qu'aucun obstacle ne s'oppose à l'action de cette force, le fluide sortira du point B avec une vitesse due à la hauteur EB.

(1) Lecreux, *Recherches sur les rivières*, p. 266.



Dans un canal ouvert à sa partie supérieure, il n'est pas exercé de pression sur le fluide qui y entre ; tandis qu'il y en a habituellement une en tête des tuyaux. Par exemple, si on descend en CD le tuyau AB, on aura, en C, une force de pression, par suite de laquelle l'eau entrera dans le tuyau avec une vitesse due à la hauteur AC. D'après les premiers principes du mouvement accéléré, cette vitesse doit s'ajouter à celle que le fluide acquiert par l'effet de la pente de C en D : de sorte qu'abstraction faite de tout obstacle, il sortirait avec une vitesse due à  $AC + FD$ , ou à ED, hauteur qui représente la force en vertu de laquelle l'écoulement tend à se faire. Au reste, ce dernier cas peut encore être ramené à celui des canaux ; si on prolonge CD jusqu'en G, au niveau du réservoir, et si on établit un canal de G en D, l'eau tendra encore à en sortir avec une vitesse due à ED. Ainsi, dans tous les cas, dans les tuyaux comme dans les canaux, la force accélératrice et les effets qu'elle tend à produire sont les mêmes.

Sous l'empire d'une telle force, le mouvement dans les tuyaux devrait s'accélérer continuellement ; et cependant, à une très petite distance de leur origine, il est sensiblement uniforme. Il faut donc qu'au-delà de cette distance, à chaque instant, une force opposée détruise l'effet de la première. Cette force opposée ne peut être que la résistance des parois des tuyaux ; laquelle, comme dans les canaux, provient de l'adhérence des molécules fluides à ces parois, et entre elles (106).

Ainsi, dans les tuyaux, on a même force accélératrice et même force retardatrice que dans les ca-

naux : le mouvement y est de même nature, et l'on pourrait dire que dans les tuyaux il n'est qu'un cas particulier de celui des canaux, le cas où la partie supérieure du canal serait fermée.

Toutefois, cette différence dans la forme du lit donne lieu, dans le mouvement, à des circonstances particulières qui exigent des considérations spéciales : elles vont être l'objet de ce chapitre.

### ART. 1<sup>er</sup>. *Des conduites simples.*

En hydraulique, et particulièrement dans l'art du fontainier, on donne le nom de *conduite* à une longue file de tuyaux joints exactement les uns aux autres. La conduite est *simple*, par opposition à un *système de conduites*, lorsqu'elle ne consiste qu'en une seule file de tuyaux, menant jusqu'à son extrémité toute l'eau qu'elle a reçue à son origine.

#### 1. *Conduite rectiligne et de diamètre uniforme.*

Manière  
d'exprimer  
la  
résistance.

182. Pour plus de simplicité, réunissons en une seule les deux forces qui tendent à produire la vitesse de sortie, la pression AC en tête de la conduite, et celle FD qui provient de la pente ; à cet effet, imaginons que la conduite donnée CD est placée horizontalement, en HI, au fond d'un réservoir dont la profondeur AH est égale à  $AC + FD = ED$ . Rien ne sera changé dans les données du problème ; on aura toujours la même force et la même résistance, cette dernière étant indépendante de la position de la conduite.

La force de pression en vertu de laquelle l'eau tend à sortir, ou, plus immédiatement, la hauteur verticale ED, différence de niveau entre l'orifice de sortie et la surface du fluide dans le réservoir, est appelée la *charge de la conduite*. Nous la désignons habituellement par H.

Si la conduite n'opposait aucune résistance au mouvement, en faisant abstraction de toute contraction à l'entrée, l'eau sortirait avec une vitesse due à toute cette hauteur, ainsi que nous venons de le voir. Mais il n'en est pas ainsi; la résistance des parois, opposant un obstacle, diminue cette vitesse; elle absorbe par conséquent une portion de la charge motrice H. L'écoulement n'a plus lieu qu'en vertu de la portion restante: cette portion seule est la hauteur due à la vitesse de sortie, et même à la vitesse sur tous les points de la conduite, puisque le mouvement y est uniforme et qu'elle a partout une même section. Soit  $v$  cette vitesse,  $\frac{v^2}{2g}$  sera la hauteur due ou la portion effective de la charge:  $H - \frac{v^2}{2g}$  sera donc la portion absorbée par la résistance; il lui servira de mesure, il la représentera.

183. Nous venons de représenter par la hauteur H l'effort ou la force de pression qui pousse l'eau dans la conduite, par la hauteur  $\frac{v^2}{2g}$  la force qui produit l'écoulement, encore par une quantité linéaire  $H - \frac{v^2}{2g}$  la résistance ou force négative; et cependant il est de principe, en mécanique, que les forces de pression ou les efforts équivalent à des poids et doivent être exprimés par des poids. Je m'explique à ce sujet.

(Observation.)

On a déjà vu (14) que la pression absolue sur une surface horizontale fluide ou portion de cette surface désignée par  $s$ , était  $pH$ ,  $p$  étant le poids spécifique du liquide pressant. Puisque, d'après les lois de l'hydrostatique, la pression est égale sur tous les points de cette surface, il suffira, il conviendra même de n'en considérer qu'un seul, ce sera un infiniment petit, qu'on peut supposer toujours d'égale grosseur; alors  $s$  étant constant, la pression ne dépendra plus que du poids spécifique ou de la nature du liquide, et de la hauteur de sa colonne: c'est dans ce sens que l'on dit que la *hauteur* de la colonne de *mercure*, dans le baromètre, exprime la pression de l'atmosphère. Si le liquide pressant demeure le même, que ce soit toujours de l'eau, comme dans ce chapitre, on négligera encore son poids  $p$  qui est constant, et la pression sera uniquement représentée par  $H$ ; elle lui sera exclusivement proportionnelle.

Si l'on voulait rester dans la rigueur du principe, on regarderait  $H$  comme le poids du filet fluide qui presse et pousse dans la conduite la molécule qui est immédiatement au-dessous de lui, et on le représenterait par une ligne, comme, dans la statique élémentaire, on représente par des lignes des forces qui sont aussi des poids.

Valeur  
de  
la résistance.  
Equation  
fondamentale

184. Puisque la résistance provient de l'action des parois, elle sera proportionnelle à leur étendue, c'est-à-dire, à la longueur de la conduite et au périmètre de la section, qui est ici le périmètre mouillé; car on suppose que l'écoulement se fait à plein tuyau, autrement on serait dans le cas d'un simple canal. D'un autre côté, plus la section sera grande, et plus la résistance des parois se distribuera sur un plus grand nombre de molécules; par conséquent elle affectera moins chacune d'elles et la masse totale; elle sera donc en raison inverse de ce nombre, et par suite de la grandeur de la section. Enfin, encore ici, comme dans les canaux (107), elle sera proportionnelle au carré de la vitesse, plus une fraction de la simple vitesse.

D'après cela, si  $L$  est la longueur de la conduite,  $S$  sa section,  $C$  le contour ou le périmètre mouillé,  $a$  et  $b$  deux coefficients constans, l'expression de la résistance sera

$$a \frac{CL}{S} (v' + bv),$$

et l'on aura (comme au n° 111)

$$H - \frac{v^2}{2g} = a \frac{CL}{S} (v' + bv).$$

185. Reste à déterminer les coefficients  $a$  et  $b$ . M. de Prony, qui le premier a entrepris cette détermination d'une manière convenable, s'est servi à cet effet de cinquante et une expériences faites par nos plus habiles hydrauliciens et que Dubuat avait déjà employées à l'établissement de ses formules. Il en a déduit  $a = 0,0003485$  et  $b = 0,0498$  (1).

Des cinquante et une expériences, dix-huit avaient été exécutées par Dubuat même, sur un tuyau en fer-blanc de 0<sup>m</sup>017 de diamètre et de 20<sup>m</sup> de long; vingt-six l'avaient été par Bossut sur des tubes également en fer-blanc de 0<sup>m</sup>017, 0<sup>m</sup>036 et 0<sup>m</sup>054 de diamètre, et dont la longueur a varié de 9<sup>m</sup>74 à 58<sup>m</sup>47; enfin, sept avaient été faites sur de grandes conduites du parc de Versailles, une avait 0<sup>m</sup>135 de diamètre sur 2280<sup>m</sup> de long, une autre 0<sup>m</sup>49 de diamètre et 1169<sup>m</sup> de long.

Douze ans après, Eytelwein a traité de nouveau la question du mouvement des eaux courantes (2): il a cru devoir prendre en considération la contraction

(1) *Recherches physico-mathématiques sur la théorie du mouvement des eaux courantes*, 1804.

(2) *Untersuchungen*, ou *Recherches sur le mouvement de l'eau*, etc., dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, 1814-1815; traduites et insérées dans les *Annales des mines*, Tom. XI.

de la veine à l'entrée des conduites, et  $m$  étant le coefficient de cette contraction, il a établi

$$H - \frac{v^2}{2g \cdot m^2} = 0,0002803 \frac{CL}{S} (v^2 + 0,084v).$$

Mais  $m$ , dont l'effet est d'ailleurs insensible dans les grandes conduites, se trouve implicitement dans la valeur de  $a$  donnée par l'expérience. En conséquence, et en n'ayant égard qu'aux observations les plus exactes, et notamment à celles de Couplet, j'adopterai l'équation

$$H - \frac{v^2}{2g} = 0,0003425 \frac{CL}{S} (v^2 + 0,055v).$$

Pour les canaux, on avait (111 et 112)

$$H - \frac{v^2}{2g} = 0,0003655 \frac{CL}{S} (v^2 + 0,066v).$$

Ces deux équations sont semblables et à très peu près les mêmes, ainsi que cela devait être (181). La petite différence dans les coefficients numériques ne provient vraisemblablement que des erreurs dans les observations. S'il en est ainsi, comme les observations peuvent être faites avec beaucoup plus d'exactitude sur les conduites que sur les canaux et les rivières, il est encore à présumer que les coefficients de l'équation des conduites sont aussi les plus exacts.

186. La section des tuyaux étant un cercle, si  $D$  en représente le diamètre, on aura  $S = \pi' D^2$  et  $C = \pi D$ ; et, en mettant pour  $\pi$ ,  $\pi'$  et  $g$  leur valeur numérique, l'équation fondamentale du mouvement de l'eau dans les conduites deviendra

$$H - 0,051v^2 = 0,00137 \frac{L}{D} (v^2 + 0,055v).$$

La vitesse est très rarement au nombre des quantités données ou cherchées dans les problèmes à résoudre; elle y est presque toujours remplacée par

la dépense. Soit  $Q$  cette dépense, ou le volume d'eau écoulé en une seconde, on a  $Q = \pi D^2 v$  ou  $v = 1,273 \frac{Q}{D^2}$ : cette valeur de  $v$ , mise dans l'équation ci-dessus, la transforme en

$$H - 0,08264 \frac{Q^2}{D^5} = 0,002221 \frac{L}{D^5} (Q^2 + 0,0432 QD^2).$$

Telle est la formule qu'on aura habituellement à employer pour la solution des questions relatives au mouvement de l'eau dans les conduites; en ayant toutefois égard, lors de ses applications à la pratique, aux observations qui seront faites au n° 205. Des quatre quantités  $Q$ ,  $D$ ,  $H$  et  $L$ , trois étant connues, elle donnera la quatrième.

187. Lorsque la vitesse est grande, qu'elle excède 0<sup>m</sup>60, la résistance est sensiblement proportionnelle au carré de la vitesse: le terme où elle n'est qu'à la première puissance disparaît; et l'on a, d'après les expériences de Couplet,

Équation  
pour  
les grandes  
vitesses.

$$H - 0,0512 v^2 = 0,001435 \frac{Lv^2}{D};$$

ou, en fonction de  $Q$ ,

$$H - 0,08264 \frac{Q^2}{D^5} = 0,002326 \frac{LQ^2}{D^5}.$$

On se rappellera que le second nombre des équations ci-dessus est la valeur de la résistance provenant de l'action des parois de la conduite.

188. Dégageant la valeur de  $Q$  de l'équation générale, il vient

Expression  
de la dépense.

$$Q = -\frac{0,0216LD^2}{L+37,2D} + \sqrt{\frac{450,2HD^2}{L+37,2D} + \left(\frac{0,0216LD^2}{L+37,2D}\right)^2}.$$

Dans les longues conduites, où  $37D$  est fort petit

comparativement à  $L$ , on peut le négliger; on négligera encore le second terme sous le radical, et, pour les cas ordinaires de la pratique, on aura

$$Q = 21,22 \sqrt{\frac{HD^5}{L}} - 0,0216D^3.$$

189. Dans les grandes vitesses, c'est

$$Q = 20,73 \sqrt{\frac{HD^5}{L + 35,5D}}, \text{ ou } Q = 20,3 \sqrt{\frac{HD^5}{L}}.$$

Si la vitesse était demandée, on en aurait la valeur en divisant la dépense  $Q$  par la section  $\pi D^2$ .

Expression  
du diamètre.

190. Le diamètre des conduites est très souvent la quantité à déterminer. Pour procéder à cette détermination le plus facilement possible, on met l'équation fondamentale sous la forme suivante :

$$D^5 - \left\{ 0,00009594 \frac{LQ}{H} D^3 + 0,0826 \frac{Q^3}{H} D + 0,00222 \frac{LQ^3}{H} \right\} = 0.$$

On néglige, pour une première approximation, les deux premiers termes sous la parenthèse, et l'on a

$$D = \sqrt[5]{0,00222 \frac{LQ^3}{H}} = 0,295 \sqrt[5]{\frac{LQ^3}{H}}.$$

Cette valeur sera un peu faible : on y fera successivement de petites augmentations, jusqu'à ce que le premier membre de l'équation soit réduit à zéro. La quantité qui aura mené à ce résultat, sera le diamètre cherché.

Pour les vitesses au-dessus de 0<sup>m</sup>60, on aura directement et simplement

$$D = 0,298 \sqrt[5]{\frac{LQ^3}{H}}.$$

Je ne dirai rien sur les déterminations de  $H$  et



de L, l'équation du n° 186 les donne par une simple transformation.

191. Venons à des exemples de la détermination des dépenses et des diamètres.

I. On a une conduite de 0<sup>m</sup>25 de diamètre et de 1450<sup>m</sup> de long : on demande quel volume d'eau elle débitera, sous une charge de 5<sup>m</sup>32.

On aura donc  $D = 0^m25$ ,  $H = 5^m32$ ,  $L = 1450^m$  et  $L + 37,2D = 1459,3$ , et par conséquent  $Q = \frac{0,0216 \cdot (0,25)^5 \cdot 1450}{1459}$   
 $+ \sqrt{\frac{450,2 \times 532 (0,25)^5}{1459} + \left(\frac{0,0216 \cdot (0,25)^5 \cdot 1450}{1459}\right)^2} = -0,00134$   
 $+ \sqrt{0,01603 + 0,0000018} = -0,00134 + 0,04006 = 0^m3872.$

La formule simplifiée eût donné  $Q = 0,04017 - 0,00135 = 0,03882.$

Celle pour les grandes vitesses (189), applicable d'ailleurs au cas actuel où la vitesse est 0<sup>m</sup>789, eût indiqué 0,03842.

II. On demande le diamètre d'une conduite de 757<sup>m</sup> de long et qui doit mener 0<sup>mm</sup>089 en une seconde, sous une charge de 1<sup>m</sup>.

Mettant ces quantités numériques dans l'équation du n° 190, elle devient, toute réduction faite,

$$D^5 - (0,006464 D^3 + 0,0006547 D + 0,013318) = 0.$$

Négligeant d'abord les deuxième et troisième termes, on a  $D = \sqrt[5]{0,013318} = 0,4126$ . Cette valeur étant trop faible, je la porte à 0,425, et l'équation se réduit à. . . . .  $- 0,00090 = 0$   
 avec 0,427, il vient. . . . .  $- 0,00058 = 0$   
 avec 0,430. . . . .  $- 0,00009 = 0$   
 avec 0,4306. . . . .  $0 = 0$

Ainsi le diamètre cherché est 0<sup>m</sup>4306.

La formule des grandes vitesses, et ici  $v = 0^m611$ , eût donné

$$D = 0,298 \sqrt[5]{\frac{757 (0,089)^2}{1}} = 0^m4264.$$

192. Nous avons admis jusqu'ici que les conduites étaient entièrement ouvertes à leur extrémité : mais, presque toujours, elles sont terminées par des bou-

Equation, lorsque les conduites sont terminées par des ajutages.

ches d'eau, ou des robinets, ou en général par des ajutages qui en rétrécissent l'ouverture. Dès lors la vitesse du fluide à sa sortie n'est plus la même que dans la conduite; et par conséquent les équations du mouvement que nous avons données (185—188), et qui sont basées sur la supposition de cette identité, ne peuvent plus convenir à ce cas. Le premier membre de ces équations,  $H - 0,051v^2$ , présente la portion de la charge absorbée par la résistance de la conduite; et cette portion est la charge  $H$ , moins ce qu'il en reste, à l'extrémité de la conduite, pour y produire la vitesse de sortie (182): si cette vitesse est désignée par  $V$ , le premier membre de l'équation sera en général  $H - 0,051V^2$ . Le second membre est l'expression de la résistance des parois (187), laquelle est une fonction de la vitesse dans la conduite ou de  $v$ ;  $v$  devra donc rester tel qu'il est dans ce membre, qui ne changera pas de valeur.

193. Dans les conduites, plus encore s'il était possible que dans les autres cas d'un fluide qui se meut sans solution de continuité, les vitesses sont en raison inverse des sections; de sorte que si  $d$  est le diamètre de l'ajutage à son orifice de sortie,  $m$  le coefficient de contraction qui le concerne,  $D$  étant toujours le diamètre de la conduite, on a  $V : v :: \pi D^2 : \pi m d^2$ , d'où  $V = v \frac{D^2}{m d^2} = 1,273 \frac{Q}{D^2} \cdot \frac{D^2}{m d^2} = 1,273 \frac{Q}{m d^2}$ .

L'équation du mouvement deviendra donc

$$H - 0,08264 \frac{Q}{m^2 d^4} = 0,02221 \frac{L}{D^5} (Q^2 + 0,0432 Q D^2).$$

Des cinq quantités qu'elle renferme, quatre étant données, elle indiquera la valeur de la cinquième.

Qu'il s'agisse, par exemple, de déterminer le diamètre à donner à un orifice circulaire percé dans une mince platine adaptée à l'extrémité d'une conduite de 0<sup>m</sup>08 de diamètre et de 532<sup>m</sup> de long; la quantité d'eau débitée devant être de 0<sup>m</sup>00233 par seconde, et la charge de 4<sup>m</sup>50.

L'équation ci-dessus donnera

$$d = \sqrt[4]{\frac{0,0826 Q^2 D^5}{m^5 \{ HD^5 - 0,0222 L (Q^2 + 0,0432 Q D^5) \}}}$$

Mettant les valeurs numériques ( $m = 0,62$ ), réduisant et extrayant la racine quatrième, il vient  $d = 0^m0234$ .

194. Pour les vitesses au-dessus de 0<sup>m</sup>60, on a

$$H - 0,0826 \frac{Q^2}{m^5 d^5} = 0,00233 \frac{L Q^2}{D^5};$$

$$Q = 20,73 \sqrt{\frac{HD^5}{H + 35,47 \frac{D^5}{m^5 d^5}}}; \text{ et}$$

$$D = 0,298 \sqrt[3]{\frac{L Q^2}{H - 0,0826 \frac{Q^2}{m^5 d^5}}}$$

Je donne deux exemples.

I. A la conduite, dont il a été déjà question au n° 191, on a adapté un ajutage conique de 0<sup>m</sup>03 de diamètre: tout demeurant d'ailleurs dans le même état, on demande d'assigner la dépense qui aura lieu.

Ici  $D = 0^m25$ ,  $L = 1450^m$ ,  $H = 5^m32$ , et pour  $m$ , vu la convergence de l'ajutage (50), on prendra 0,90. Par conséquent  $m^5 d^5 = 0,0000006561$ , et  $35,47 \frac{D^5}{m^5 d^5} = 52,795$ .

$$\text{Ainsi } Q = 20,73 \sqrt{\frac{5,32 (0,25)^5}{1450 + 52,795}} = 0,006415.$$

L'équation complète du n° 192 eût également donné 0,006415. Je fais une remarque.

Si, au lieu d'un ajutage de 0<sup>m</sup>03 de diamètre, on en eût mis un de 0<sup>m</sup>125 (moitié du diamètre de la conduite), la dépense aurait été de. . . . . 0,03667  
avec un diamètre de 0<sup>m</sup>1875 (trois quarts). . . . . 0,03852  
sans ajutage, on avait. . . . . 0,03872

Ce qui montre que lorsque le diamètre d'un ajutage est grand, comparativement à celui de la conduite, qu'il en est plus que moitié, la dépense ne diffère que très peu de celle qu'on obtient en laissant la conduite entièrement ouverte.

Dans plusieurs de mes expériences sur les conduites de Toulouse, ce fait m'avait frappé : la différence y était encore bien moindre que celle que la théorie indiquait; elle était insensible. Par exemple, à l'extrémité d'une conduite de 0<sup>m</sup>05 de diamètre et 42<sup>m</sup> de long, on a adapté successivement des platines percées d'orifices circulaires qui allaient graduellement en décroissant; et sous la charge constante de 16<sup>m</sup>30, on a eu les dépenses notées ci-contre.

Le diamètre de la conduite étant de 0<sup>m</sup>05, le premier résultat a été obtenu, sans platine aucune, la conduite étant entièrement ouverte. On remarque que les résultats du calcul se sont d'autant plus rapprochés de ceux de l'expérience que la vitesse de l'eau dans la conduite était plus faible.

| DIAM.<br>de<br>l'orifice. | DÉPENSE.<br>d'eau. |               |
|---------------------------|--------------------|---------------|
|                           | le calcul.         | l'expérience. |
| m.                        | mét. cub.          | mét. cub.     |
| 0,05                      | 0,00214            | 0,00178       |
| 0,035                     | 0,00210            | 0,00172       |
| 0,03                      | 0,00207            | 0,00172       |
| 0,02                      | 0,00183            | 0,00158       |
| 0,015                     | 0,00147            | 0,00133       |
| 0,01                      | 0,00084            | 0,00082       |

II. Déterminer le diamètre d'une conduite de 834<sup>m</sup> de long, et qui, sous une charge de 6<sup>m</sup>50, doit débiter 0<sup>mm</sup>011 en une seconde, par plusieurs orifices, placés les uns près des autres, lesquels, pris ensemble, équivalent en surface à un orifice circulaire de 0<sup>m</sup>04 de diamètre : le coefficient de contraction est estimé être 0,85.

On a  $m \cdot d^2 = 0,000001849$ ,  $0,0816 \frac{Q^2}{m \cdot d^2} = 5,408$ ; et par conséquent

$$D = 0,298 \sqrt{\frac{834 (0,011)^2}{6,50 - 5,408}} = 0^m 1853.$$

## 2. Conduites coudées et rétrécies en quelques points.

Trois sortes  
de  
résistances.

195. Nous venons de considérer les conduites comme étant en ligne droite, et d'égale section dans toute leur longueur : mais habituellement elles présentent des coudes; et quelquefois il s'y trouve des

parties de moindre section, soit sur une très petite étendue et formant comme un étranglement, soit sur une longueur assez considérable.

L'eau qui se meut dans de telles conduites, en arrivant aux coudes, est obligée de changer de direction. Dans ce changement, elle perd une partie de sa vitesse : la résistance qui la lui fait perdre est comme un effort opposé à l'effort moteur ou à la charge première ; il en détruit une partie.

Aux étranglemens, l'eau éprouve encore une autre perte : ayant à passer par une section plus étroite, elle doit y avoir une plus grande vitesse ; pour la contraindre à la prendre, il faut un nouvel effort ; c'est une nouvelle absorption de la charge totale.

Ainsi, l'eau, en se mouvant dans les conduites, éprouve ou peut éprouver trois sortes de résistance : celle qui est due à l'action des parois, c'est et de beaucoup la plus considérable ; celle qui provient des coudes, et celle des étranglemens. Les forces ou charges partielles employées à les vaincre se retranchent de la charge totale ; et ce n'est qu'en vertu de la partie restante que l'écoulement a lieu : cette partie seule est la hauteur due à la vitesse de sortie.

Nous avons traité en détail de la résistance des parois (184 — 188) ; nous allons examiner les deux autres.

196. Tout mobile qui, après avoir suivi une direction, en change brusquement, perd une partie de sa vitesse représentée par le sinus-verse de l'angle que forment les deux directions. Si, dans son mouvement, il suit une ligne courbe, il change de direction, il est vrai, à chaque instant ; mais la perte de

Résistance  
des coudes.

vitesse, à chaque changement, n'est qu'un infiniment petit du second ordre; et par conséquent, quoiqu'il le nombre de pertes soit infini, la perte totale ne sera qu'un infiniment petit du premier ordre, et comme nulle : en d'autres termes, tout corps en mouvement qui arrive tangentiellement à une courbe, et qui la suit sur une longueur quelconque, jouit, en la quittant, de la même vitesse qu'il avait à son arrivée. D'où il suit que si un coude de conduite était bien arrondi, quelle que fût d'ailleurs la nature de la courbe, et que le fluide en suivit exactement la courbure, il n'éprouverait aucune perte de vitesse, aucune résistance.

Fig. 27.

Mais il n'en est pas ainsi : les molécules dont le fluide est composé étant indépendantes les unes des autres, lors même que celles qui sont en contact avec les parois en suivraient la courbure; les autres, étant dirigées contre ces parois, seront réfléchies par elles, ou par les molécules interposées, sous un angle qui peut être assez grand. Par exemple, le filet central  $aC$ , tend à aller frapper, en  $C$ , la paroi  $ACB$ , et puis à se réfléchir suivant  $Cb$ , en faisant un angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, lequel sera moitié du supplément de l'angle du coude  $aCb$ . L'action réciproque des molécules les unes sur les autres fera que dans leur ensemble, c'est-à-dire dans la masse fluide, il y aura perte de vitesse; elle sera généralement plus faible que celle du filet central pris isolément, mais toujours plus grande que celle des filets voisins des parois.

Cette diminution de vitesse, et par suite de dépense, quoique réelle, sera habituellement très pe-

tite. Ainsi, Bossut ayant pris un tuyau de 0<sup>m</sup>027 de diamètre et de 16<sup>m</sup>24 de long, l'a étendu horizontalement et en ligne droite; et sous une charge de 0<sup>m</sup>325, il a obtenu 0<sup>mm</sup>02084, en une minute; puis, l'ayant plié en forme de serpenteau, de manière à lui faire jusqu'à six coudes, bien arrondis, il est vrai, cet auteur a encore eu, tout étant égal d'ailleurs, 0<sup>mm</sup>02040. (*Hydrodynamique*, §§ 659 et suiv.) Cependant, en multipliant et renforçant les coudes, on peut rendre la diminution de dépense assez considérable, comme on le voit par l'exemple suivant : Rennie fit faire un tuyau de plomb ayant 4<sup>m</sup>57 de long et de 0<sup>m</sup>0127 de diamètre; il l'adapta horizontalement à un réservoir, et sous une charge de 0<sup>m</sup>305, il obtint 0<sup>mm</sup>0544 en 1'; puis il fit plier ce même tuyau de manière à ce qu'il formât une suite de quinze concavités ou convexités en demi-cercle, ayant 0<sup>m</sup>095 de rayon; il le fixa dans ce nouvel état au réservoir, et le produit de l'écoulement ne fut plus que de 0<sup>mm</sup>0484; de sorte que les quinze coudes réduisirent la dépense dans le rapport de 100 à 89; sous une charge quadruple, la réduction fut de 100 à 88 (1).

197. Quant aux lois que suit la résistance des coudes, et à sa mesure, c'est encore à Dubuat qu'on est redevable des premières recherches faites sur ce sujet. Il a pris différens tuyaux, d'abord rectilignes, et il a mesuré la charge nécessaire pour qu'ils débitassent un certain volume d'eau en un certain temps : puis, il les a coulés de diverses façons, et

(1) *Philosophical transactions of the royal Society of London*. 1831.

de manière que le filet central tendit à y faire des angles de réflexion en nombre et grandeur déterminés ; et il a de nouveau constaté la charge sous laquelle ils débitaient le même volume d'eau dans le même temps. La différence entre les deux charges, pour un même tuyau, tantôt rectiligne, tantôt coudé, était évidemment la charge due aux coudes, et par conséquent la mesure de leur résistance. Il a fait ainsi vingt-cinq expériences, dont les principales sont l'objet du tableau suivant.

| TUYAU.    |           |                              | VITESSE<br>de l'eau. | RÉSISTANCE<br>des<br>aux coudes | COEFFICIENT<br>conclu. |
|-----------|-----------|------------------------------|----------------------|---------------------------------|------------------------|
| Diamètre. | Longueur. | Angles,<br>nombre et valeur. |                      |                                 |                        |
| mèt.      | mèt.      |                              | mèt.                 | mèt.                            |                        |
| 0,0271    | 3,167     | 1 de 36°                     | 2,300                | 0,0203                          | 0,0111                 |
| 0,0271    | 3,167     | 2 36                         | 2,300                | 0,0406                          | 0,0111                 |
| 0,0271    | 3,167     | 3 36                         | 2,300                | 0,0674                          | 0,0123                 |
| 0,0271    | 3,167     | 4 24,57                      | 2,300                | 0,0406                          | 0,0111                 |
| 0,0271    | 3,167     | 10 36                        | 1,939                | 0,1598                          | 0,0123                 |
| 0,0271    | 3,749     | 4 36                         | 1,572                | 0,0444                          | 0,0130                 |
| 0,0271    | 3,749     | 4 36                         | 0,794                | 0,0111                          | 0,0127                 |
| 0,0271    | 19,95     | 4 36                         | 0,776                | 0,0106                          | 0,0137                 |
| 0,0541    | 6,910     | 4 36                         | 2,336                | 0,0786                          | 0,0099                 |
| 0,0541    | 6,910     | 4 36                         | 1,590                | 0,0360                          | 0,0103                 |
|           |           | 6 24,57                      |                      |                                 |                        |
| 0,0541    | 6,910     | 5 36,00                      | 2,336                | 2,239                           | 0,0124                 |
|           |           | 1 56,23                      |                      |                                 |                        |

Dubuat conclut de ses expériences : que la résistance des coudes est proportionnelle au carré de la vitesse du fluide, au nombre des angles de réflexion et au carré de leur sinus.

Dans cette hypothèse, le coefficient ne varie qu'entre des limites assez rapprochées, et il est 0,0123 terme moyen. De sorte que si  $v$  est la vitesse;



$n, n', \text{etc.}$ , le nombre des angles d'une même grandeur;  $i, i'$ , les grandeurs respectives, la valeur de la résistance sera

$$0,0123v^3(n \sin^2 i + n' \sin^2 i' + \dots)$$

ou, en fonction de  $Q$ , et  $s^2$  étant la somme des carrés de tous les sinus,

$$0,02 \frac{Q}{D^5} \cdot s^2.$$

198. Lorsqu'on voudra procéder à l'application de cette formule sur une conduite donnée, il faudra déterminer le nombre et la valeur des angles de réflexion pour chaque coude. Or, un simple tracé graphique montre, 1° que dans un tuyau coudé en arc de cercle, et l'on n'aura point des arcs d'une autre espèce, le demi-diamètre du tuyau, divisé par le rayon de l'arc, donne le sinus-verse de l'angle de réflexion, et par suite son cosinus et sa valeur en degrés; 2° que le nombre de degrés de l'arc (c'est le supplément de l'angle du coude), divisé par le double de l'angle de réflexion, indique le nombre d'angles.

Application  
et  
remarques.

Fig. 38.

Qu'on ait, par exemple, une conduite de 0<sup>m</sup>25 de diamètre, menant 0<sup>mm</sup>05 d'eau, et qui présente un coude de 95°, le rayon de courbure étant de 2<sup>m</sup>10 : on demande la résistance occasionnée par ce coude. D'après ce qui vient d'être dit, le sinus-verse de l'angle de réflexion sera 0,0595 ( $= \frac{0,125}{2,1}$ ), et son cosinus 0,9405 ( $= 1 - 0,0595$ ), lequel appartient à un angle de 19° 54' : c'est l'angle de réflexion. L'arc de courbure 85° ( $= 180^\circ - 95^\circ$ ), divisé par 39°,73, double de cet angle, en donnera le nombre; ce sera 2, le quotient étant 2,14. Le sinus de 19° 54' est 0,3398, et son carré 0,1155, la résistance demandée sera en conséquence :

$$0,02 \frac{(0,05)^3}{(0,25)^5} \times 2,14 \times 0,1155 = 0,000442;$$

quantité extrêmement petite, et cependant on avait un coude assez fort et une vitesse assez forte. Pour le tuyau à quinze coudes de Rennie (196), le mode de calcul ci-dessus eût indiqué une résistance de 0<sup>m</sup>193; et même l'expérience a donné 0<sup>m</sup>354, comme nous le verrons bientôt (ce qui porterait à 0,0366 le coefficient

0,02 de Dubuat). Mais un tel cas ne se présente jamais dans la pratique, et rarement la résistance, même en doublant le coefficient, y dépasse un ou deux centimètres.

On la diminue encore, et on la rend négligeable, en prenant un grand rayon de courbure : plus il est grand, plus, à la vérité, on a d'angles de réflexion ; mais ils sont plus faibles, et en résultat la somme des carrés des sinus, et par suite la résistance est moindre.

Effets  
des angles.

199. Si l'effet des coudes bien arrondis est insensible, il n'en serait pas de même de celui des angles proprement dits. Une expérience de Venturi en montre l'influence : ce savant a fait faire trois tubes de  $0^m38$  de long et  $0^m033$  de diamètre ; l'un était rectiligne, le second présentait un coude de  $90^\circ$  faiblement arrondi, et le troisième avait un angle vif de ce même nombre de degrés : sous une charge de  $0^m88$ , ils ont rempli un vase de  $0^m137$ , respectivement, en  $45''$ ,  $50''$  et  $70''$ . Le mauvais effet des angles se manifeste encore plus dans les expériences de Rennie (196) ; avec son tuyau de  $4^m57$  de long et  $0^m0127$  de diamètre, sous la charge de  $1^m22$ , il a eu, par minute, une dépense de,

|                                              |                 |
|----------------------------------------------|-----------------|
| le tuyau étant en ligne droite. . . . .      | 0,01188 m. cub. |
| avec les 15 coudes semi-circulaires. . . . . | 0,01046         |
| avec 1 angle droit. . . . .                  | 0,00944         |
| avec 24 angles droits. . . . .               | 0,00430         |

De sorte qu'un seul angle de  $90^\circ$  a plus réduit la dépense que quinze forts coudes. Ce seul fait montre avec quel soin il faut éviter tout angle dans l'établissement des conduites.

En cherchant la charge qu'il eût fallu pour que les trois tuyaux coudés ou brisés eussent donné une dépense égale à celle qu'on avait obtenue,  $0^m1188$ , lorsqu'il n'y avait ni coude ni brisure, on trouve respectivement  $1^m57$ ,  $1^m93$  et  $9^m31$ . Retranchant  $1^m22$ , il reste, pour la résistance des coudes et des angles (197),  $0^m35$ ,  $0^m71$  et  $8^m09$ . D'où l'on conclut que la résistance d'un seul angle de  $90^\circ$  a été plus que double de celle de quinze coudes ; et que celle de 24 angles n'a été que 11,4 fois plus grande que celle d'un seul. Ce dernier résultat montre que la résistance des angles ou des coudes n'est pas proportionnelle à leur nombre, comme Dubuat l'admettait : j'avais déjà remarqué un tel manque de proportionnalité, lors de mes expériences sur le mouvement de l'air dans des tuyaux de conduites. (*Annales des mines*, 1828, p. 453).

Résistance  
due  
aux étran-  
glements.

200. Les étranglemens dont il va être question, sont occasionnés par une diminution, sur une fort petite longueur, dans la section de la conduite.

Pour nous faire une idée exacte de la résistance qu'ils opposent au mouvement, supposons que dans une conduite on ait placé, perpendiculairement à son axe, un diaphragme ou mince platine percée d'un orifice. Lorsque le fluide en mouvement y parviendra, la veine se contractera et réduira encore la grandeur de l'ouverture : c'est par une telle ouverture ainsi réduite qu'il faudra le forcer à passer, en prenant une vitesse d'autant plus grande que l'ouverture sera plus petite; et cette vitesse sera toujours supérieure à celle qui aurait eu lieu, dans cette partie de la conduite, sans le diaphragme. L'excès de force nécessaire pour produire l'excès de vitesse, la direction du mouvement demeurant la même, sera évidemment l'effet de l'étranglement; ce sera la résistance qu'il aura opposée.

Soit  $B$  le diamètre de l'orifice,  $m$  son coefficient de contraction. La vitesse par ce passage devant être plus grande que dans la conduite, suivant le rapport inverse des sections, sera  $v \frac{D^2}{mB^2}$ ; la force pour la produire ou la hauteur due aura donc pour expression  $0,051v^2 \frac{D^4}{m^2B^4}$ . La hauteur concernant la vitesse dans la conduite était simplement  $0,051v^2$ . L'excès de hauteur ou de force provenant de l'étranglement sera donc

$$0,051v^2 \left( \frac{D^4}{m^2B^4} - 1 \right) = 0,051v^2 D^4 \left( \frac{1}{m^2B^4} - \frac{1}{D^4} \right).$$

En fonction de la dépense, cette résistance, sera exprimée par

$$0,08264Q^2 \left( \frac{1}{m^2 B^5} - \frac{1}{D^5} \right).$$

M. Navier, admettant que la veine fluide au sortir de l'étranglement reprend brusquement la section et la vitesse propres à la conduite, et il n'en est nullement ainsi, comme on le verra au numéro suivant, au lieu de la différence entre les carrés des deux termes  $\frac{1}{m^2 B^5}$  et  $\frac{1}{D^5}$ , prend le carré de leur différence,  $\left( \frac{1}{m^2 B^5} - \frac{1}{D^5} \right)^2$ . Mais un résultat déduit d'un fait positivement faux peut-il être adopté?

Au reste, on n'aura que très rarement occasion de faire des applications de la formule ci-dessus, car dans une conduite on ne doit avoir aucun étranglement proprement dit : mais si accidentellement il s'en présentait quelqu'un, elle mettrait à même d'en apprécier l'effet. Il sera généralement fort petit : dans des expériences que j'ai faites, à l'aide de *robinets-vannes* établis sur les conduites de Toulouse, ayant une fois diminué la section d'une d'elles des quatre-vingt-quatorze centièmes, je n'ai eu qu'un centième de diminution dans la dépense.

201. Si, sur la même conduite, en aval du premier étranglement, il y en a un second, un troisième, etc., la résistance de chacun se déterminera par l'expression ci-dessus, et on prendra leur somme.

Mais pour que ces résistances puissent ainsi s'ajouter, il faut qu'elles soient indépendantes l'une de l'autre, c'est-à-dire que le fluide, après sa sortie du premier étranglement, ait repris la vitesse générale de la conduite avant d'arriver au second. S'il n'en était pas ainsi, ce qui aurait lieu dans le cas où les orifices seraient très rapprochés l'un de l'autre, la veine fluide, après sa sortie du premier, conserverait en tout ou en partie l'excès de vitesse qui

lui avait été imprimé pour y passer, et il faudrait un moindre effort pour lui faire traverser le second, et d'autant moindre que la distance serait plus petite.

Eytelwein a fait plusieurs expériences qui mettent ce fait en pleine évidence. — Il a pris des tubes de 0<sup>m</sup>0262 de diamètre, et dont la longueur est notée à la première colonne ci-contre : à chacune de leurs extrémités était une mince feuille de cuivre percée d'un orifice de 0<sup>m</sup>0151 de diamètre. Ils ont été adaptés horizontalement à un réservoir, et l'on a constaté la dépense de chacun d'eux : cette dépense, comparativement à la dépense théorique, qui est représentée par 1, est portée à la seconde colonne ; elle va graduellement en diminuant, et par conséquent la résistance va en augmentant, à mesure que la distance entre les deux orifices est plus grande. — Eytelwein a encore placé dans un tube de 0<sup>m</sup>0262 de diamètre, et à 0<sup>m</sup>0065 l'une de l'autre, quatre petites platines percées d'un orifice ayant également 0<sup>m</sup>0065 de diamètre : la dépense obtenue a été de 0,622. Puis, les plaques ont été portées à 0<sup>m</sup>314 l'une de l'autre, et la dépense n'a plus été que de 0,331.

| DISTANCE. | DÉPENSE. |
|-----------|----------|
| mét.      |          |
| 0,007     | 0,626    |
| 0,013     | 0,622    |
| 0,026     | 0,614    |
| 0,052     | 0,568    |
| 0,079     | 0,509    |
| 0,131     | 0,487    |
| 0,314     | 0,381    |
| 0,628     | 0,478    |

202. Ce que nous venons de dire sur les étranglements causés par de minces platines percées de petits orifices, s'applique également à ceux qui seraient produits par des tubes très courts et d'un diamètre plus petit que celui de la conduite.

Je cite une expérience de Venturi (sa 24<sup>e</sup>). Cet ingénieux physicien a composé son appareil de deux sortes de tubes alternant entre eux : les uns, B, B, avaient 0<sup>m</sup>045 de long et 0<sup>m</sup>0203 de diamètre ; celui des autres, C, C, était de 0<sup>m</sup>05414, et leur longueur avait tantôt 0<sup>m</sup>088, tantôt 0<sup>m</sup>172. Venturi n'a d'abord fait usage que d'un seul tube C ; puis de deux, de trois, de quatre et finalement de cinq : il a adapté successivement ces divers assemblages à un réservoir.

Fig. 39.

voir, et il a produit l'écoulement sous une charge de 0<sup>m</sup>88. Je donne quelques-unes des dépenses qu'il a obtenues.

|                            |                     |
|----------------------------|---------------------|
| Avec le seul tube B. . . . | 0,001258 mètr. cub. |
| Plus avec un tube C. . . . | 0,000933            |
| Avec trois tubes C. . . .  | 0,000714            |
| Avec cinq tubes C. . . .   | 0,000572            |

J'ai essayé de comparer ces résultats avec ceux des méthodes de calcul ci-dessus indiquées : les différences ont été tantôt grandes, tantôt peu considérables; ainsi, pour le dernier cas, j'ai eu  $Q=0,000525$ .

Effet des  
renflemens.

203. Malgré les fortes irrégularités que présentent ces expériences, elles sont fort remarquables, principalement en ce qu'elles font ressortir d'une manière très saillante l'effet des renflemens qui peuvent exister sur une conduite; effet tout aussi préjudiciable que celui des étranglemens pris au-dessus d'une certaine limite.

L'appareil entier, qui a 0<sup>m</sup>975 de longueur, peut être considéré comme un tuyau de 0<sup>m</sup>0203 de diamètre portant les cinq renflemens C. Il a donné, ainsi que nous venons de le voir, une dépense de . . . . . 0,000572.

Venturi a pris ensuite un tube de même longueur, mais ayant partout le diamètre uniforme de 0<sup>m</sup>0203, et il a obtenu . . . . . 0,000926.

Les renflemens avaient ainsi diminué la dépense dans le rapport de 100 à 62.

Etranglem.<sup>1</sup>  
à l'entrée  
des tuyaux.

204. Il est encore un étranglement dont je dois faire mention, celui qui résulte de la contraction qu'éprouve toute masse fluide à son entrée dans un tuyau d'un diamètre plus petit que celui du tuyau

qui précède immédiatement en amont. La résistance provenant de cet étranglement sera évidemment la même que si à l'entrée du tuyau on eût placé une platine percée d'un orifice dont la section serait à celle du tuyau comme  $m$  à 1,  $m$  étant le coefficient de contraction convenable : son expression sera donc

$$0,0826 \frac{Q^2}{D^4} \left( \frac{1}{m^2} - 1 \right);$$

c'est le cas particulier de la formule générale (200) où  $B = D$ .

La valeur de  $m$  ne pourra être jamais prise que par approximation. Pour un très court tuyau, comme pour les ajutages cylindriques, elle sera 0,82 (41). Mais dans les tuyaux proprement dits, elle se rapproche davantage de 1, et d'autant plus que le tuyau est plus long; et même, d'après M. de Prony, que son diamètre est plus grand : de sorte que dans les grandes conduites l'effet de la contraction est très petit. On le rend plus petit encore en évasant leur entrée, et en raccordant celles de leurs parties d'un moindre diamètre à celles en amont d'un plus grand diamètre, par de courts tuyaux coniques qui mènent graduellement de l'un à l'autre.

Au reste, et ainsi que nous l'avons remarqué (185), l'effet de la contraction à l'entrée d'une conduite simple est implicitement compris dans les valeurs des coefficients de l'équation fondamentale : et son effet à l'entrée d'un tuyau qui s'embranché sur une plus grosse conduite sera compris dans la détermination de la charge de ce branchement. De sorte que, dans tous les cas, on peut se dispenser d'y avoir égard.

Modifica-  
tions aux for-  
mules pour  
l'application.

205. Les coefficients des formules que nous venons de donner, notamment en ce qui concerne la principale des résistances, celle qui est due à l'action des parois, ont été déterminés par des expériences faites la plupart sur des conduites ayant presque toutes un petit diamètre et une assez petite longueur (185); elles n'étaient en quelque sorte que des tuyaux bien calibrés, bien unis et bien nets. De telles formules peuvent-elles être appliquées sans modification à des conduites qui ne sont plus dans le même cas, à celles qui servent aux grandes distributions d'eau? C'est une question que nous devons examiner.

Les tuyaux qui composent les conduites sont presque toujours plus ou moins déformés par l'effet du moulage ou de la coulée : leur section n'est plus parfaitement circulaire, et par conséquent, tout étant égal d'ailleurs, elle est moins grande qu'elle ne devrait être. Leur paroi intérieure porte des bavures et des aspérités qui retardent le mouvement. Lorsqu'on les a joints, l'axe de leur ensemble, c'est-à-dire celui de la conduite, n'est pas toujours une ligne sans brisure : la paroi intérieure n'est pas une surface parfaitement cylindrique; le bord du bout de quelques tuyaux s'avance dans l'intérieur, et il y forme saillie; les filets fluides qui arrivent sur la partie saillante, sont arrêtés, divisés et quelquefois rejetés en arrière : de là des perturbations dans le mouvement, des pertes de force vive, et par suite une diminution dans la dépense. Lors même que les tuyaux seraient bien calibrés, que l'intérieur en serait bien uni et bien régulier; à chaque joint, il n'y en aurait pas moins, dans cet intérieur, un petit vide annulaire ou une solution de continuité, qui produirait, jusqu'à un certain point, l'effet des saillies, et qui, répété pour ainsi dire à chaque pas, sur une conduite qui en a plus de mille, ne peut que donner lieu à une réduction sensible dans la dépense. M. l'ingénieur des mines Gueymard a insisté avec raison sur cette cause de réduction; il a cherché à en affaiblir l'effet dans l'établissement des fontaines de Grenoble, et il l'a fait avec succès.

De plus, lorsque les conduites sont sinueuses dans leur plan vertical, et presque toutes le sont, si au sommet des parties saillantes il n'y a point d'évents, l'air que l'eau mène toujours avec elle, et qui s'en dégage en plus ou moins grande quantité, se porte dans ces parties élevées; il s'y rassemble, s'y cantonne, et y donne lieu à des étranglemens : nous en avons vu le mauvais effet. Les eaux les plus limpides en apparence charrient toujours



des corps étrangers, et surtout des molécules terreuses extrêmement déliées, qui se déposent dans certaines parties des conduites : à la longue, elles en rétrécissent la section, et donnent ainsi lieu à une diminution de dépense. Je ne parlerai pas des molécules calcaires et séléniteuses, qui, réellement dissoutes dans l'eau, se précipitent sur les parois des tuyaux, et les revêtent d'une croûte pierreuse, qui, en augmentant continuellement d'épaisseur, finirait par les obstruer tout à fait, si on ne l'enlevait à temps : ce mal n'est particulier qu'à quelques localités. Il en est de même des dépôts ferrugineux qui se font, de distance en distance, sous forme de tubercules, dans les conduites de Grenoble, et qui, augmentant continuellement en nombre et en grosseur, diminuent la dépense, au point de l'avoir réduite de plus de moitié en moins de huit ans : l'eau sérée, qui coule dans les tuyaux de fonte, en attaque la matière et forme un hydrate de fer qui se dépose en mamelons allongés sur des lignes parallèles à la direction du courant, et en plus grande quantité sur la partie inférieure : au-dessous d'eux, la fonte est comme cariée à deux et trois millimètres de profondeur (voyez sur ces phénomènes très remarquables, qui viennent d'attirer l'attention des savants, les *Annales des mines*, 1836, pag. 203 et suiv.).

Abstraction faite de ces circonstances locales, et par suite des causes générales mentionnées plus haut, il est très souvent arrivé que, dans des expériences faites sur des conduites que tout portait d'ailleurs à croire en fort bon état, la dépense a été trouvée d'un quart et d'un tiers moindre que celle qui était indiquée par les formules ; presque jamais elle ne lui a été égale. J'ai cité plusieurs de ces expériences dans mon *Histoire de l'établissement des fontaines à Toulouse*.

D'après ces faits généralement reconnus, les ingénieurs des eaux de Paris, lorsqu'ils font usage des formules de la dépense, diminuent d'un tiers leur coefficient numérique. J'ai adopté une méthode analogue, en augmentant de moitié en sus la quantité d'eau que doit mener une conduite à établir : si elle est destinée à cent pouces d'eau, par exemple, j'en admetts cent cinquante, et je fais en conséquence les calculs relatifs à la détermination des diamètres, etc. C'est à mon avis, avec une telle latitude que l'ingénieur chargé de projeter ou d'exécuter un plan de distribution d'eau, doit employer les formules que nous avons exposées ; il prévendra de cette manière les mécomptes qu'il éprouverait sou-

vent, s'il s'en tenait uniquement aux résultats donnés par des conduites faites avec une précision que les siennes n'auront presque jamais.

Du ponce  
d'eau.

206. Dans les grands systèmes de distribution, et dans tout ce qui tient aux fontaines publiques, au lieu d'exprimer les dépenses et les quantités d'eau à conduire en fractions décimales du mètre cube débitées par seconde, on les exprime en *pouces d'eau*, unité particulière, indépendante du temps et plus convenable à un tel objet.

Les anciens fontainiers, qui avaient introduit cette unité et cette dénomination, la donnaient, ainsi qu'on l'a déjà vu (67), à la quantité d'eau qui sort d'un orifice ayant un ponce de diamètre, et percé sur la paroi d'un bassin contre laquelle le fluide se tient à une ligne au-dessus du sommet de cet orifice.

La détermination exacte de cette quantité est nécessaire dans un grand nombre de cas, et il faut la traduire en une expression précise, qui mette à même de procéder à une vérification, en cas de contestation. Mariotte fit le premier une tentative à cet égard; elle le mena à établir que le ponce d'eau fournissait, en une minute, 14 pintes de deux livres-marc chacune : une telle estimation répondrait à  $19^{\text{mm}} 76$  en vingt-quatre heures. Depuis, on a fixé la pinte à 48 pouces cubes, et le ponce d'eau n'a plus été estimé qu'à  $19^{\text{mm}} 19$ . Enfin, dans ces derniers temps, appliquant ici le système métrique des poids et des mesures, on a porté ce nombre à  $20^{\text{mm}}$  : M. de Prouy a proposé le nom de *double module d'eau* pour ce produit.

Ainsi, le ponce d'eau, tel qu'il est établi aujourd'hui, et tel que je l'ai exclusivement employé dans l'établissement des fontaines de Toulouse, donne vingt mètres cubes en vingt-quatre heures, ou  $0^{\text{mm}} 0002315$  par seconde. De sorte que  $4320 \left( = \frac{1}{0,0002315} \right)$  bouches d'eau, versant un ponce chacune, fourniront un mètre cube par seconde, et que, pour réduire en pouces les fractions de mètre cube employées dans les calculs, il suffira de les multiplier par 4320.

D'après cela, l'expression usuelle de la dépense donnée au n° 188, devient

$$Q = 91666 \sqrt{\frac{HD^5}{L}} = 91 D^5 \text{ pouces d'eau.}$$

### 3. De la pression sur les parois des conduites.

Après avoir traité des circonstances du mouvement de l'eau dans les conduites, examinons les effets qui en résultent sur la pression que le fluide exerce contre les parois des tuyaux qui le contiennent : nous exposerons ensuite les conséquences les plus importantes de cet examen.

207. Soit une conduite horizontale AB adaptée à un réservoir entretenu constamment plein.

Se nature  
et son  
expression.  
Fig. 40.

Fermons d'abord l'extrémité B. Chacun des points de la conduite éprouvera une pression mesurée par la hauteur ou charge AC : et si, sur quelques-uns d'eux, H, I, K, etc., pris à volonté, on implante des tubes verticaux, l'eau s'y élèvera jusqu'à ce que le poids des colonnes HL, IM, KN soit en équilibre avec la pression exercée en ces points : en conséquence elle s'élèvera, dans tous, jusqu'au niveau CD.

Débouchons maintenant l'ouverture B; supposons que les parois des tuyaux n'opposent aucune résistance au mouvement, comme dans le cas d'un tube très court, et qu'il n'y a aucune contraction à l'entrée A. L'eau coulera dans la conduite et elle en sortira avec la vitesse due à la charge totale AC. Toute la force de cette charge agira donc parallèlement à l'axe de la conduite; il n'en résultera aucune action perpendiculaire à cette direction, et par conséquent aucune pression sur les parois : on sera dans le cas de l'eau qui se meut dans les canaux, où aucune pression ne tend à en soulever la surface. Le fluide des tubes HL, IM, baissera donc jusqu'à la partie supérieure du fluide dans la conduite.

208. Si l'on ne débouche qu'en partie l'ouverture B, que l'orifice de sortie soit moindre que la section du tuyau, les phénomènes ne seront plus les mêmes. L'eau sortira bien toujours avec la vitesse due à AC; mais la vitesse dans le tuyau sera plus petite, suivant le rapport inverse des sections. Soit  $v$  cette vitesse plus petite,  $0,051 v^2$  sera la force ou partie de la charge AC employée à la produire; agissant encore parallèlement à l'axe, elle n'exercera aucune pression sur les parois. Mais la portion restante de la force totale, ou  $H - 0,051 v^2$ , en faisant  $AC = H$ , agissant sur toutes les molécules, s'y répandant dans tous les sens, pressera de bas en haut le fluide en I, K, etc., et il montera dans les tubes verticaux à une hauteur égale à  $H - 0,051 v^2$ ; laquelle sera limitée par l'horizontale EF, CE étant égal à  $0,051 v^2$ . De là le grand principe que Bernoulli a établi par le calcul, confirmé par des expériences, et dont il a fait la base de son *Hydraulico-statique* (*Hydrodynamica, sectio XII*); à savoir : *la pression que l'eau en mouvement, dans un tuyau, exerce contre un point quelconque de ses parois, est égale à la charge (effective) sur ce point, moins la hauteur due à la vitesse dans ce tuyau.*

209. La résistance que les parois des tuyaux opposent au mouvement ne détruit ce principe en aucune manière; elle diminue seulement H, ou la charge que l'on eût eue sans elle, sur le point que l'on considère. Entrons dans quelques détails.

La résistance est proportionnelle à la longueur des conduites (184); c'est-à-dire à la longueur du trajet fait par l'eau : ainsi, sur une même conduite,

elle ira en croissant progressivement, depuis son origine A, où elle est zéro, jusqu'à son extrémité B, où elle est  $0^m00233 \frac{LQ^2}{D^5} (187)$ . De sorte que si, sur BD, on prend FG égal à cette expression, comme représentant la résistance en B, et que l'on mène la droite EG, les résistances en H, I, K, etc., seront représentées par les lignes  $ae, a'e', a''e'',$  etc. (puisque  $ae : a'e' : a''e'' : \dots FG :: Ee : Ee' : Ee'' \dots EF$ ). Désignons par  $r, r', r'' \dots R$  ces résistances. A chacun des points que nous venons d'indiquer, en I, par exemple, la colonne MI, mensuratrice de la pression dans l'état de repos, baissera  $1^o$  de  $Me (= 0,051 v^2)$ ; car, dans ce cas, comme dans le précédent, cette portion de la force motrice, étant dirigée suivant l'axe de la conduite, n'exercera aucune pression sur ses parois :  $2^o$  de  $a'e' (= r')$ ; cette autre partie de la force totale ayant été absorbée, et comme anéantie, par la résistance que la conduite a opposée au mouvement du fluide, depuis A jusqu'en I, ne saurait plus avoir aucune action à ce dernier point : la pression y sera donc simplement mesurée par  $a'I = H - r' - 0,051 v^2$ . En général, la pression en un point quelconque d'une conduite horizontale, où  $r$  représente la résistance éprouvée depuis l'origine de cette conduite, est exprimée par  $H - r - 0,051 v^2$ .

A l'extrémité de la conduite, où la résistance est R, la pression  $GB = H - R - 0,051 v^2$ . Si cette extrémité était entièrement ouverte, on aurait  $(182) R = H - 0,051 v^2$ , et par conséquent  $GB = 0$ , c'est-à-dire que la pression à l'extrémité de la conduite serait nulle, et que les colonnes, mesurant la pression à ses divers points, auraient la ligne EB pour limite supérieure.

Fig. 41.

210. Venons enfin au cas d'une conduite ordinaire, d'une conduite inclinée et résistante. Dans l'état de repos, les colonnes indiquant la pression s'élèveront jusqu'à l'horizontale CD, niveau du fluide dans le réservoir; c'est la loi des *tubes communicans*: elles, et par suite les pressions, seront inégales; chacune aura pour mesure la différence de niveau entre le point où elle s'exerce et la surface du réservoir. Dans l'état de mouvement, ces colonnes subiront les mêmes diminutions qu'au numéro précédent, et par l'effet des mêmes causes; leur sommet n'atteindra que la ligne EG, qui en sera la limite (elles seraient limitées par EB, si la conduite était tout à fait ouverte): en conséquence, la pression sur un point quelconque, dont  $H_0$  est l'abaissement au-dessous du réservoir, sera exprimée par  $H_0 - r - 0,051 v^2$ .

L'expression serait la même pour une conduite contournée comme AH'T'K'B. Seulement les sommités des colonnes ne seraient plus sur une ligne droite; les résistances, étant proportionnelles aux longueurs des tuyaux, suivront bien les rapports de AH', AI'; mais non ceux de Ee, Ee', condition nécessaire pour que les points A, a, a', soient en ligne droite.

Charge  
entière,  
charge  
effective.

211. Nous avons appelé *charge d'une conduite*, et désigné par H, la différence de niveau entre la surface du fluide dans le réservoir et l'orifice de sortie: elle serait la hauteur due à la vitesse de sortie, si les tuyaux n'opposaient aucune résistance au mouvement (182). Mais la résistance diminue cette *charge entière*: de sorte que la *charge effective* de la conduite, ou la hauteur en vertu de laquelle le fluide sort réellement, sera moindre de toute la ré-

sistance qu'il aura éprouvée, depuis l'origine jusqu'à l'extrémité des tuyaux;  $R$  étant cette résistance, la charge effective sera  $H - R$ .

Par analogie, pour tout autre point de la conduite, sa charge *entière* sera la hauteur du réservoir,  $H_0$ , au-dessus de lui; et sa charge *effective* sera cette même hauteur diminuée de la résistance éprouvée par le fluide depuis l'origine de la conduite jusqu'à lui, ou  $H_0 - r$ .

212. Puisque la pression sur ce même point est  $H_0 - r = 0,051 v^2$ ,  $0,051 v^2$  sera la différence entre elle et la charge. En général, la hauteur due à la vitesse de l'eau en un point quelconque d'une conduite, est la différence qu'il y a entre la charge effective, ou la charge proprement dite, et la pression sur ce point. Il y a donc erreur lorsqu'on prend l'une pour l'autre; mais dans les grandes conduites, où la hauteur due à la vitesse n'est que de quelques centimètres, l'erreur est presque toujours sans conséquence.

Différence  
entre  
la charge et  
la pression.

213. Les tubes que nous avons supposé être placés sur les conduites, et qui, par la hauteur à laquelle le fluide s'y élève, mesurent la pression qui a lieu sur les parties auxquelles ils sont adaptés, prennent le nom de *piézomètres* ( $\pi\iota\alpha\iota\varsigma$ ,  $\pi\iota\epsilon\sigma\iota\varsigma$ , pression, et  $\mu\epsilon\tau\omega\nu$ , mesure).

Du  
piézomètre,  
et de ses in-  
dications.

Ils vont nous donner comme une image physique de ce qu'on entend par *résistance et perte de charge*.

Supposons que l'on en ait établi un sur un point quelconque d'une conduite située à  $H_0$  au-dessous du niveau du réservoir. D'après ce qui vient d'être dit, si l'eau était en repos dans la conduite, elle s'élèverait dans le tube à la hauteur  $H_0$ : lorsque l'écou-

lement aura lieu, elle y baissera et ne s'y tiendra plus qu'à la hauteur  $H_0 - r - h$ ,  $h$  étant l'élévation due à la vitesse  $v$ . L'abaissement, ou la différence entre les deux hauteurs sera donc  $H_0 - H_0 + r + h$ ; et en le désignant par  $\alpha$ , on aura  $\alpha = r + h$ , ou  $r = \alpha - h$ ; c'est-à-dire que la résistance éprouvée par l'eau, depuis l'origine de la conduite jusqu'à un de ses points, sera représentée par la différence de niveau entre la surface du réservoir et le sommet de la colonne fluide dans un piézomètre implanté sur ce point (moins la hauteur due à la vitesse dans la conduite; quantité toujours très petite). — Si l'on augmente ou diminue le volume d'eau qui coule dans la conduite, et par suite la vitesse, en agrandissant ou rétrécissant l'orifice de sortie, le fluide du piézomètre devra baisser ou hausser à très peu près proportionnellement au carré de ce volume, { l'abaissement devrait être  $Q^2 \left( 0,00222 \frac{L}{D^5} - \frac{0,0826}{D^4} \right) + \frac{0,000096 L}{D^5}$  }; et l'on sera à même de comparer les résultats de la théorie à ceux de l'expérience.

Pour un second point de la conduite, pris en aval du premier par exemple, on aurait pareillement  $r' = \alpha' - h$ , puisque la vitesse et sa hauteur due  $h$  demeurent les mêmes dans toute la conduite. Retranchant de cette équation la première  $r = \alpha - h$ , on a  $r' - r = \alpha' - \alpha$ . Or  $r' - r$ , différence entre les deux résistances, est évidemment la résistance éprouvée depuis le premier point jusqu'au second, et  $\alpha' - \alpha$ , différence entre les abaisséments des deux colonnes piézométriques au dessous du réservoir, sera la différence de niveau entre les sommets de deux colonnes: ainsi la résistance que l'eau éprouve d'un point d'une conduite à un autre, ou la perte de charge depuis le premier jusqu'au second, est égale à la différence de niveau entre les sommets des colonnes fluides de deux piézomètres établis un sur chacun des deux points. — Si le diamètre du tuyau, sur lequel est placé le second piézomètre, était différent du premier, alors la hauteur  $h'$  due à sa vitesse ne serait plus égale à  $h$ , et l'on aurait  $r' - r = \alpha' - h' - (\alpha - h) = (\alpha' - \alpha) - (h' - h)$ ; c'est que la résistance d'un point à un autre serait la différence de niveau entre les deux sommets piézométriques, moins ou plus la différence entre les deux hauteurs dues aux vitesses respectives selon que la vitesse au point d'aval serait plus ou moins grande que l'autre.

On voit, par ces exemples, comment ces piézomètres mettent sous les yeux les résistances des conduites, et les variations qui y surviennent; et par suite combien leurs indications peuvent



être utiles. Un tel instrument, en verre, que j'ai fait établir sur une des conduites des eaux de Toulouse, et qui monte dans l'hôtel-de-ville, en face du bureau de l'ingénieur de ces eaux, lui indique à chaque instant l'état de son service et les perturbations qu'il éprouve.

214. De la pression que l'eau coulant dans les tuyaux exerce contre leurs parois dépend encore l'épaisseur à donner à ces parois.

Soit  $H$  la plus grande pression ou charge que puisse avoir à supporter un tuyau,  $D$  son diamètre,  $e$  l'épaisseur cherchée, et  $f$  l'effort capable de rompre la matière qui le constitue; ce sera le poids qui, étant suspendu à une barre verticale d'une telle matière et d'un mètre carré de section transversale, en occasionnerait la rupture. La résistance que le tuyau lui opposera, sous l'unité de longueur, sera  $ef$ , ou  $2ef$ , s'il s'agit de séparer entièrement une partie de l'autre, puisqu'alors  $2e$  ( $= aa' + bb'$ ) est la largeur de la partie à rompre. — Voyons maintenant l'effort que le fluide exercera pour opérer une telle séparation. Prenons un tuyau ayant également 1<sup>m</sup> de long : pour fixer les idées, plaçons-le horizontalement; imaginons qu'il soit divisé en deux moitiés par un plan horizontal, que la moitié inférieure soit fixement assujettie, et qu'on ait à séparer d'elle l'autre moitié, en la poussant verticalement de bas en haut, comme le ferait de l'eau qu'on y presserait. Divisons par la pensée la surface intérieure de cette moitié en un très grand nombre d'éléments longitudinaux, dont la largeur extrêmement petite soit  $\sigma$ ; chacun éprouvera, dans une direction à lui perpendiculaire, de la part du fluide, une pression ou un effort égal au poids d'un prisme d'eau qui aurait  $\sigma \times e$  pour base et  $H$  pour hauteur, et qui pèserait en conséquence  $1000 \sigma H^k$ . Cet effort, estimé dans le sens vertical, se réduira à  $1000 \sigma' H$ ,  $\sigma'$  étant la projection de  $\sigma$  sur un plan horizontal : la somme de tous les efforts sera donc  $1000 H$ , multiplié par la somme des  $\sigma'$ , et celle-ci est évidemment le diamètre  $ab$ , ou  $D$  : ainsi l'effort total, tendant à séparer les deux moitiés du tuyau, sera  $1000 DH$ . — Dans le cas où il serait simplement équilibré par la résistance, on aurait  $1000 DH = 2ef$ , d'où l'on déduirait la valeur de  $e$ .

Pour la fonte de fer, matière la plus ordinaire des tuyaux, on admet généralement qu'une barre tirée dans le sens de sa longueur se rompt sous un poids de  $14^k$  par millimètre carré de sa section; ainsi, on aura, par mètre carré,  $14.000.000^k = f$ , et  $e = 0^m0003672 HD$  : avec une telle épaisseur, le tuyau serait sur

Épaisseur  
à donner  
aux tuyaux  
de conduite.

Fig. 42.

le point d'être partagé en deux. Mais il faut se tenir loin de ce *minimum* : l'usage est de donner aux matériaux que l'on emploie dans les constructions, des dimensions au moins telles que l'effort qu'elles auront à supporter ne leur fasse subir aucune altération permanente : on estime que cet effort, pour la fonte, est de  $2\frac{1}{2}$  à  $3\frac{1}{2}$  moindre que celui qui opérerait la rupture ; ainsi il faudrait multiplier l'épaisseur déjà trouvée par  $2\frac{1}{2}$  ou  $3\frac{1}{2}$  ; pour plus de sûreté encore, je multiplierai par 4,2, et l'on aura

$$e = 0^m00015 HD.$$

Il ne faut pas seulement que les tuyaux puissent résister à leur plus grande pression ordinaire, mais encore aux pressions extraordinaires, aux chocs ou *coups de bélier* auxquels ils sont exposés, lorsque la masse d'eau qu'ils conduisent est brusquement arrêtée, comme par la trop prompte fermeture d'un robinet. Aussi, quoique la charge des conduites n'excède guère 15 ou 20<sup>m</sup>, ou la suppose habituellement de 100<sup>m</sup> ; et c'est sous une telle pression, équivalente à celle de près de dix atmosphères, que les tuyaux doivent être essayés : H étant alors 100, on aura  $e = 0^m015D$ .

Telle est l'épaisseur que l'on donnerait aux tuyaux en fonte, si cette matière y était entièrement compacte et sans défaut ; et si il y avait moyen de la couler aussi mince. Mais il n'en est pas ainsi ; la fonte est une substance poreuse, qui laisse suinter l'eau sous de fortes pressions ; elle renferme habituellement des soufflures, qui diminuent considérablement l'épaisseur des parties où elles se trouvent ; coulée trop mince, elle se fige avant d'avoir entièrement rempli le moule : de plus, la rouille attaque les tuyaux, les corrode, et à la longue, elle pourrait en réduire l'épaisseur outre mesure. De sorte qu'il est une épaisseur au-dessous de laquelle on ne doit pas descendre, et qu'il y a une quantité constante à ajouter à  $0^m015D$  : les uns la portent à 6 millimètres, d'autres à 8 ; je ferai reste de raison à toutes les objections, j'aurai égard à toutes les difficultés de l'art du fondeur, en élevant cette quantité à 10, et j'établirai définitivement

$$e = 0^m01 + 0^m015 D.$$

Toutefois il n'y aura pas lieu d'ajouter le second terme aux tuyaux au-dessous de  $0^m12$  de diamètre ; ils auront tous  $0^m01$  d'épaisseur. Celle des autres, exprimée en millimètres, sera res-

pectivement pour les tuyaux de

$0^m12$ ,  $0^m15$ ,  $0^m20$ ,  $0^m25$ ,  $0^m30$ ,  $0^m40$ ,  $0^m50$ ,  
11, 12, 13, 14, 15, 16, 18.

Les tuyaux en plomb offrent moins de résistance que ceux en fonte. M. Jardine d'Édimbourg en a soumis à l'essai un qui avait  $0^m0508$  de diamètre et  $0^m00508$  d'épaisseur : il a commencé à se dilater sous une charge de  $245^m$ , et il s'est déchiré sous une de  $305^m$ . Cette expérience, donnant  $e = 0,000408HD$ , indique une résistance qui n'est pas la neuvième partie de celle que présente la fonte. Cette moindre ténacité et un prix plus que double ont fait renoncer aux conduites en plomb, généralement employées autrefois, et l'usage des tuyaux en fonte est devenu presque exclusif pour tous les grands établissemens.

Les conduites en bois résistent à une assez forte pression, et elles ne sont pas chères; mais elles se pourrissent : il faut les changer souvent, et elles exigent des soins particuliers.

Quant à celles en poterie, elles ne peuvent être employées que sous de petites charges; il est difficile d'en bien luter les joints, et elles sont sujettes à se rompre; par suite, leur usage n'est point à recommander.

## ART. 2. Des systèmes de conduites.

Il est bien rare que l'on ait une simple conduite portant jusqu'à son extrémité toute l'eau qu'elle a reçue à son origine : presque toujours, sur divers points de sa longueur, il est fait des prises d'eau qui sont menées par des conduites secondaires : sur celles-ci se *branchent* encore des conduites d'un troisième ordre, etc.; de sorte que dans les grandes distributions d'eau, un tel assemblage ou *système de conduites* présente comme un tronc qui se ramifie et sous-ramifie de diverses manières.

215. Déterminer les circonstances du mouvement de l'eau dans les différentes parties d'un pareil système, et cela par la seule connaissance des dimen-

Problème  
à résoudre.

sions et de la position respective de ces parties, est un problème compliqué dont il n'a pas encore été donné de solution; et cependant les déterminations que l'ingénieur a à faire se rapportent presque toujours à un assemblage de conduites et non à une conduite isolée.

Pour se faire une idée des bases sur lesquelles j'ai établi la solution que je vais exposer, et qui est applicable au moins à quelques questions, qu'on se figure un système déjà existant, adapté à un réservoir entretenu constamment plein, et versant l'eau par des bouches fixées à l'extrémité de chacune de ses branches; qu'il s'agisse de déterminer, par exemple, la quantité d'eau qui sort par chaque bouche (bien que ce ne soit pas l'objet que j'ai maintenant en vue), il est évident qu'on calculerait immédiatement cette quantité, si l'on connaissait la charge effective à l'extrémité du branchement, cette charge étant la hauteur due à la vitesse de sortie (211). Or, d'après ce qui a été dit (211 — 213), la charge effective est la charge entière, moins les pertes de charge ou résistances que les molécules fluides arrivant à la bouche, en question ont éprouvées dans leur trajet sur le système, depuis le réservoir jusqu'à cette bouche. De sorte que le problème se réduit à la détermination de ces diverses pertes de charges.

Des différentes pertes de charge.

216. Elles proviennent : 1° et presque entièrement de la résistance que les parois des tuyaux ont opposée au mouvement; 2° de la résistance due aux coudes; 3° du changement de direction dans le mouvement, lorsque l'eau passe de la conduite principale dans un branchement, et d'un branchement dans un sous-

branchement; 4° des perturbations dans le mouvement, occasionnées par les prises d'eau ou *érogations* à la tête de chaque branchement ou sous-branchement. Quant aux résistances provenant des étranglemens, il est superflu d'en faire mention; on ne saurait admettre d'étranglement permanent sur une conduite: si accidentellement il y en avait un, nous avons indiqué le mode d'en calculer l'effet (200). On a vu (195) que toute résistance au mouvement de l'eau dans une conduite est comme un effort opposé à l'effort moteur ou à la charge entière, et qui en détruit une partie; elle produit une perte de charge; elle lui équivaut.

Nous avons traité fort en détail des deux premières des quatre pertes que nous venons de signaler, et nous nous bornerons à rappeler qu'elles sont données,

Pour l'action des parois, par l'expression (186)

$$0^m002221 L \left( \frac{Q^2}{D^5} + \frac{0,0432 Q}{D^3} \right);$$

Pour les coudes, par (197),

$$0^m02 \frac{Q^2}{D^4} \beta^2$$

Reste à examiner les deux autres pertes.

217. Lorsqu'un corps qui se meut avec une vitesse  $v$  dans une direction, en prend forcément une autre en faisant avec la première un angle  $i$ , sa vitesse n'y est plus que  $v \cos i$ . De même lorsqu'un fluide, ayant  $v$  de vitesse dans une conduite, passera dans un branchement, abstraction faite des autres forces qui peuvent agir sur lui, il n'aura plus

Perte due au  
changement  
de direction.

que  $v \cos i$  de vitesse. La force ou hauteur due, qui était  $0^m051 v^2$  dans la conduite, ne sera plus que de  $0^m051 v^2 \cos^2 i$ ; il aura donc perdu en hauteur ou charge  $0^m051 v^2 (1 - \cos^2 i)$ , ou

$$0^m051 v^2 \sin^2 i.$$

Presque toujours les branchemens s'implantent perpendiculairement sur les conduites, sauf à être ensuite déviés par des coudes plus ou moins forts. Dans ce cas  $i = 90^\circ$ ,  $\sin i = 1$  et la perte de charge, en se rappelant que  $v = 1,273 \frac{Q}{D^2}$ , est

$$0^m0826 \frac{Q^2}{D^4};$$

c'est-à-dire que la charge ou force provenant de la vitesse que l'eau a dans la conduite est entièrement perdue; elle n'a pas de composante dans le sens du branchement; le fluide n'y entre qu'en vertu de la pression ou hauteur piézométrique qui a lieu dans la conduite en face du point de prise.

Perte due  
à l'érogation.

218. A cette prise, à l'entrée du branchement, il y aura encore une autre perte de hauteur. Pour en mesurer la grandeur, MM. Mallet et Génieys, ingénieurs des eaux de Paris, ont placé un piézomètre sur une conduite de  $0^m25$  de diamètre, un peu en amont du point où se branchait un tuyau de  $0^m081$ , et ils en ont établi un second sur ce tuyau à peu de distance de son origine. Il s'y est tenu à  $0^m12$  plus bas que le premier, lorsque la dépense par le tuyau a été de  $0^{mm}00435$ ; la vitesse y était de  $0^m847$  et sa hauteur due de  $0^m0366$ : cette dernière quantité devant être prise sur l'élévation du premier piézo-

mètre pour imprimer la vitesse susmentionnée, il ne restera en différence, ou pour l'effet de l'érogation, que 0<sup>m</sup>0834, quantité 2,28 fois plus grande que la hauteur due. La dépense du branchement ayant été portée à 1<sup>m</sup>003, la différence entre les deux instrumens a été de 0<sup>m</sup>153; la hauteur due étant alors de 0<sup>m</sup>0513, il est demeuré, pour l'érogation, une quantité 1,94 fois plus grande que cette hauteur. On conclut de ces expériences que la perte de charge occasionnée par l'érogation est égale à environ deux fois la hauteur due à la vitesse dans le branchement.

Lors même que les résultats ci-dessus auraient été influencés par quelques circonstances particulières, admettons la conclusion qui en a été tirée jusqu'à ce que d'autres observations aient porté un nouveau jour sur cette matière.

Toute incertitude sur la valeur de la perte de charge due à l'érogation, ainsi que sur celles provenant des coudes et du changement de direction, ne tire à aucune conséquence dans la pratique, ces valeurs étant tout à fait minimes par rapport aux autres quantités qui entrent dans les équations, surtout comparativement à la perte résultant de l'action des parois, et celle-ci a été déterminée à l'aide de plus de cinquante expériences (185).

119. Pendant quelque temps j'ai craint que les érogations pour les branchemens n'étendissent leur effet sur la conduite même, en aval des points où elles étaient faites, et que la charge n'y éprouvât une diminution considérable. S'il en eût été ainsi, la solution du problème que je donne ici, et que j'avais implicitement donnée dans mon *Traité sur le mouvement de l'eau dans les conduites* publié en 1827, aurait été entièrement défectueuse. Pour décider cette importante question, j'effectuai, en 1830, les expériences suivantes :

Sur une conduite de 0<sup>m</sup>08 de diamètre et de 637<sup>m</sup> de long, à 431<sup>m</sup> de son origine, je fis placer une tubulure portant un robinet par lequel on faisait sortir une quantité d'eau plus ou moins con-

sidérable; c'était l'érogation. A 0<sup>m</sup>50 en amont, ainsi qu'à 0<sup>m</sup>70 en aval, on établit un grand piézomètre. La charge en tête de la conduite demeurant à très peu près la même (7<sup>m</sup>40), et son extrémité étant entièrement ouverte, on fit écouler, par la tubulure, les volumes d'eau indiqués ci-contre : on a noté vis-à-vis ceux qui sont sortis par l'extrémité, ainsi que les hauteurs au-dessus du point d'érogation auxquelles l'eau se tenait dans chacun des deux piézomètres. Comme on ne saurait répondre de ces hauteurs à deux centimètres près, on peut conclure qu'elles ont été les mêmes en amont et en aval de l'érogation. Cette égalité de pression s'est maintenue dans plusieurs autres expériences que j'ai exécutées avec ce même appareil.

Ainsi, une prise d'eau faite sur une conduite ne diminue pas sensiblement la pression, et par suite la charge sur les points qui sont en aval de celui où elle est ouverte : et dans un système de conduites, il n'y a d'autres pertes de charge que les quatre dont il vient d'être question.

| EAU SORTIE EN l' |                | PIÉZOMÈTRE |        |
|------------------|----------------|------------|--------|
| à l'érogation.   | à l'extrémité. | d'amont    | d'aval |
| mét. cub.        | mét. cub.      | mét.       | mét.   |
| 0,000000         | 0,001694       | 1,90       | 1,91   |
| 0,000269         | 0,001491       | 1,55       | 1,55   |
| 0,000836         | 0,001021       | 0,91       | 0,93   |
| 0,001310         | 0,000579       | 0,18       | 0,17   |
| 0,001380         | 0,000514       | 0,12       | 0,10   |

Équation  
du  
mouvement  
dans un  
branchement

220. Soit maintenant un branchement ou sous-branchement d'un ordre quelconque  $n$ , versant toute son eau dans l'atmosphère par un ajutage adapté à son extrémité.

Soient encore

$d_n$  le diamètre de cet ajutage à la sortie,

$m_n$  son coefficient de contraction,

$H_n$  la charge entière du branchement, ou la différence de niveau entre l'orifice de son ajutage et la surface du réservoir,

$D_n$  le diamètre du branchement,

$L_n$  sa longueur,

$Q_n$  la quantité d'eau qu'il mène,

$s_n$  la somme des carrés des sinus des angles de réflexion aux divers coudes,



[R] la somme des résistances ou pertes de charge éprouvées par l'eau qui coule dans le branchement, depuis l'origine du système jusqu'au point d'adaptation de ce branchement. Si, en suivant le cours de l'eau qui arrive jusqu'à lui, on représente par  $r$  et  $r'$  les pertes de charge dues à la résistance des parois et des coudes sur la conduite principale, mais seulement jusqu'au point d'insertion du premier branchement; par  $r_1, r_1', r_1'', r_1'''$ , les quatre pertes de charge sur ce premier branchement, et jusqu'au second seulement; par  $r_2, r_2', r_2'', r_2'''$ , les pertes sur ce second jusqu'au troisième; ainsi successivement jusqu'au branchement  $n-1$ , auquel s'adapte le branchement  $n$ , on aura

$$[R] = r + r' + r_1 + r_1' + r_1'' + r_1''' + \dots + r_{n-1} + r_{n-1}' + r_{n-1}'' + r_{n-1}'''.$$

Cela posé, puisque la somme des pertes de charge retranchée de la charge entière donne la charge ou hauteur due à la vitesse de sortie (215), ou bien que la charge entière est égale à la somme des pertes plus cette hauteur, laquelle est (193)  $0^m 0826 \frac{Q_n^2}{m_n^2 d_n^5}$ , l'équation du mouvement sera

$$H_n = [R] + 0,0826 \frac{Q_{n-1}^2}{D_{n-1}^5} + 0,00222 L \left( \frac{Q_n^2}{D_n^5} + \frac{0,0432 Q_n}{D_n^4} \right) + 0,02 \frac{Q_n^2}{D_n^5} \\ + 0,165 \frac{Q_n^2}{D_n^5} + 0,0826 \frac{Q_n^2}{m_n^2 d_n^5}$$

Lorsque le branchement est entièrement ouvert à son extrémité, qu'il n'y a point d'ajutage,  $m_n^2 d_n^5 = D_n^5$ .

L'équation ci-dessus mettra à même de déterminer, directement ou indirectement, une des variables qu'elle renferme par la connaissance des autres.

Expression  
de la perte  
de charge  
d'un point à  
un autre.

221. On a assez souvent besoin, dans l'application, d'établir explicitement la relation entre la perte de charge et les quantités qui sont en rapport avec elle; nous rappellerons à cet effet que la perte de charge entre deux points d'un système de conduites est égale à la somme des résistances éprouvées par le fluide, allant depuis le premier de ces points jusqu'à l'autre.

Exemple  
d'une grande  
distribution  
d'eau.  
Détermination  
du diamètre  
de ses  
tuyaux.

222. Appliquons les principes et les formules que nous venons de donner à la détermination du diamètre des tuyaux d'un grand système de conduites. Cette application nous mettra à même d'examiner quelques cas dont il n'a pas encore été question, et de faire quelques observations d'une utilité directe pour la pratique.

On a à distribuer environ 260 pouces d'eau sur divers points d'une ville. Ces points, ainsi que la quantité d'eau qui doit être versée sur chacun d'eux, sont donnés par l'administration.

L'ingénieur chargé de la distribution, déterminera d'abord, par un nivellement, l'abaissement des lieux indiqués au-dessous du niveau ordinaire de l'eau dans le bassin alimentaire; ces abaissements seront les charges entières des conduites et branchemens qui doivent aboutir à ces points. Il tracera sur un plan les conduites et les branchemens; il en mesurera la longueur, ainsi que les angles de leurs coudes; et d'après les observations faites au n° 205, il augmentera d'une moitié en sus la quantité d'eau affectée à chacun d'eux. Ces données du problème à résoudre, pour la portion du système comprise dans la figure 43, sont notées au tableau suivant : B, C et D y sont des *nœuds* ou *points de partage* des eaux

Fig. 43

On a de plus  $ai = 190^m$ ,  $ij = 85^m$ ,  $il = 401^m$ ,  $op = 111^m$  et  $pq = 170^m$ . Les angles de coude sont en  $l$  de  $130^\circ$ , en  $k$  de  $140^\circ$ , en  $m$  de  $110^\circ$ , en  $n$  de  $75^\circ$ , et en  $r$  de  $90^\circ$  : le rayon de courbure y est partout de  $3^m00$ .

On ne saurait descendre par une perte de charge uniforme depuis le réservoir jusqu'à chacun des points extrêmes; et lors même que cela se pourrait, il ne serait presque jamais convenable d'en agir ainsi : ce sera à l'ingénieur à fixer la perte qu'il est à propos d'avoir depuis le réservoir jusqu'à chacun des principaux points de partage des eaux à distribuer; il doit le faire

| POINTS DE VERSEMENT. |                                      |                |                                       | TUYAUX.           |           |                      |
|----------------------|--------------------------------------|----------------|---------------------------------------|-------------------|-----------|----------------------|
| Désignation          | Abaissement<br>sous<br>le réservoir. | Eau versée, en |                                       | Désigna-<br>tion. | Longueur. | Diamètre<br>calculé. |
|                      |                                      | pouces.        | mètres cubes<br>avec<br>augmentation. |                   |           |                      |
|                      | mèt.                                 | pouces.        | mèt. cubes.                           |                   | mèt.      | mèt.                 |
| (B)                  |                                      |                |                                       | AB                | 757       | 0,432                |
| a                    | 8,10                                 | 4              | 0,00139                               | ia                | 641       | 0,062                |
| b                    | 10,30                                | 2              | 0,00070                               | ib                | 255       | 0,036                |
| c                    | 16,80                                | 5              | 0,00174                               | jc                | 260       | 0,041                |
| (C)                  |                                      | 75             | 0,02604                               | BC                | 405       | 0,260                |
| d                    | (11,80)                              | 63             | 0,02185                               | Cd                | 680       | 0,225                |
| e                    | 4,30                                 |                |                                       |                   |           |                      |
|                      | (8,30)                               | 35             | 0,01215                               | Bo                | 108       | 0,156                |
|                      | 2,50                                 |                |                                       |                   |           |                      |
| f                    | 8,8                                  | 5              | 0,00174                               | og                | 281       | 0,068                |
| g                    | 9,8                                  | 3              | 0,00104                               | pf                | 201       | 0,054                |
| h                    | 9,5                                  | 2              | 0,00070                               | gg                | 108       | 0,039                |
| (D)                  |                                      | 67             | 0,02326                               | gh                | 49        | 0,031                |
|                      |                                      | 261            | 0,09061                               | BD                | 1213      | 0,235                |

de manière à tirer de ces eaux tous les avantages qu'elles peuvent procurer et avec le moins de frais possible. Si dans les premières et par suite les plus grosses branches du système, il admettait une perte trop forte, il pourrait bien ne pas rester, dans les branches suivantes, assez de charge pour mener les eaux à leur destination, de manière que dans un cas de nécessité elles pussent y arriver en plus grande abondance que d'ordinaire : d'un autre côté, si la perte admise était trop faible, le diamètre des premières branches serait trop grand, et elles coûteraient plus cher. Par exemple, dans la distribution projetée, où à un des points extrêmes *d*, on veut avoir un jet d'eau qui s'élève à près de 7<sup>m</sup>50 au-dessus du pavé, lequel est, dans cette partie de la ville, à 11<sup>m</sup>80 en contre-bas du réservoir, et où il ne saurait y avoir en conséquence que 4<sup>m</sup>30 de perte de charge de A en *d*, on la distribuera ainsi qu'il suit : 1<sup>m</sup> de A en B, point de partage principal ; 1<sup>m</sup>90 de B en C, autre point de partage ; il restera par conséquent 1<sup>m</sup>40 de C en *d*. De B en D, on admettrait une perte de 2<sup>m</sup>20.

Ces données secondaires, ajoutées à celles qu'on avait déjà, soit par la disposition du sol, soit par suite d'une volonté supérieure, suffiront à la détermination des diamètres.

1) Commençons par celui de AB, première des conduites principales; c'est le tronc de l'arbre.

Il prend en A toutes les eaux à distribuer, dont le volume est supposé être de  $0^{\text{mm}}0906$ : en  $i$  et  $j$ , il en laisse  $0,0038$  et il mène le reste jusqu'en B. A la rigueur, on pourrait donner à chacune des trois parties  $Ai$ ,  $ij$  et  $jB$  un diamètre particulier: mais la différence serait si petite, qu'il est convenable de faire toute la conduite d'un même diamètre, celui qu'il faudrait qu'elle eût, si elle menait en B toute l'eau prise en A. On aurait alors. . . . .  $0,0906 = Q$ ;

La longueur AB est de. . . . .  $757^{\text{m}} = L$ ;

Désignons le diamètre cherché par. . . . .  $D$ ,

et rappelons que la perte de charge de A en B

doit être de. . . . .  $1^{\text{m}}$

La conduite part d'un château d'eau; elle descend d'abord verticalement, mais bientôt elle prend une direction horizontale: elle fait ainsi un coude de  $90^\circ$ , où l'eau éprouve deux réflexions de  $22^\circ 30'$  chacune; et  $2 \times \sin^2 22^\circ 30' = \dots 0,2929 = s^2$ .

La résistance des parois sera (216) . . .  $\frac{0,01380}{D^5} + \frac{0,00658}{D^5}$

Celle du coude. . . . .  $\frac{0,0000481}{D^5}$

Égalant ces deux résistances à la perte de charge de  $1^{\text{m}}$  (221), il vient

$$\left( \frac{0,01380}{D^5} + \frac{0,00658}{D^5} \right) + \frac{0,0000481}{D^5} = 1;$$

d'où l'on déduit D par voie de substitutions successives. Une première approximation indique  $0^{\text{m}}431$ ; introduisant ce nombre dans l'équation ci-dessus, elle devient. . . . .  $1,0113 = 1$ ;  $0,431$  étant trop faible, j'essaye  $0,432$  et j'ai . . .  $1,0003 = 1$ . Les deux membres pouvant alors être regardés comme égaux, on en conclut que le diamètre cherché D est de. . . .  $0^{\text{m}}432$ .

Je m'arrête un instant sur les conduites principales, et j'indique trois dispositions que j'ai faites sur celles des fontaines de Toulouse, et dont une expérience de dix années garantit le très bon effet: elles m'ont été comme dictées par ce premier principe de toute grande et bonne distribution d'eau: *assurer la continuité du versement sur tous les points principaux*, faire qu'il n'y soit jamais interrompu, si cela est possible.

Au lieu d'une seule conduite, ou file de tuyaux, menant un certain volume d'eau, on en établit deux, l'une à côté de l'autre, et dont chacune mène une moitié de ce volume. Ainsi, dans notre exemple, au lieu de la conduite de 0<sup>m</sup>432 de diamètre portant 0<sup>mm</sup>0906, on en aurait deux, chacune avec 0<sup>mm</sup>0453; mais toujours sous la condition de ne perdre que 1<sup>m</sup> de charge: leur diamètre serait alors de 0<sup>m</sup>328. Pendant qu'une d'elles se trouverait en réparation, l'autre fournirait toujours au service: elle livrerait, il est vrai, un peu moins d'eau; mais d'une quantité bien moindre qu'on ne le croirait d'abord: ainsi, dans une de mes expériences, où le volume d'eau débité par deux conduites jumelles, partant d'un même réservoir et aboutissant à une même boîte, était de 0<sup>mm</sup>0119 en 1<sup>re</sup>; il s'est encore trouvé de 0,0114, lorsqu'une d'elles a été fermée. Le dédoublement des conduites augmente, il est vrai, les frais de premier établissement; il les a augmentés d'environ 50 pour cent, à Toulonse, où l'on a dédoublé les trois principales conduites.

Pour que les doubles conduites aient tout leur avantage, il faut, comme dans celles dont nous venons de parler, que leurs extrémités soient adaptées à un réservoir commun. A cet effet, on les fait aboutir de part et d'autre à un tambour en fonte ou petite *cuvée de distribution*, d'où partent ensuite les tuyaux destinés à mener les eaux au delà. Au point principal de distribution, à Toulonse, on en a une ayant 1<sup>m</sup> de diamètre et 0<sup>m</sup>60 de hauteur; sa surface convexe porte sept tubulures, auxquelles s'adaptent autant de tuyaux.

Enfin, les conduites principales doivent être placées dans des galeries souterraines. Leur inspection devient alors très facile: toute perte d'eau y est bientôt aperçue, et quelques instans après elle est réparée. Quant aux conduites secondaires, et on les enterre ordinairement à un mètre environ au-dessous du pavé des rues, une perte y tire moins à conséquence: lorsque l'eau manque à une fontaine alimentée par une d'elles, on a provisoirement recours à une fontaine pourvue par une conduite voisine, laquelle n'est le plus souvent qu'à une petite distance. Mais aux points principaux de la distribution, je le répète, l'eau ne doit jamais manquer.

2) Revenons à la détermination des diamètres, à celui du branchement *sa*. Il doit conduire jusqu'en *t* 0<sup>mm</sup>00009 d'eau, et puis de *t* en *a* 0,00139 seulement. Encore ici, pour plus de simplicité, comme pour mettre à profit les avantages d'un grand diamètre, on déterminera celui-ci dans l'hypothèse de. . . 0,00009 = Q;

La longueur  $ia$  est de. . . . .  $641^m = L_1$ ;

Le diamètre sera. . . . .  $D_1$ ;

La charge ou l'abaissement de la bouche de sortie  
au-dessous du réservoir est de. . . . .  $8^m_{10} = H_1$ ;

Cette bouche équivaut à un ajutage cylindrique  
dont le diamètre serait de. . . . .  $0^m_{04} = d_1$ ,  
et son coefficient de contraction de. . . . .  $0,82 = m_1$ .

Posons maintenant l'équation du branchement (220).

Son premier membre,  $H_1$ , est de. . . . .  $8^m_{10}$ .

Le premier terme du second sera la résistance éprouvée par  
l'eau du branchement sur la conduite principale de  $A$  en  $i$  seule-  
ment, et par conséquent sur une longueur de  $190^m$ . Pour la ré-  
sistance des parois, on aura

$$\left. \begin{aligned} \frac{0,003464}{(0,432)^5} + \frac{0,000161}{(0,432)^5} &= \dots\dots\dots 0,2502 \\ \text{celle du coude est } \frac{0,000048}{(0,432)^5} &= \dots\dots\dots 0,0014 \end{aligned} \right\} 0^m_{2516}$$

Le second terme,  $0,0826 \frac{Q_1^2}{D_1^5}$ , qui indique la hauteur due à la  
vitesse dans la conduite  $Ai$ , hauteur ou charge entièrement perdue  
pour le branchement, sera. . . . .  $0^m_{0195}$

Le troisième terme, ou plutôt le binôme, exprimant la résis-  
tance des parois du branchement, égalera. . . . .

$$\dots\dots\dots \frac{0,000006226}{D_1^5} + \frac{0,0001285}{D_1^5}$$

Il n'y aura point de terme relatif aux coudes, puisque le bran-  
chement est rectiligne.

Pour le suivant,  $0,165 \frac{Q_1^2}{D_1^5}$ , donnant la perte de charge pro-  
duite par l'érogation, on aura. . . . .  $\frac{0,000000722}{D_1^5}$

Enfin le dernier,  $0,0826 \frac{Q_1^2}{m_1^2 d_1^5}$ , représentant la hauteur due à  
la vitesse de sortie, sera. . . . .  $0^m_{0210}$

De sorte que l'équation du branchement deviendra

$$8,10 = 0,2516 + 0,0195 + \left( \frac{0,000006226}{D_1^5} + \frac{0,000128}{D_1^5} \right) + \frac{0,000000722}{D_1^5} + 0,021,$$

ou

$$7,618 - \left( \frac{0,000006226}{D_1^5} + \frac{0,000000722}{D_1^5} + \frac{0,000128}{D_1^5} \right) = 0.$$

On en déduira  $D$ , par la méthode ci-dessus; il sera de  $0^m 0615$ .

3) Venons au sous-branchement adapté au branchement dont il vient d'être question, en  $I$ , à  $401^m$  de son origine

Sa longueur est de . . . . .  $255^m = L$ ,

Son diamètre sera désigné par. . . . .  $D$ ,

La quantité d'eau qu'il a à mener est de . . . . .  $0^{mm} 00070 = Q$ ,

Il la verse par un ajutage conique ayant en diamètre à la sortie . . . . .  $0^m 021 = d$ ,

Son coefficient de contraction sera . . . . .  $0,90 = m$ ,

L'extrémité  $b$  est au-dessous du réservoir . . . . .  $10^m 30 = H$ ,

Peu après le point d'adaptation  $I$ , il y a un coude que nous négligerons.

Le premier membre de l'équation du sous-branchement est  $10^m 30$ .

Le premier terme du second doit exprimer toutes les résistances éprouvées et sur la conduite principale jusqu'en  $i$ , et celles sur le branchement jusqu'en  $I$ . Les premières sont égales, ainsi que nous venons de le voir, à. . . . .  $0,2516$

sur le branche-  
ment on a pour

|                                      |            |              |
|--------------------------------------|------------|--------------|
| l'action des parois. . . . . $4,767$ | } $4,8368$ | } $5^m 0884$ |
| l'érogation . . . . . $0,0503$       |            |              |
| le changement de direct. $0,0195$    |            |              |

Le second terme, hauteur due à la vitesse dans le branchement, est . . . . .  $0^m 251$

Le troisième, on résistance des parois du sous-branchement, égale. . . . .  $\frac{0,0000002788}{D_1^5} + \frac{0,00001712}{D_1^5}$

Le suivant, relatif à l'érogation, est. . . . .  $\frac{0,0000000810}{D_1^5}$

Enfin pour le dernier, hauteur due à la vitesse de sortie, on a. . . . .  $0^m 2572$

De sorte que l'équation du sous-branchement est, toute réduction faite,

$$4,929 - \left( \frac{0,0000002788}{D_1^5} + \frac{0,000000081}{D_1^5} + \frac{0,0000171}{D_1^5} \right) = 0$$

d'où l'on tire  $D_1 =$  . . . . .  $0^m 0362$ .

Les deux exemples que nous venons de donner suffisent pour montrer la manière de calculer, avec détail et exactitude, le diamètre de tout branchement et sous-branchement. Dans ce qui va suivre, nous ne nous arrêterons que sur les circonstances particulières aux cas qui se présenteront, et nous prendrons des modes abrégés de calcul.

4) Dans le branchement *jamne*, nous porterons notre attention sur les nombreux coudes qu'il présente.

On a ici  $L = 160^m$ ,  $Q = 0^{m00174}$  et  $H = 16^{m86}$ . Le branchement est ouvert à son extrémité, de sorte que l'effet de l'érogation est double de la hauteur due à la vitesse de sortie, et la perte de charge provenant de ces deux causes sera  $3 \times 0,0826 \frac{Q^2}{D^5}$ .

La résistance éprouvée sur la conduite, de A en J, est de  $0^{m384}$ ; et l'équation devient

$$16,42 - \left( \frac{0,000001748}{D^5} + \frac{0,0000434}{D^5} + \frac{0,000000751}{D^5} + \frac{0,0000000606.s^2}{D^5} \right) = 0;$$

c'est le dernier terme qui exprime la résistance des coudes; mais pour avoir un de ses facteurs,  $s^2$  (197), il faudrait connaître D, et c'est précisément la quantité cherchée. On en aura d'abord une valeur approchée, en négligeant le dernier terme de l'équation, et l'on obtiendra  $D = 0^{m04078}$ . Avec ce diamètre, et en suivant la méthode donnée (198), on trouve que les coudes présentent 16 angles de réflexion de  $6^\circ 41'$  chacun, et par suite que  $s^2 = 0,2168$ .

Ce nombre donne pour le dernier terme de l'équation  $\frac{0,0000000131}{D^5}$ , quantité trop petite pour influencer la valeur de D; elle ne saurait la porter à  $0^{m04079}$ , et cette valeur demeurera. . .  $0^{m04078}$ .

Avec un tel diamètre, la résistance des coudes sera  $0^{m00475}$ . Celle de l'érogation, y compris la hauteur due à la vitesse de sortie, égalera  $0^{m271}$ , et celle des parois sera  $16^{m14}$ ; nombres qui sont entre eux comme 1,57 et 3402. On voit par cet exemple combien l'action des coudes est petite par elle-même, et comparativement à celle des parois; et cependant nous avons ici des coudes extraordinaires, et une grande vitesse,  $1^{m30}$ . Lors même que le rayon de courbure, au lieu d'être  $3^m$ , n'eût été que de  $0^{m50}$ , la résistance ne se serait élevée qu'à  $0^{m01275}$ ; et encore dans ce cas elle pourrait être omise sans erreur sensible.

J'ai déjà remarqué (198) qu'on la rendait entièrement négligeable en donnant aux coudes un grand rayon de courbure. A Toulouse, je l'ai porté à  $3^{m82}$ . De plus, pour les tuyaux d'un diamètre très fréquemment employé, celui de  $0^{m05}$  par exemple, j'ai fait couler des tuyaux courbes de  $1^m$  de long, et présentant un arc d'environ  $15^\circ$ : on en plaçait, à chaque coude, un nombre proportionné à sa grandeur; six, pour un coude à angle droit.

5) Le diamètre de la conduite qui va de la cuve B à la cuve C,



sera déterminé d'une manière analogue à celle qui a été employée pour AB : la somme des résistances sera égale à  $1^{\text{m}}90$ , et l'on obtiendra  $D = \dots \dots \dots 0^{\text{m}}260$ .

6) On aura, en agissant de même, pour la conduite Crd, où l'on a admis  $1^{\text{m}}40$  de perte de charge, un diamètre de. . .  $0^{\text{m}}225$ .

7) Celui de la conduite BD, avec  $2^{\text{m}}20$  de perte de charge, sera . . . . .  $0^{\text{m}}235$ .

8) En e, tout près de o, est une grande fontaine destinée à verser, par sept bouches,  $0^{\text{mmm}}01215$  d'eau, à  $5^{\text{m}}80$  au-dessus du pavé, et par conséquent à  $2^{\text{m}}50$  au-dessous du réservoir : ce sera la charge entière aux points de versement. Il faudra en déduire, 1° la perte de charge de A en B, qui est  $1^{\text{m}}$ ; 2° la hauteur due à la vitesse dans AB ou  $0^{\text{m}}0195$ ; 3°  $0^{\text{m}}82$  pour la résistance des sept tuyaux de plomb qui, partant du point o, mènent l'eau aux sept bouches, et qui ont  $12^{\text{m}}$  de long et  $0^{\text{m}}04$  de diamètre. Ainsi, on ne pourra plus compter que sur une charge de  $0^{\text{m}}66$  pour mener les  $0^{\text{mmm}}0156$  qui doivent aller de B en o sur une longueur de  $108^{\text{m}}$ . Employant la seconde des formules du n° 190, on aura,

$$\text{pour le diamètre de Bo, } 0,298 \sqrt{\frac{108(0,0156)^2}{0,66}} = \dots 0^{\text{m}}1564.$$

9) Au-delà de o, la conduite se continue : elle mène  $0^{\text{mmm}}00348$  jusqu'en p à  $111^{\text{m}}$  de distance et puis  $0^{\text{mmm}}00174$  jusqu'en q à  $170^{\text{m}}$  plus loin. Il convient toutefois de ne donner qu'un même diamètre à toute la conduite entre o et q, sur sa longueur de  $281^{\text{m}}$  : on supposera, à cet effet, qu'elle mène une quantité d'eau telle qu'avec cette quantité, et avec un même diamètre, la perte de charge de o en q demeure la même que celle qui aurait lieu avec les quantités ci-dessus, et qui est fixée à  $3^{\text{m}}$ . Soit x la quantité inconnue cherchée ; puisque les résistances, à diamètre égal, sont proportionnelles aux longueurs de tuyaux et aux carrés des volumes d'eau, on aura, à très peu près,  $281.x^2 = 111(0,00248)^2 + 170(0,00170)^2$ ; d'où  $x = 0^{\text{mmm}}00257$  : mettons  $0^{\text{mmm}}0026$ , et,

$$\text{pour le diamètre, ce sera } 0,298 \sqrt{\frac{281(0,0026)^2}{3}} = \dots 0^{\text{m}}0683.$$

10) Au point p est un branchement pf de  $301^{\text{m}}$  de long, conduisant  $0^{\text{mmm}}0174$  et terminé par un ajutage conique de  $0^{\text{m}}02$  de diamètre : on peut admettre 0,90 pour son coefficient. De la charge entière  $8^{\text{m}}80$ , on a à déduire 1° la perte de A en B,  $1^{\text{m}}$ ; 2° celle de B en o,  $0^{\text{m}}66$ ; 3° celle de o en p, calculée comme

d'ordinaire, 2<sup>m</sup>140; 4° celle due au changement de direction en  $p$ , 0<sup>m</sup>0048; 5° enfin la hauteur due à la vitesse de sortie, 1<sup>m</sup>95. L'équation du mouvement, en y mettant la résistance des parois exprimée par un seul terme (187), deviendra  $3,02 - \left( \frac{0,00233LQ^2}{D^5} - \frac{0,165Q^2}{D^4} \right) = 0$ , laquelle donne, en substituant à  $L$  et  $Q$  leurs valeurs numériques,  $D = . . . . . 0^m0544$ .

11) Le branchement  $gg$  porte un ajutage conique de 0<sup>m</sup>015 de diamètre. De sa charge entière, 9<sup>m</sup>80, retranchant les pertes de  $A$  en  $g$  ( $1 + 0,66 + 3$ ), il restera 5<sup>m</sup>14, pour la charge en tête du branchement, et la formule du n° 194 donnera  $D =$

$$0,298 \sqrt{\frac{108 (0,0104)^2}{5,14 - \frac{0,0826 (0,00104)^2}{(0,9)^2 (0,015)^4}}} = . . . . . 0^m0392.$$

12) De même, pour le branchement  $gh$  terminé par une mince platine percée d'un orifice de 0<sup>m</sup>014, et dont la charge en tête est 9,5 - ( $1 + 0,66 + 3$ ) = 4<sup>m</sup>84, on aura  $D =$

$$0,298 \sqrt{\frac{49 (0,0007)^2}{4,84 - \frac{0,0826 (0,0007)^2}{(0,62)^2 (0,014)^4}}} = . . . . . 0^m0306.$$

Dans les grandes distributions d'eau, on ne fait pas fondre des tuyaux de tous les diamètres indiqués par le calcul. Ainsi, dans le projet dont il vient d'être question, je n'admettrais que six calibres, à savoir de 0<sup>m</sup>45, 0<sup>m</sup>30, 0<sup>m</sup>25, 0<sup>m</sup>15, 0<sup>m</sup>08 et 0<sup>m</sup>05; et je rapporterais à un d'eux chacun des tuyaux dont nous venons de déterminer le diamètre. Je remarquerai à ce sujet qu'on ne doit jamais prendre un calibre inférieur à celui que le calcul a donné: au contraire, il convient d'en adopter un notablement plus grand. Il faut prévoir le cas des dépôts terreux, des engorgemens: il faut en outre se ménager la faculté de porter aux points de versement une plus grande quantité d'eau que dans l'état habituel, en cas d'incendie par exemple. De pareils motifs porteront encore à ne pas descendre au-dessous d'un certain calibre; à Toulouse, je ne suis pas descendu au-dessous de 0<sup>m</sup>05; et je ne pense pas qu'il faille jamais baisser au-dessous de cette limite.

Quant à la longueur à donner aux tuyaux, elle sera aussi grande qu'on pourra la faire dans la fonderie qui doit les fournir, 2<sup>m</sup>50 si on le peut, et 2<sup>m</sup>00 au moins, la partie à emboîter non comprise.

223. Nous avons vu (205) que les conduites ne donnaient presque jamais la quantité d'eau qu'elles devaient fournir d'après les

Observations  
pratiques.

formules, et qu'elles fourniraient en effet, si elles avaient été posées et si elles étaient tenues d'une manière parfaite : nous avons remarqué que les principales causes en étaient, 1° les aspérités ou parties qui saillent dans leur intérieur, et les solutions de continuité aux points d'assemblage des tuyaux; 2° l'air qui se rassemble et se cantonne au sommet des angles saillans; 3° les dépôts vaseux qui se font principalement dans les parties basses.

Au sujet de la première de ces causes, on ne peut que recommander beaucoup de sévérité dans la réception des tuyaux : il faut rejeter ceux dont le diamètre serait inférieur, même d'une très petite quantité, à celui qui a été prescrit; ceux qui seraient déformés, et ceux dont l'intérieur présenterait des bavures ou ne serait pas bien net : toutes ces conditions doivent bien être circonscrites dans le cahier des charges à imposer au fournisseur. Il faut ensuite mettre beaucoup de soin dans la *pose* des tuyaux reçus et éprouvés; faire que l'axe de leur ensemble soit exactement en ligne droite ou en une suite de lignes droites (les coudes exceptés), et que la paroi intérieure soit aussi unie que possible, de manière que l'eau y file paisiblement sur tous les points. A plus forte raison faut-il éviter tout étranglement provenant ou de ce que les garnitures des joints pénétreraient dans l'intérieur des tuyaux, ou de ce que les ouvertures des robinets ont une section moindre que la leur : en principe, il ne doit y avoir aucun étranglement dans une conduite.

On fournira une issue à l'air qui se porte aux parties supérieures, en plaçant sur leur point culminant un tuyau portant une tubulure, à laquelle on adaptera ou un tube de plomb qui s'élèverait au-dessus du niveau que l'eau peut atteindre, ou une *soupape à flotteur*, ou un robinet. Le tube est le plus sûr des évents, et on l'emploiera partout où il pourra s'établir sans causer de l'embarras ou sans être exposé à quelque dommage, ce qui est fort rare. Les soupapes conviennent principalement dans les grandes galeries, où elles peuvent être souvent visitées. Quant aux robinets, malgré la simplicité du moyen, ils présentent une grande sujétion; il faut aller fréquemment et régulièrement les ouvrir. Les bornes-fontaines qu'on établit sur les points culminans des rues à double pente, à l'effet d'en laver les deux versans, font aussi et très convenablement l'office d'évent.

Aux parties basses des conduites, au sommet des angles rentrans, on adaptera de gros *robinets de décharge*, que l'on ouvrira de temps à autre pour nettoyer les tuyaux, en y faisant passer le

plus d'eau possible : les terres et les vases qui s'y étaient déposées dans le régime ordinaire du courant, seront reprises et emmenées par l'eau animée d'une plus forte vitesse. Les cuves de distribution, dont il a été fait mention (p. 263), sont très propres à un tel nettoyage : le fluide, n'y ayant presque pas de vitesse, y dépose de préférence les matières qu'il charrie; au bas de leur surface latérale, est une grande tubulure fermée par une platine retenue à l'aide de boulons à vis, et que l'on enlève lorsqu'on veut laver à grande eau. Ce moyen est employé avec beaucoup de succès pour les conduites de Toulouse : les vases et même les sables que l'eau y dépose en assez grande quantité, malgré sa clarification préalable, sont entièrement emportés des cuves, et, en suivant de petits *aqueducs de vidange*, elles se rendent dans les égouts de la ville.

L'entrée de toutes les conduites, à partir des réservoirs ou des cuves, et celle des branchemens près de leur point d'adaptation, doivent être munies d'un robinet destiné à refuser ou à livrer à volonté passage à l'eau. Pour les tuyaux de plus de 0<sup>m</sup>10 de diamètre, on se sert de *robinets-ŷannes* dont l'ouverture se ferme à l'aide d'une pelle convenablement disposée, et qu'on lève ou baisse à l'aide d'une vis. Au-dessous de 0<sup>m</sup>10, on a des *robinets à tournant*.

Je ne m'arrêterai point sur la forme et la construction de ces divers robinets, sur celle des ventouses, des tuyaux, etc., ni sur leur assemblage, sur la pose des conduites, et en général sur tout ce qui tient à l'art du fontainier. Ces objets ne seraient pas à leur place dans un manuel d'hydraulique, et je renverrai, pour ce qui les concerne, aux ouvrages qui en traitent spécialement, entre autres à ceux de MM. Girard (1), Mallet (2), Génieys (3) et Gueymard (4), ainsi qu'à mon *Histoire de l'établissement des fontaines à Toulouse* (5).

(1) *Description des ouvrages à exécuter pour la distribution, dans Paris, des eaux de l'Ouvcq*, 1808.

(2) *Bulletin universel des sciences*, V<sup>e</sup> section, 1826; et *Notice sur le projet d'une distribution générale d'eau dans Paris, avec des détails y relatifs, recueillis en Angleterre et notamment à Londres*. 1829.

(3) *Essai sur les moyens de conduire, d'élever et de distribuer les eaux*.

(4) *Sur la conduite des eaux dans des tuyaux cylindriques*. *Annales des mines*, t. V, 1829.

(5) *Nouv. Mémoires de l'Académie des sciences de Toulouse*, t. II, 1830.

## CHAPITRE IV.

## DES JETS D'EAU.

224. Si sur la partie supérieure d'une petite cuve ou boîte qui serait établie à l'extrémité d'une conduite venant d'un réservoir entretenu plein d'eau, on perce un orifice, il en sortira un jet qui s'élèvera, ou plutôt qui tendra à s'élever à la hauteur qu'atteindrait l'eau d'un piézomètre placé sur la cuve, durant l'écoulement. Cette hauteur, à cause de la direction de bas en haut du mouvement dans la boîte, sera la charge effective sur l'orifice de sortie; et l'on aura sa valeur en retranchant de la charge entière, ou hauteur du réservoir au-dessus de l'orifice, la somme des résistances éprouvées sur toute la longueur de la conduite.

Hauteur  
naturelle  
des jets.

225. La hauteur réelle du jet sera un peu moindre. Plusieurs causes contribuent à la diminuer. La principale est la résistance de l'air : son effet, il est vrai, est insensible pour les charges au-dessous d'un mètre; mais au-dessus, il a une valeur appréciable et de plus en plus grande à mesure que la charge augmente, la résistance lui étant proportionnelle. De plus, cette résistance de l'air produit, dans les jets, une séparation des filets fluides, laquelle accélère considérablement la destruction de leur force ascensionnelle. Parmi les autres causes de diminution dans la hauteur, il faut mettre l'obstacle que la partie supérieure de la colonne jaillissante oppose à la libre ascension de la partie inférieure : cet obstacle serait nul, si les molécules fluides étaient entièrement indépendantes

Hauteur  
réelle.

les unes des autres, puisque la vitesse de toutes décroîtrait suivant une même loi; mais l'adhérence qui les lie fait qu'elles exercent une action les unes sur les autres; l'élargissement de la colonne dans sa partie supérieure, qui ne peut être qu'une suite de cette action, en prouve l'existence. La chute des couches supérieures, après l'extinction de leur vitesse, sur les couches inférieures nuirait considérablement à l'élévation, si l'élargissement dont nous venons de parler, en devenant très rapide dans le haut de la colonne, par suite de la loi suivant laquelle il se fait (1), n'y imprimait aux molécules fluides une impulsion presque horizontale qui les éloigne et les fait tomber à côté: il en retombe cependant encore quelques-unes sur la colonne, et elles l'empêchent aussi d'atteindre toute sa hauteur naturelle. On met cette cause en évidence en inclinant un peu l'orifice de sortie; alors le jet, ne recevant plus le choc des molécules qui retombent, s'élève plus haut: ainsi, Bossut, ayant légèrement incliné l'appareil qui lui donnait un jet vertical de 3<sup>m</sup>42, a eu 3<sup>m</sup>47.

L'effet de ces causes réunies ne peut être déter-

---

(1) Cette loi est exprimée par l'équation  $y^4 = \frac{hm^3d^4}{h-x}$ , laquelle appartient à une hyperbole du quatrième degré:  $h$  y est la charge effective sur l'orifice,  $d$  son diamètre,  $m$  le coefficient de contraction correspondant,  $y$  le diamètre de la colonne prise à la hauteur  $x$  au-dessus de l'orifice.

Au sommet de la colonne, où  $x = h$ , le diamètre ou l'élargissement serait infini.

La force de projection due à ce brusque élargissement se combine avec l'action de la gravité, et l'eau retombe sous la forme d'un *paraboloïde* ou d'un bocal sous lequel on aperçoit le jet. La fontaine de la Trinité à Toulouse présente cette forme d'une manière parfaite et très agréable à voir, lorsque la colonne fluide, ayant 0<sup>m</sup>05 de diamètre à la base, s'élève à une hauteur de 0<sup>m</sup>40 à 0<sup>m</sup>50.

miné que par l'expérience. Mariotte l'a consultée (1). Au fond d'un réservoir ou tambour de 0<sup>m</sup>325 de diamètre, établi dans un lieu élevé, il a adapté un tuyau vertical de 0<sup>m</sup>081 de diamètre, et dont la longueur a été graduellement augmentée jusqu'à 20<sup>m</sup>. L'extrémité en était recourbée de bas en haut, et on la recouvrait successivement de différentes platines percées d'orifices circulaires de diverses grandeurs, et dont les bords étaient bien unis. La résistance du tuyau ne pouvait guère diminuer la hauteur du réservoir que de deux ou trois centimètres; ainsi on peut se dispenser d'y avoir égard, et on peut prendre cette hauteur pour la charge effective. Je donne, dans le tableau suivant, le résultat de six expériences faites avec un orifice de 0<sup>m</sup>0135 (6 lignes) de diamètre: j'y ajoute une autre expérience donnée par Bossut (*Hydrodyn.*, § 607). Les suites de rapports notées au tableau, montrent que les diminu-

| HAUTEUR          |         | DIMINUTION<br>ou<br>différence. | SUITES DE RAPPORT     |                            | $\mu$  |
|------------------|---------|---------------------------------|-----------------------|----------------------------|--------|
| de<br>la charge. | du jet. |                                 | des dimi-<br>nutions. | des carrés<br>des charges. |        |
| mèt.             | mèt.    | mèt.                            |                       |                            |        |
| 11,50            | 10,39   | 1,110                           | 1,000                 | 1,000                      | 0,0084 |
| 11,35            | 10,30   | 1,056                           | 0,951                 | 0,974                      | 0,0082 |
| 8,48             | 7,87    | 0,609                           | 0,549                 | 0,543                      | 0,0085 |
| 7,93             | 7,42    | 0,515                           | 0,464                 | 0,476                      | 0,0082 |
| 4,01             | 3,90    | 0,108                           | 0,098                 | 0,121                      | 0,0068 |
| 1,79             | 1,75    | 0,034                           | 0,031                 | 0,024                      | 0,0106 |
| 3,57             | 3,42    | 0,149                           | 0,134                 | 0,097                      | 0,0117 |

tions dans l'élévation des jets suivent à peu près le rapport des carrés des hauteurs de réservoir : de

(1) *Traité du mouvement des eaux*, 1V<sup>e</sup> partie, premier discours.

sorte que si  $h$  est cette hauteur ou en général la charge effective, et  $h'$  la hauteur réelle du jet, on aura  $h' = h - \mu h^2$ . Les valeurs du coefficient  $\mu$  conclues de ces expériences sont portées à la dernière colonne.

La valeur moyenne de  $\mu$  dans les expériences de Mariotte est 0,0084. Celle de Bossut donne 0,0117. Quoique tout porte à croire que le premier résultat est le plus exact; cependant, comme il ne s'agit que d'une simple approximation, et qu'il n'y a aucun mécompte à craindre en faisant que les diminutions soient un peu trop fortes, j'admettrai un terme moyen, et par suite l'expression d'ailleurs très simple,

$$h' = h - 0,01h^2.$$

226. Les gros jets s'élèvent à une hauteur plus grande que les petits; ayant plus de masse, la résistance détruit moins promptement leur vitesse, et elle les divise moins.

Bossut, sous une charge de 3<sup>m</sup>57, après avoir obtenu, avec un orifice de 0<sup>m</sup>018 de diamètre, un jet de. . . . . 3<sup>m</sup>42  
n'a plus eu, avec un orifice de 0<sup>m</sup>0045, que. . . . . 3<sup>m</sup>26

Mariotte, sous une charge de 7<sup>m</sup>93, a eu, avec un orifice de 0<sup>m</sup>0135. . . . . 7<sup>m</sup>42  
et avec un orifice de 0<sup>m</sup>0068. . . . . 7<sup>m</sup>20

La différence, qui est ici petite, devient insensible lorsque les jets ne s'élèvent pas à plus de 2<sup>m</sup>, et que le diamètre de l'orifice ne baisse pas au-dessous de 0<sup>m</sup>007.

Mais, s'il est plus petit, et que la charge soit grande, la diminution de hauteur devient considérable, et d'autant plus, que la charge est plus forte. Ainsi, Mariotte, avec un orifice de 0<sup>m</sup>00226 (1 ligne) de diamètre, a eu une diminution de 0<sup>m</sup>16, sous une charge de. . . . . 1<sup>m</sup>46  
de 0<sup>m</sup>07, sous celle de. . . . . 4<sup>m</sup>55  
et de 2<sup>m</sup>30, sous celle de. . . . . 8<sup>m</sup>80



Effet  
des ajutages.

227. Les jets, dont il vient d'être question, sortaient par des orifices circulaires percés dans de minces platines. Ces orifices sont ceux qui portent les jets à la plus grande hauteur, et leur donnent la forme la plus unie : en les examinant sortir, on croit souvent voir un barreau du cristal le plus diaphane. Aussi emploie-t-on de préférence ces orifices lorsqu'on n'a en vue que l'élévation et la beauté du jet.

Les moins satisfaisans, sous ces deux rapports, sont les ajutages cylindriques. Ils diminuent la vitesse de sortie dans le rapport de 1 à 0,82 (42), et par suite les hauteurs des jets dans celui du carré de ces deux nombres, ou de 1 à 0,67 ; c'est-à-dire que la hauteur d'un jet provenant de tels ajutages ne sera que les deux tiers de la charge effective, ou plutôt que les deux tiers de la hauteur qu'on eût eue par un orifice en mince paroi. De plus, dès la sortie, les filets fluides qui le composent s'éparpillent, et l'eau a un aspect trouble.

Les ajutages coniques, ayant des coefficients de diminution dans la vitesse qui varient de 0,85 à 0,95 (50), donneront des hauteurs qui seront des 0,72 aux 0,90 de celles dues aux orifices en mince paroi. D'ailleurs, leurs jets sont unis et transparens à la sortie.

228. Très souvent on incline un ajutage. Le jet décrit alors une courbe, et l'on a à déterminer sa plus grande élévation CD, et son *amplitude* AB, c'est-à-dire la plus grande distance horizontale qu'il peut atteindre.

Amplitude  
et élévation  
des  
jets inclinés.  
Fig. 44.

Sans la résistance de l'air, la courbe décrite serait

une parabole (37). Elle l'est en effet sous des charges de quelques mètres ; mais au-dessus elle est altérée : cette altération diminue un peu l'élévation et l'amplitude, mais pas assez pour que l'erreur résultant de la supposition d'une exacte parabole puisse tirer à conséquence.

Si  $n$  est le *coefficient de la vitesse* pour l'ajutage employé (47),  $nv$  sera la vitesse réelle de sortie, et  $n'h$ , ou la hauteur due à cette vitesse, sera la force de projection,  $h$  étant toujours la charge effective. Appelant  $i$  l'angle d'inclinaison de l'ajutage, qui est l'angle de projection, prenant l'horizontale AB comme axe des abscisses, on a, pour l'équation de la parabole décrite par le jet (*Mécanique* de M. Poisson, n° 208),

$$y = x \operatorname{tang} i - \frac{x^2}{4 n^2 h \cos^2 i}.$$

229. Si on désigne par  $A$  l'amplitude, en observant qu'elle n'est que l'abscisse,  $x$ , pour le cas où  $y = 0$ ; et, en se rappelant que  $\operatorname{tang} i = \frac{\sin i}{\cos i}$ , il vient

$$A = 4 n^2 h \sin i \cos i = 2 n^2 h \sin 2i.$$

230. La moitié, AC, de cette amplitude mise, pour  $x$ , dans l'équation de la courbe, donne, pour l'ordonnée CD ( $= E$ ), représentant la plus grande élévation du jet,

$$E = n^2 h \sin^2 i.$$

Problème  
général.

231. Le problème à proposer sur les jets d'eau, pris dans toute sa généralité, sera énoncé ainsi : sur un point déterminé, produire un jet qui porte une quantité d'eau donnée, à une élévation et à une

distance également données. La question se réduit à déterminer l'espèce, l'inclinaison et le diamètre de l'ajutage à établir en ce point. Puisque le point d'où doit sortir le jet est donné de position, on connaît sa charge entière, ou son abaissement au-dessous du réservoir qui doit y fournir l'eau : on calculera la résistance qu'elle éprouve sur la conduite établie ou à établir entre le réservoir et ce point; on retranchera cette résistance de la charge entière, et l'on aura  $h, Q, A$  et  $E$  sont donnés : et il s'agit de déterminer  $i, n$  et  $d$ , cette dernière lettre représentant le diamètre de sortie de l'ajutage.

Divisant l'équation du n° 230 par celle du n° 229, il vient

$$\frac{4E}{A} = \frac{\sin i}{\cos i} = \tan i.$$

Ainsi l'angle  $i$ , sous lequel il faut incliner l'ajutage, sera connu.

Le sinus de cet angle, mis dans une des deux équations dont il vient d'être question, fera connaître  $n$ ; et ce coefficient indiquera, à l'aide du tableau du n° 50, l'espèce d'ajutage à employer, c'est-à-dire celui dont le degré de convergence est convenable au cas demandé.

Le même tableau donnera aussi le coefficient  $m$  de la dépense, pour la formule  $Q = m \pi d^2 \sqrt{2gh}$ : d'où l'on déduira  $d$ .

Le problème sera ainsi résolu.

232. Je donne un exemple.

On doit établir un faisceau de jets ou une *gerbe d'eau faillissante* à laquelle on destine 70 pouces d'eau ou 0<sup>mm</sup>0162 par seconde. Au milieu on veut un jet vertical, et autour, sur deux

Exemple.  
Gerbe d'eau.

cercles concentriques, seize autres jets inclinés, et de manière que leur eau, en tombant, présente à peu près l'image d'une demi-boule. Le lieu d'où partiront les jets est à 9<sup>m</sup> en contre-bas du réservoir, et la perte de charge sur la conduite d'amenée est de 1<sup>m</sup>50; de sorte qu'il reste encore 7<sup>m</sup>50 de charge effective.

On fera sortir le jet du milieu par un orifice en mince paroi : il convient qu'il soit plus fort que les autres, et on lui affectera 6 ponces d'eau (0<sup>mm</sup>0014); l'élévation qu'il atteindra sera d'environ 7<sup>m</sup> (= 7,5 - 0,01 (7,5)<sup>2</sup> = 6,96). Puisque l'eau des jets inclinés doit, en retombant, former à peu près une demi-sphère, on leur donnera aussi 7<sup>m</sup> d'amplitude, et on fixera à 6<sup>m</sup> l'élévation de ceux du premier rang, et à 5<sup>m</sup> celle pour le second : chacun des huit premiers dépensera 4½ ponces (0<sup>mm</sup>00104), et chacun des huit derniers 3½ ponces (0<sup>mm</sup>00081). — Telle est, avec des dimensions un peu moindres, la gerbe d'eau que j'ai établie sur la place des Carmes à Toulouse.

Pour l'orifice du milieu, on n'a qu'à le diamètre à déterminer : il

$$\text{sera } \sqrt{\frac{Q}{m\pi' \sqrt{2g} \sqrt{h}}} = \sqrt{\frac{0,0014}{0,62 \times 0,785 \times 4,43 \sqrt{7,5}}} = 0^m 0154.$$

Pour chacun des ajutages du premier rang, on aura  $\tan i = \frac{4 \times 6}{7}$ , et  $i = 73^{\circ} 45'$ ; par suite  $n = \sqrt{\frac{6}{7,5 \times \sin^2 73^{\circ} 45'}} = 0,932$ .

Le tableau du n° 50 montre qu'à un tel coefficient de vitesse correspond un angle de convergence d'environ 7°; son coefficient de dépense  $m$  sera, d'après le même tableau, de 0,93. Ainsi, pour le diamètre à leur donner, on aura

$$\sqrt{\frac{0,00104}{0,93 \times 0,785 \times 4,43 \sqrt{7,5}}} = 0^m 0117. \text{ En résumé, pour chacun}$$

de ces ajutages, il faudra

|                                    |                     |
|------------------------------------|---------------------|
| un diamètre de sortie de . . . . . | 0 <sup>m</sup> 0117 |
| une convergence de . . . . .       | 7°                  |
| et une inclinaison de . . . . .    | 73° 45'             |

Par des calculs analogues, on trouverait, pour les ajutages du second rang

|                                      |                     |
|--------------------------------------|---------------------|
| un diamètre de . . . . .             | 0 <sup>m</sup> 0097 |
| un angle de convergence de . . . . . | 2°                  |
| et une inclinaison de . . . . .      | 70° 43'             |

Afin de disposer convenablement les uns et les autres, on prendra une plaque de cuivre janne d'environ 0<sup>m</sup>013 d'épaisseur, à

laquelle on donnera la forme d'une calotte sphérique de  $0^m50$  de rayon, par exemple : elle sera le dessus de la boîte, ou *souche* en terme de fontainier, d'où partiront les jets ; boîte à laquelle on pourra donner la forme d'un cylindre d'environ  $0^m30$  de diamètre et autant de hauteur. Du milieu, ou point culminant de la calotte, comme centre, avec un rayon de  $0^m141$ , c'est-à-dire, à une distance de  $16^{\circ}15'$ , complément de l'inclinaison que doivent avoir les ajutages du premier rang, on décrira une circonférence, sur laquelle on placera ces huit ajutages, à égale distance les uns des autres, et très exactement dans la direction du rayon de la calotte sphérique. Pour les huit du second rang, on décrira une autre circonférence de  $0^m1675$  ou  $19^{\circ}17'$  de rayon ; et, en les y établissant, on observera que chacun d'eux corresponde au milieu de l'intervalle compris entre ceux du premier rang.

Les uns et les autres consisteront en de petits cylindres de bronze, ayant environ  $0^m03$  de diamètre et autant de long : ils seront percés longitudinalement, de manière à avoir les diamètres et évasemens ci-dessus : l'évasement se détermine par la grandeur à donner au diamètre de l'orifice d'entrée, connaissant le diamètre de sortie et la longueur de l'ajutage ; longueur qui doit excéder le double de ce dernier diamètre (50). Je remarquerai que, si cette longueur est telle que le bout d'entrée de l'ajutage dépasse l'épaisseur du couvercle de la boîte, et pénètre ainsi dans l'intérieur, pour qu'il n'en résulte pas une contraction extraordinaire, qui pourrait diminuer considérablement la force de projection et la dépense, il faut que l'épaisseur de l'ajutage, autour de l'ouverture d'entrée, ait au moins  $0^m007$  (3 lignes). La surface latérale des ajutages est taillée en forme de vis, de manière à ce qu'ils puissent être vissés sur la calotte, dans des trous qui auront été taraudés à cet effet : leur extrémité supérieure, comme la tête d'un clou, aura un diamètre plus grand que le corps ; elle présentera, sur son bord, deux échancrures, pour qu'on puisse, à l'aide d'un tourne-vis, les ôter et les replacer à volonté. L'orifice du milieu, bien qu'en mince paroi, sera également pratiqué dans une pièce de bronze vissée sur la boîte.

## TROISIÈME SECTION.

### DE L'EAU COMME MOTEUR.

---

L'eau en mouvement agit comme moteur en communiquant, par son *choc*, une partie de sa vitesse aux corps qui s'opposent à la direction qu'elle tend à suivre. Elle agit encore d'une manière négative, en détruisant ou réduisant, par sa *résistance*, la vitesse que tendent à prendre les corps qui se meuvent dans ou sur elle, tels que les vaisseaux naviguant sur la mer.

Il est encore une autre action motrice de l'eau, qui est aussi d'un bien grand intérêt pour nous, c'est celle que ce fluide exerce sur les machines, et qui leur imprime le mouvement, à l'aide duquel les arts industriels exécutent une grande partie de leurs diverses opérations.

La différence entre la nature de ces deux actions divise cette section en deux parties ou *sous-sections* entièrement distinctes.

## SOUS-SECTION I.

DU CHOC ET DE LA RÉSISTANCE DE L'EAU.

## CHAPITRE PREMIER.

DU CHOC OU DE LA PRESSION HYDRAULIQUE.

Nature  
du choc  
des fluides.

233. Lorsqu'un corps solide, doué d'une certaine vitesse, rencontre et choque un autre corps mobile allant moins vite ou étant en repos, il lui communique tout le mouvement qu'il peut lui communiquer dans un instant dont la durée est inappréciable à nos sens : au bout de cet instant, toute action de la part du corps choquant cesse, et l'entier effet de la *percussion* est produit. Le choc d'un courant d'eau est d'une autre nature : c'est une multitude de molécules qui, se succédant sans interruption, poussent et pressent continuellement le corps choqué. Leur effet est pareil à celui d'un ressort qui agirait contre un obstacle, en conservant toujours sa même tension : il est de même espèce que celui que la pesanteur exerce sur les corps qui ne peuvent céder à son action ; et ce choc peut en conséquence être assimilé à un poids. L'expérience ne laisse d'ailleurs aucun doute à cet égard : si, à l'extrémité du fléau d'une balance, on fixe une plaque, et qu'on dirige sur elle un jet d'eau sortant d'un vase entretenu constamment plein, il se trouvera toujours un poids, qui, placé à l'autre extrémité du fléau, maintiendra l'équilibre pendant

toute la durée de l'écoulement. Ce poids, étant ainsi en équilibre avec l'effort ou la force du choc, lui sera égal; il la représentera. On voit, d'après ce fait, que cette force n'est qu'une simple *pression*; et que le choc d'un courant n'est que la *pression hydraulique* due au mouvement du fluide, tout comme la *pression hydrostatique* est celle qui provient uniquement de son poids.

Nous avons à considérer, dans ce chapitre, le choc qui est produit par une veine isolée agissant contre une surface; celui qu'éprouve un corps plongé, en tout ou en partie, dans un fluide indéfini; et celui qui a lieu lorsque le fluide se ment dans un coursier dont le corps choqué occupe presque entièrement la section.

#### ART. 1<sup>er</sup>. *Choc d'une veine isolée.*

Expression  
théorique du  
choc direct  
d'une veine.

234. Prenons d'abord le cas le plus simple, celui où une surface plane en repos est exposée perpendiculairement au choc de la veine fluide.

Fig. 45.

Soit une veine sortant du tuyau horizontal AB, et allant choquer la plaque verticale MN, laquelle est fixée à l'extrémité d'un levier angulaire COD, mobile autour du point O. Il s'agit de trouver la valeur du poids P, qui placé en D, OD étant égal à OC, maintiendra la plaque dans sa position. A cause de l'égalité dans les bras du levier et du sens dans lequel ce poids tend à pousser la plaque, il est évident qu'il sera comme s'il était appliqué immédiatement sur sa face postérieure, et qu'il exercât son action directement opposée à celle du courant;



et puisqu'il doit détruire, à chaque instant, la quantité de mouvement de ce courant, il faut qu'il en ait une égale.

Désignons par  $s'$  la section de la veine fluide en B, par  $v$  sa vitesse au même point, et par  $\tau$  un temps extrêmement petit :  $s'v\tau$  sera le volume d'eau écoulé dans ce temps ; et  $s'v\tau\varphi$  en sera le poids,  $\varphi$  étant le poids du mètre cube du fluide choquant. La quantité du mouvement étant la masse multipliée par la vitesse (et la masse étant le poids divisé par  $g$ ) sera  $\frac{s'v\tau\varphi}{g} \cdot v$ , ou  $2hs'\tau\varphi$ , en représentant par  $h$  la hauteur due à la vitesse  $v$ , puisque  $\frac{v^2}{g} = 2h$ . A cette quantité de mouvement, il faut que le poids  $P$  en oppose une égale. Or, il est admis, en mécanique (*Poisson*, n° 128), que la quantité de mouvement produite, pendant le temps extrêmement petit  $\tau$ , par un poids  $P$  placé dans un bassin de balance, ou suspendu à un bras de romaine, est  $P\tau$ . On aura donc  $2hs'\tau\varphi = P\tau$ , ou simplement

$$P = 2s'h\varphi.$$

Mais  $2hs'$  est le volume d'un prisme qui aurait  $s'$  pour base et  $2h$  pour hauteur, et  $2hs'\varphi$  est le poids d'un pareil prisme du fluide choquant. Ainsi, la force ou l'effort du choc exercé par une veine fluide sur une surface plane en repos, et exposée perpendiculairement à son action, est égal au poids d'un prisme de ce fluide ayant pour base la section de la veine, et pour hauteur deux fois la hauteur due à sa vitesse.

Telle est l'expression donnée premièrement par Newton, et depuis généralement admise par tous les auteurs.

Voyons jusqu'à quel point elle est modifiée par l'expérience.

Lois  
et expression  
du choc,  
d'après  
l'expérience.

235. Bossut, ayant adapté horizontalement, sur une extrémité d'un fléau de balance, une plaque circulaire de 0<sup>m</sup>068 de diamètre, y a fait tomber un jet, par un ajutage vertical et cylindrique de 0<sup>m</sup>023 de diamètre; et il a trouvé que le poids, pour le maintien de l'équilibre, était,

|                                      |           |                     |
|--------------------------------------|-----------|---------------------|
| sous un charge de 1 <sup>m</sup> 30, | . . . . . | 0 <sup>k</sup> 670; |
| et sous celle de 0 <sup>m</sup> 65,  | . . . . . | 0 <sup>k</sup> 335. |

A l'ajutage de 0<sup>m</sup>023 de diamètre, il en a substitué un qui n'avait que 0<sup>m</sup>0135, et il a eu,

|                                      |           |                     |
|--------------------------------------|-----------|---------------------|
| sous la charge de 1 <sup>m</sup> 30, | . . . . . | 0 <sup>k</sup> 382; |
| et sous celle de 0 <sup>m</sup> 65,  | . . . . . | 0 <sup>k</sup> 191. |

(Hydrod., §§ 855 et suiv.).

Dans ces expériences, lorsque les charges ont diminué de moitié, il en a été de même des efforts du choc : et comme les hauteurs dues aux vitesses de sortie, par un même ajutage, suivent le rapport des charges, on a conclu, des observations que nous venons de rapporter, et d'un très grand nombre d'autres, que *l'effort du choc d'une veine fluide est proportionnel à la hauteur due à la vitesse de la veine*; ou, ce qui est la même chose, *au carré de cette vitesse*.

236. Il est d'ailleurs tout naturel d'admettre que l'effort est aussi proportionnel au nombre des molécules choquantes, c'est-à-dire à la section de la veine fluide lors de sa sortie de l'orifice. Et en effet,

dans les expériences que nous venons de citer, les deux sections ayant varié dans le rapport de 100 à 36, les poids, mesurant l'effort du choc, ont suivi ce même rapport.

237. On peut donc établir, en observant que  $\varphi = 1000^k$  lorsqu'il s'agit de l'eau,

$$P = 1000 ns'h;$$

$n$  étant un coefficient à déterminer par l'expérience.

238. Sa valeur dépendra principalement de la grandeur de la surface qui reçoit le choc, de son éloignement de l'orifice d'où sort la veine, et jusqu'à un certain point de la nature de cette surface.

Valeur  
du  
coefficient.

Pour que le choc produise tout son effet, il faut que la surface choquée ait assez d'étendue pour arrêter tous les filets fluides, et anéantir la vitesse qu'ils avaient dans leur direction primitive; et, pour qu'il en soit ainsi, vu l'éparpillement des filets après leur sortie, il convient que cette surface soit de six à huit fois plus grande que l'orifice : alors les expériences, comme la théorie, donnent à très peu près  $n = 2$ . Dans les observations de Bossut, sus-mentionnées, on a  $n = 1,95$  : dans celles de Bidone, sur six plaques circulaires en laiton bien polies, dont les diamètres ont varié de 0<sup>m</sup>054 à 0<sup>m</sup>244, choquées par trois veines sortant, avec l'extrême vitesse de 9<sup>m</sup>26, de trois tuyaux de 0<sup>m</sup>02, 0<sup>m</sup>027 et 0<sup>m</sup>036 de diamètre,  $n$  a été de 2,04 à 2,23 (1). Mais si la plaque n'est pas assez grande pour intercepter tous les filets,

---

(1) *Expériences sur la percussion des veines d'eau*, par George Bidone. Turin, 1836.

il en passe, tout à l'entour, une grande quantité qui n'exercent aucune action sur elle; à tel point, que lorsqu'elle n'a plus été qu'égale à la section de la veine avant l'éparpillement, Langsdorff et Dubuat n'ont eu que 1 pour valeur de  $n$ .

Quelle que soit la grandeur de la surface choquée, pour obtenir la plus grande percussion qu'elle puisse éprouver, il faut qu'elle soit à une certaine distance de l'orifice. Si elle était immédiatement appliquée contre l'ouverture, elle n'aurait à supporter que la pression hydrostatique de la colonne qui s'élève au-dessus d'elle, 1000  $s'h$ ,  $h$  étant la hauteur du réservoir au-dessus du centre de cette ouverture. Mais lorsqu'elle s'éloigne, l'effort du choc augmente et de plus en plus jusqu'à une certaine distance, au-delà de laquelle une moindre vitesse et l'éparpillement des filets donnent lieu à une diminution. Bidone a trouvé que, pour sa veine de 0<sup>m</sup>027 de diamètre, la distance *maxima* était de 0<sup>m</sup>16, et il avait alors  $n = 2,22$ .

La nature et le degré de poli des plaques exposées au choc des veines peuvent encore influencer sur la grandeur de l'effort : ainsi Zuliani l'aurait trouvé plus grand sur un disque de fer, que sur un disque de bois, toutes choses égales d'ailleurs.

Effet dû  
à  
des rebords.

239. On augmente considérablement cet effort, en entourant d'un rebord la plaque qui entoure le choc.

En 1812, Morosi, après avoir observé l'action d'un jet sur une simple plaque carrée, sous trois charges différentes, et l'avoir trouvée de 5, 7 et 9 livres, fixa, sur chacun des quatre bords, un liteau de 0<sup>m</sup>014 de

hauteur, et, sous les mêmes charges, l'action du jet fut de 11, 15 et 20 livres; c'est-à-dire plus que double. Lors même que ce résultat aurait été exagéré, il n'en est pas moins positif que l'effet des rebords est considérable; les expériences faites, en dernier lieu, par M. Bidone, en donnent des mesures précises. Ce savant a repris les trois plaques circulaires dont nous avons parlé (238); il les a entourées d'un rebord cylindrique dont la hauteur a graduellement augmenté depuis 0<sup>m</sup>00226 jusqu'à 0<sup>m</sup>049; il les a ensuite exposées perpendiculairement au choc de ses trois veines, et il a effectué ainsi 180 expériences. Je donne ci-contre les principaux résultats obtenus avec la veine de 0<sup>m</sup>027 de diamètre sur la plaque de 0<sup>m</sup>081. On y verra que l'effort du choc a augmenté avec la hauteur du rebord jusqu'à ce que cette hauteur ait atteint 0<sup>m</sup>08; puis il a diminué pendant que le rebord continuait à augmenter. La valeur *maxima* de  $n$  a été de 3,93; et alors l'effort était 1,77 fois plus grand que lorsqu'il n'y avait point de rebord.

| HAUTEUR<br>du<br>rebord. | COEFF-<br>ICIENT<br>$n$ |
|--------------------------|-------------------------|
| mél.                     |                         |
| 0,0000                   | 2,220                   |
| 0,0022                   | 3,349                   |
| 0,0045                   | 3,713                   |
| 0,0068                   | 3,900                   |
| 0,0079                   | 3,929                   |
| 0,0090                   | 3,909                   |
| 0,0135                   | 3,831                   |
| 0,0271                   | 3,536                   |
| 0,0406                   | 3,447                   |

Les filets fluides, après avoir choqué la plaque, s'étendent sur elle en rayonnant de toutes parts; arrivés au rebord, ils le suivent, puis ils le quittent comme renvoyés par lui; ils reviennent sur eux-mêmes sous forme d'une veine creuse dont la base s'appuie sur le périmètre du rebord. Si, dans ce retour, ils avaient une direction parallèle et une vitesse égale à celle de l'allée, l'effort exercé par eux

contre la plaque serait double, et l'on aurait  $n=4$  : car il est de principe en mécanique, que lorsqu'un corps, après avoir choqué un obstacle immobile, est renvoyé par lui suivant sa direction première et avec une égale vitesse, l'effort contre l'obstacle est double : on en a un exemple dans le choc des corps élastiques.

Daniel Bernoulli et puis Euler avaient donné une théorie et une expression de la percussion des fluides, qu'ils abandonnèrent ensuite, comme n'étant pas susceptible d'être appliquée. Au terme de Newton, 272<sup>e</sup> A (234), ils joignaient  $-\frac{2\pi s' A}{\sqrt{h}} \frac{\cos \omega \sqrt{h'}}{\sqrt{h}}$ , dans lequel  $A'$  est la hauteur due à la vitesse du filet fluide moyen lorsqu'il quitte la plaque, et  $\omega$  l'angle qu'en la quittant il fait avec la direction primitive de la veine. Lorsque les filets abandonnent la plaque dans sa propre direction, toujours supposée perpendiculaire à celle de la veine, et en conservant leur vitesse première,  $A' = A$ ,  $\omega = 90^\circ$ ,  $\cos \omega = 0$ , et le second terme disparaît; on n'a plus que l'expression généralement admise, et  $n = 2$ . Mais si tous les filets reviennent sur eux parallèlement à leur ancienne direction, et toujours avec une même vitesse,  $\omega = 180^\circ$ ,  $\cos \omega = -1$ , le second terme devient égal au premier et additif; de sorte qu'on y a  $n = 4$ . Euler avait explicitement signalé ce cas extrême; et effectivement l'expérience a approché bien près du résultat indiqué par cet illustre analyste, elle a donné 3,93. Quant aux cas intermédiaires, comment avoir  $\omega$  et  $A'$  ?

Premier  
coup du choc.

240. Indépendamment de la percussion permanente d'une veine qui afflue sur un corps, on aura à considérer l'effort du *premier coup* du choc proprement dit. M. Bidone, qui a cherché à en déterminer la grandeur, l'a quelquefois trouvée double. Par exemple, dans une de ses expériences après avoir équilibré l'effort de la percussion permanente d'une veine par un poids de 3<sup>58</sup> suspendu à l'extrémité du bras horizontal de la balance, il a sou-

tenu ce bras, et il a interrompu l'écoulement : peu après il l'a rétabli, et il a fallu employer un poids de 7<sup>0</sup>01, pour que le bras ne fût pas soulevé par le premier choc. Ayant aussi examiné l'action d'un tel choc sur ses plaques à rebord, il a vu *n* s'élever jusqu'à 5,36.

Cette action du premier coup de la percussion des fluides doit être prise en grande considération par les ingénieurs : telle digue à qui on aura donné une force double de celle qu'il aurait fallu pour résister à l'effort d'un courant continu, pourra être emportée par le choc subit d'une grosse vague ; telle construction capable de braver l'action d'un vent égal, mais des plus forts, sera quelquefois renversée dans une tempête par le brusque coup d'une raffale. Qu'on se rappelle que l'action du premier choc a été vue de 5,36, quantité presque triple de celle qui était indiquée par la théorie ordinaire.

241. Si un plan, au lieu d'être exposé perpendiculairement au choc d'une veine fluide, l'était sous un angle que nous désignerons par *i*, la force de pression des filets se décomposerait : une portion, dirigée parallèlement au plan, serait sans effet sur lui ; et l'autre portion, qui agirait perpendiculairement, aurait pour expression  $1000 ns'h \sin i$ . Ainsi, si BC représente la force du choc direct, laquelle est toujours  $1000 ns'h$ , BD, qui est égal à  $BC \sin i$ , représentera celle qui agit perpendiculairement sur le plan. Une suite d'expériences faites par le docteur Vince, sous des angles d'inclinaison de 10° à 90°, montre que la force normale est effectivement proportionnelle au sinus de l'angle d'incidence.

Choc  
oblique.

Fig. 46.

Si la force devait être estimée dans le sens de la direction de la veine, elle serait représentée par  $BE = BD \sin i = BC \sin' i$ . De sorte que *l'effort du choc serait proportionnel au carré du sinus de l'angle d'incidence de la veine sur la surface choquée*. — Cette théorie, qui avait été généralement adoptée depuis Newton, est maintenant tout à fait abandonnée. L'expérience a déposé contre elle : elle a montré que lorsque l'angle d'incidence est grand, le rapport se rapproche davantage de la puissance 1 du sinus ; ensuite de la puissance  $1 \frac{1}{2}$  ; mais lorsque les angles sont petits, il est plus compliqué, et il n'a pas même été entrevu.

Choc direct  
contre  
une plaque  
qui se meut.

242. Nous avons jusqu'ici admis que la plaque qui recevait le choc était immobile ; mais le plus souvent elle aussi se meut. Supposons d'abord qu'en recevant perpendiculairement le choc, elle se meuve dans la même direction que la veine. Soit  $u$  sa vitesse, lorsque le mouvement est bien établi : elle sera nécessairement moindre que celle de la veine fluide ou que  $v$ . Le choc ne détruira pas entièrement cette dernière, puisque, après qu'il aura eu lieu, le fluide, se mouvant avec la plaque, possédera sa vitesse  $u$ . Il aura donc perdu la vitesse  $v - u$ , et la quantité de mouvement  $\frac{1000}{g} s' v (v - u)$ . Or, c'est cette quantité de mouvement perdue qui mesure l'effort du choc (234) ; on aura donc

$$P = \frac{1000}{g} s' v (v \mp u).$$

Le signe  $+$  se rapporte au cas où la plaque, au lieu de fuir devant le fluide, irait directement à sa



rencontre. La vitesse relative serait alors  $v + u$ , au lieu d'être  $v - u$ .

243. Admettons maintenant que la veine fluide tombe obliquement sur une plaque assujettie à se mouvoir dans une certaine direction.

Choc oblique  
contre  
une palette  
qui se meut.

Soit AB la direction de la veine fluide qui frappe la palette CD, et BK la direction du mouvement qu'elle est contrainte à suivre. Prenons, sur la première, BE =  $v$ , pour représenter la vitesse du fluide; et sur la seconde, BF =  $u$ , pour la vitesse de la palette : faisons de plus l'angle ABC =  $i$ , et l'angle CBK =  $j$ . La composante de BE perpendiculaire à la palette sera BG =  $v \sin i$ ; et celle de BF, dans la même direction, sera  $u \sin j$  : de sorte que la vitesse perdue, dans cette direction, égalera GH =  $v \sin i - u \sin j$ . Cette perte de vitesse, estimée dans le sens du mouvement, sera IK : or, IK = GH  $\times$  sin BGK = GH sin  $j$ . On aura donc pour la quantité du mouvement perdu, quantité qui mesure l'effort du choc reçu par la palette

Fig. 47.

$$\frac{1000 \rho' v}{g} (v \sin i - u \sin j) \sin j.$$

Exemple. Une veine d'eau sort, sous une charge de 4<sup>m</sup>80, d'une buse conique dont l'orifice a 0<sup>m</sup>05 de diamètre : elle tombe sur une palette, en faisant avec elle un angle de 75°, et cette palette se meut, avec une vitesse de 2<sup>m</sup>20, en demeurant inclinée de 64° à la direction de son mouvement. On demande quel sera l'effort du choc.

Le coefficient de la vitesse pour une buse conique est de 0,95 (50); ainsi  $\phi = 0,95 \times 4,43 \sqrt{4,80} = 9^m 217$  : on a de plus  $v = 2^m 20$ ,  $\rho' = \rho' (0,05)^2 = 0^m 001963$ ,  $i = 75^\circ$  et  $j = 64^\circ$ , ou  $\sin i = 0,966$  et  $\sin j = 0,899$ . Ainsi l'effort demandé sera  $102 \times 0,00196 \times 9,217 \times 0,899 (9,217 \times 0,966 - 2,2 \times 0,899) = 11^k 49$ .

ART. 2. *Choc d'un fluide indéfini.*

Circonstances du mouvement et de l'action du fluide.

244. Nous disons qu'un fluide est indéfini, lorsque l'espace compris entre les parois du lit ou du bassin qui le contient et celles du corps qu'il choque, est assez grand pour qu'il n'en résulte pas sensiblement plus de gêne dans les mouvemens du fluide, que si cet espace était comme infini, ainsi qu'il arrive quand un courant de la mer pousse un vaisseau.

Lorsqu'un fluide choque un corps qui y est entièrement plongé, il exerce une action non-seulement sur sa face antérieure, comme dans le choc d'une veine isolée, mais encore sur ses faces latérales et postérieure; et toutes ces actions doivent être prises en considération.

Pour nous faire une idée exacte de ce qui se passe dans ce cas, prenons d'abord un prisme droit, et supposons qu'il est entièrement plongé dans un courant, de manière que son axe soit dans la direction du mouvement, et par suite sensiblement horizontal. Si le fluide était en repos, chacun des points de la surface du prisme éprouverait une pression hydrostatique représentée par l'abaissement de ce point au-dessous de la superficie de l'eau : les deux bases étant égales et également abaissées au-dessous de cette superficie, la pression sur l'une serait égale à celle éprouvée par l'autre; elle en détruirait l'effet, et il n'y aurait même aucune tendance au mouvement dans le sens de l'axe. — Mais du moment que l'eau coule, il se présente un ordre de faits bien différens. Les filets fluides qui devaient traverser l'espace oc-

cupé par le prisme, commencent à se détourner un peu en amont de lui; et ils vont, en divergeant, passer autour de sa partie antérieure : resserrés alors dans un espace moindre (car la masse aqueuse entre le prisme et les berges du lit fait, jusqu'à un certain point, l'office d'un corps résistant); leur vitesse s'accroît et s'accélère : repoussées et comme réfléchies ensuite par cette masse vers le prisme, partie en longeant ses faces latérales et partie en convergeant, ils vont se réunir derrière sa face postérieure, tout en conservant une portion de l'excès de vitesse qu'ils avaient acquis, portion qui sera d'autant plus grande que leur trajet, dans la masse aqueuse et le long du prisme, aura été plus court. Lorsque ces filets ont commencé à diverger en amont du prisme, il est demeuré, entre eux et la base antérieure, une petite masse ou *proue fluide* : elle est pressée contre cette base par les filets en mouvement; ses molécules, tendant à s'échapper, se portent du centre à la circonférence; celles qui sont en contact avec la base se meuvent parallèlement à elle avec une vitesse qui s'accélère et très rapidement en approchant des bords. De même, lorsque les filets se réunissent de nouveau, en convergeant, derrière la base postérieure, ils comprennent entre eux une *poupe fluide*, dont ils entraînent en quelque sorte les molécules : il en résulte une moindre pression contre cette base, et il tend à se faire un vide derrière elle. Par suite des divers mouvemens que nous venons d'indiquer, la pression sur la base antérieure du corps est augmentée; elle est devenue plus forte que la pression hydrostatique : sur la base postérieure, au contraire,

il y a eu diminution ; et la pression réelle y est plus petite. Par l'effet de cette double cause, la pression sur la base antérieure prédominera ; et elle produira ou tendra à produire un mouvement dans la direction de l'axe du prisme.

Quant aux pressions qui ont lieu sur les faces latérales, quelle que soit leur grandeur absolue, elles seront toujours égales sur deux points directement opposés ; elles se détruiront, et il ne saurait en résulter aucun mouvement.

Cette analyse ou séparation des élémens de l'action d'un fluide en mouvement sur un corps qui s'y trouve exposé, est due à Du Buat : je renvoie, pour de plus amples détails, à ses *Principes d'hydraulique*.

Le mouvement des molécules, dans les proues et les poupes fluides de cet auteur, se ferait par tourbillons, d'après des observations de M. Poncelet : on en aurait deux, tournant dans des sens opposés, contre chaque base du prisme. Mais, ce qui est remarquable, c'est qu'immédiatement derrière les deux tourbillons adjacens à la base postérieure, on en a deux autres, et qui se meuvent en sens contraire : on dirait que les filets fluides qui formaient les deux premiers se sont comme déroulés pour s'enrouler d'une manière inverse. Derrière ce second couple de tourbillons, il y en a un troisième, un quatrième, etc., et à mouvemens toujours alternatifs. A mesure qu'ils s'éloignent du prisme, ils s'étendent en largeur, et ils finissent par se perdre, comme en lambeaux, dans la grande masse fluide. C'est d'une telle manière, dit M. Poncelet, que le mouvement se perd dans les fluides.

Mesure  
de la pression  
sur les corps  
plongés.

245. Venons à la détermination de l'intensité des pressions.

Soit  $H$  la pression hydrostatique moyenne ou l'abaissement du prisme au-dessous de la surface de l'eau ;  $h$  la hauteur due à la vitesse du courant : les pressions hydrauliques étant proportionnelles à cette hauteur, on peut représenter par  $mh$  celle

qu'éprouve la base antérieure, et par  $m'h$  la pression négative, appelée *non-pression* par Dubuat, qui a lieu sur la base postérieure :  $m$  et  $m'$  sont deux nombres à déterminer par l'expérience. La pression totale, à la base d'amont, sera donc  $H + mh$  ; et  $H - m'h$  à la base d'aval. Ces deux forces agissant en sens contraire, leur résultante ou la force qui pousse le prisme dans le sens de l'axe, sera égale à leur différence, et l'on aura, pour son expression, c'est-à-dire pour la hauteur de la colonne mensuratrice de la force,  $H + mh - (H - m'h)$ , ou

$$(m + m') h.$$

246. Dubuat a encore déterminé les valeurs de  $m$  et de  $m'$ . Je rapporte une de ses expériences, et les résultats qu'il en a déduits.

Il a pris trois prismes, ou parallélépipèdes rectangles, dont la base était un carré de 0<sup>m</sup>325 de côté (un pied carré) : l'un n'avait que 0<sup>m</sup>009 de hauteur, c'était une simple plaque ; le second avait 0<sup>m</sup>325, c'était un cube ; enfin, la hauteur du troisième était de 0<sup>m</sup>97, ou de trois fois le côté de la base. Il les a plongés et retenus dans un courant dont la vitesse était de 0<sup>m</sup>97. A l'aide d'un piézomètre très ingénieux, il a mesuré, sur 625 points de la base antérieure de chacun des trois corps, la pression hydraulique, c'était la hauteur de la colonne piézométrique au-dessus de la surface du courant ; et pour chacun, elle a été moyennement de 1,19  $h$  : ainsi,  $m = 1,19$ . Cette valeur a été constante, et indépendante de la longueur des prismes.

Il n'en a pas été de même de la non-pression me-

surée par l'abaissement de la colonne piézométrique au-dessous de la superficie du courant : dans les trois prismes, la valeur de  $m'$  a été respectivement de 0,67, 0,27 et 0,15. Les non-pressions ont diminué avec la cause qui les produisait, la vitesse des filets fluides à l'arrière des prismes, vitesse qui est d'autant plus petite que les corps sont plus longs (244).

En somme, la pression totale, ou l'effort du courant sur les trois prismes, a été exprimée par  $1,86h$ ,  $1,46h$  et  $1,34h$ . Cet effort aurait encore diminué si la longueur des corps eût continué à augmenter; mais jusqu'à un certain point seulement, au delà duquel il y aurait eu accroissement.

247. La force absolue du choc est-elle proportionnelle à la surface antérieure du corps choqué, ainsi qu'on l'admet souvent?

S'il s'agit de corps très minces, comme de simples plaques ou palettes, l'expérience répond négativement. Ainsi Mariotte, ayant exposé au choc d'un courant de la Seine, une plaque carrée plus petite, dans le rapport de 100 à 25, que celle que Dubuat avait employée pour l'expérience ci-dessus, a trouvé un effort moindre dans le rapport de 100 à 16, réduction faite à une même vitesse. Cette observation et plusieurs autres montrent que la force du choc croît dans un rapport plus grand que celui des surfaces choquées, sans toutefois nous instruire de la loi de l'accroissement.

Le rapport se rapproche de l'égalité à mesure que les plaques augmentent d'épaisseur : et un assez grand nombre d'observations portent à admettre que dans les prismes semblables, et en général dans

les solides semblables, la force du choc est sensiblement proportionnelle à la surface qui en reçoit l'action.

On aurait donc pour expression de cette force, au moins pour les prismes,  $s$  étant la surface choquée,

$$1000 (1,19 + m') sh;$$

expression où  $m'$  diminuera, jusqu'à une certaine limite, à mesure que la longueur du prisme augmentera.

248. Ce que nous venons de dire des corps entièrement plongés dans l'eau, s'applique à ceux qui ne le seraient qu'en partie, comme les corps flottans, etc.

Des corps  
flottans.

Dans ce cas, le fluide, en arrivant sur la face antérieure du corps, s'y élève au-dessus de son niveau primitif : il y forme un remou dont la plus grande hauteur est au milieu de la face, et qui baisse graduellement vers les côtés : le fluide suit cette pente, et il se meut continuellement du centre vers les bords. Il va encore en baissant le long des faces latérales du corps; et sur le derrière, il se trouve au-dessous du niveau général du courant; il y forme un creux ou une dépression, autour de laquelle ses molécules sont fort agitées. Cette différence de niveau, de l'amont à l'arrière du corps, se nomme *dénivellation*.

Elle donne lieu à une plus grande pression hydrostatique, mais la pression totale n'en est pas augmentée. Celle qu'éprouve la face antérieure, malgré le remou, est même moindre que dans les

corps entièrement plongés; Dubuat ne l'a trouvée que de  $1h$ ; tandis que, dans ces corps, elle était de  $1,19h$ . La non-pression sur la surface postérieure lui a paru un peu plus forte. Mais, en résultat, l'effort total a été un peu moindre.

Expression  
définitive  
de la force  
du choc.

249. D'après ce qui vient d'être dit, si  $s$  est la surface qui reçoit le choc, c'est-à-dire l'aire de la plus grande section faite, dans la partie submergée du corps, perpendiculairement à la direction du courant; si  $h$  est la hauteur due à sa vitesse; en faisant  $m + m' = n$ , et en comprenant, dans la valeur de ce coefficient, la correction qui sera due à la forme de la surface choquée, la force de pression qu'éprouve un corps plongé en tout ou en partie dans l'eau, est

$$1000nsh.$$

Le coefficient  $n$  sera constant pour chaque sorte de solides semblables : mais il variera d'une sorte à l'autre; et, pour chacune d'elles, il devra être déterminé par l'expérience.

Cas où  
le corps est  
aussi en  
mouvement.

250. Si le corps exposé à l'action d'un fluide indéfini animé de la vitesse  $v$ , se meut lui-même, et dans le même sens, avec une vitesse  $u$ ; la vitesse relative du choc sera, comme pour le cas des veines isolées,  $v - u$ . Mais, d'après une théorie dont il sera ultérieurement question (331), la masse fluide choquante ne serait plus indépendante de  $u$ ; au lieu d'être proportionnelle à la simple vitesse  $v$  du courant, elle le serait à la vitesse relative  $v - u$ , elle égalerait  $\frac{1000}{g} s' (v - u)$  : de sorte que la quantité



de mouvement perdu, ou la force du choc, serait

$$\frac{1000}{g} s (v \mp u)^2 = 1000 \cdot 2sh';$$

$$1000 ns h';$$

$h'$  étant égal à  $\frac{(v \mp u)^2}{2g}$  : le signe inférieur se rapporte au cas où le corps, au lieu de descendre, remonterait le courant.

251. Si le corps, tout en demeurant dans la direction du courant, lui présentait une surface oblique, l'effort serait moindre. Nous avons vu que celui d'un filet fluide tombant sur une surface inclinée, et estimé dans sa propre direction, était proportionnel au carré du sinus d'inclinaison (241). De plus, le nombre de filets qui atteindront cette surface sera encore moindre dans le rapport du même sinus : de sorte que l'effort total serait comme le cube du sinus; ou, ce qui revient au même, il serait égal à l'effort direct sur une projection de la surface, faite sur un plan perpendiculaire à la direction du courant, et multipliée par le carré du sinus d'inclinaison. Cette théorie a été longtemps admise; mais l'expérience a montré qu'elle ne répondait nullement aux faits.

Choc  
oblique.

### ART. 3. *Choc d'un fluide contenu dans un coursier.*

252. Lorsqu'un cours d'eau est conduit par un coursier sur une palette qui en occupe presque entièrement la section, son action est à peu près pareille à celle d'une veine isolée; car, dans ce cas

aussi, les molécules fluides qui passent par la section  $s'$  du pertuis ou du coursier, parviennent au choc et perdent leur mouvement, ou une partie de ce mouvement, contre la palette, abstraction faite toutefois de celles qui s'échappent par le petit intervalle qui est entre les parois du coursier et les bords de cette palette. De plus, ces parois font, jusqu'à un certain point, l'office des rebords de Morosi, et ils augmentent la force du choc. Aussi, dans l'expression de cette force,  $1000 ns'h$ ,  $n$  dépasse souvent les valeurs qu'elle a lorsque la plaque est en pleine atmosphère (238).

Si la palette fuyait devant le fluide, avec la vitesse  $u$ , on aurait, comme au n° 242,  $\frac{1000}{g} s'v(v-u) = 102 s'v(v-u)$ .

253. M. Christian a essayé l'effet des rebords sur une palette placée dans un coursier de 0<sup>m</sup>20 de large (1). Il a observé que les liteaux fixés sur les bords horizontaux, celui du haut et celui du bas n'augmentaient point l'impulsion; mais qu'elle était accrue, par les bords latéraux, dans le rapport de 100 à 112, lorsque l'intervalle entre ces bords et les parois du coursier était petit; et dans le rapport de 100 à 123, lorsqu'il était de 0<sup>m</sup>05.

La différence, pour ces deux cas, tient à une cause que j'ai déjà signalée. Les parois du coursier même produisent l'effet des liteaux, et cela d'autant plus que l'intervalle est plus étroit: ainsi, lorsqu'il a été petit, l'effet a été déjà produit, et l'addition des liteaux a été peu efficace. Il suit de cette observation que les rebords seraient employés plus avantageusement sur les aubes qui se meuvent dans un fluide indéfini, qu'en toute autre circonstance.

---

(1) *Mécanique industrielle*. Tome 1, pag. 270 et suivantes.

## CHAPITRE II.

## DE LA RÉSISTANCE DE L'EAU.

ART. 1<sup>er</sup>. *Dans un large lit.*

254. Tous les auteurs qui, depuis Newton, s'étaient occupés du mouvement des solides dans les fluides, avaient pensé que l'effort nécessaire pour retenir un corps frappé par le fluide dans lequel il plonge, était égal à celui qu'il faudrait faire pour mouvoir le même corps, avec la même vitesse, dans un fluide en repos : c'est ce dernier effort auquel ils ont donné le nom de *résistances des fluides*, ou *résistances des milieux* dans lesquels les corps se meuvent.

Différence  
entre  
la résistance  
et le choc.

Vers la fin du dernier siècle, Dubuat, ayant conçu des doutes sur cette égalité d'effort, voulut les lever par des expériences directes. Il reprit la plaque carrée, qui, étant choquée par un courant d'un mètre environ de vitesse, lui avait donné  $m = 1,19$  et  $m' = 0,67$  (246) : il la fit mouvoir, avec une vitesse égale, dans une eau stagnante; et il n'eut plus que  $m = 1$  et  $m' = 0,43$ ; de sorte que la résistance se trouva plus petite que le choc, dans le rapport de 1,86 à 1,43. Il en conclut que, dans l'état de repos, l'eau offre plus de facilité à se laisser diviser que lorsqu'elle est en mouvement.

Je n'élèverai aucun doute sur l'exactitude d'une expérience d'ailleurs fort importante; mais comme plusieurs autres expériences de différens auteurs n'ont pas donné les mêmes résultats, je ne pense

pas qu'il y ait lieu à admettre en général une différence au moins aussi considérable dans les deux cas.

Les lois que suit la résistance sont d'ailleurs et au fond les mêmes que celles du choc, ainsi qu'on va le voir.

Rapport  
des  
résistances  
aux vitesses.

255. Les nombreuses observations de Borda, Boscut, Beanfoy, Macneill, etc., mettent hors de tout doute que dans les vitesses ordinaires, celles de  $0^m60$  à  $3^m$  ou  $3^m50$ , la résistance est proportionnelle au carré de la vitesse.

Au-dessous de  $0^m60$ , elle diminue moins rapidement que ce carré, et d'autant moins que la vitesse est plus petite. Dubuat, le premier, en a aperçu et signalé la cause, la viscosité de l'eau. Elle fait que lorsqu'un corps se meut dans ce fluide, il en entraîne une certaine quantité avec lui : mais, comme dans les autres cas de la communication latérale du mouvement, il en entraîne d'autant moins qu'il se meut plus rapidement. Ce ne sera donc que dans les petites vitesses que les effets de la viscosité deviendront notables; il diminuera lorsque la vitesse croîtra; et il sera insensible lorsqu'elle sera fort grande.

Pour les vitesses au-dessus de  $3^m50$ , il y a une distinction à faire entre les corps entièrement immergés, et ceux qui ne le sont qu'en partie, les corps flottans.

Dans les premiers, la résistance est encore à peu près proportionnelle au carré de la vitesse. Ainsi, Beanfoy ayant fait mouvoir, dans un très grand bassin, sous l'eau, une vingtaine de cubes de  $0^m305$  de côté, portant des proues et des pompes de différentes formes, a trouvé qu'avec des vitesses de 3 à

4<sup>m</sup>, la résistance était proportionnelle à  $v^{1.5}$  : avec des vitesses de 0<sup>m</sup>50 à 1<sup>m</sup>50, elle l'avait été à  $v^{1.0}$ ; valeurs identiques (1).

256. Pour les corps flottans, Bossut et Macneill ont trouvé que l'exposant de  $v$  était généralement un peu plus fort que 2 dans les vitesses au-dessous de 3<sup>m</sup>. Mais le dernier de ces auteurs a constaté que, pour des vitesses plus considérables ; il baissait notablement et d'autant plus que le mouvement était plus rapide. Il a pris un petit bateau fait avec de minces feuilles de cuivre, de la forme de ceux employés en Angleterre sur les canaux à grande vitesse, ayant 3<sup>m</sup>10 de long, 0<sup>m</sup>21 de large à la flottaison, et pesant 17<sup>lb</sup>80 : il a été mis sur un canal artificiel de 21<sup>m</sup> de longueur, 1<sup>m</sup>22 de largeur et 0<sup>m</sup>31 de profondeur : le mouvement lui était donné, et d'une manière très-convenable, par des poids, qui exprimaient la force de traction, et par suite la résistance lorsque le mouvement était devenu uniforme. Les vitesses ont varié depuis 0<sup>m</sup>94 jusqu'à 6<sup>m</sup>53, et cette dernière est presque le terme extrême qu'atteignent les bateaux et même les vaisseaux, près de six lieues à l'heure. Malheureusement l'espace parcouru a été beaucoup trop petit, surtout dans les grandes vitesses, pour qu'elles aient pu être déterminées avec une

---

(1) *Nautical and hydraulic experiments. By colonel Beaufoy. 1834.* Recueil posthume d'expériences publié par le fils de l'auteur, avec un très grand luxe typographique. Quelque nombreuses et intéressantes que soient ces expériences, les résultats ne peuvent en être regardés que comme approximatifs ; la grandeur et la complication des appareils y rendaient trop fortes les résistances passives étrangères aux corps mis en expérience. De plus, l'auteur n'a point coordonné les observations faites à diverses époques, et indiqué celles qui méritaient la préférence.

Fig. 92. exactitude suffisante (1). La figure 92, dans laquelle les abscisses sont les vitesses, et où les ordonnées expriment les résistances, présente le résultat des expériences : on y a tracé la parabole résultant de la loi du carré des vitesses ; la courbe des résistances la suit assez bien jusque vers la vitesse de  $3^m29$ , et puis elle se continue sensiblement en ligne droite. D'où l'on conclut que les résistances ont d'abord crû comme les carrés des vitesses, qu'ensuite et au delà de celle de  $3^m29$ , l'accroissement de la résistance n'a plus été proportionnel qu'à celui de la simple vitesse.

Cette diminution considérable dans l'accroissement des résistances, au-delà des vitesses de  $3^m$ , paraît être un effet de l'adhérence des molécules fluides entre elles, et de l'effort qu'elles opposent à leur séparation, surtout lorsqu'on tente de les séparer brusquement. On a un exemple d'un tel effort dans le phénomène que présentent une pierre plate et même un boulet de canon qu'on lance avec force sur une nappe d'eau tranquille, et dans une direction ne faisant qu'un petit angle avec elle : malgré la grande quantité d'action dont ces projectiles sont animés, ils ne peuvent surmonter la résistance que le fluide oppose à sa séparation ; et, comme repoussés par lui, ils se relèvent et ils ricochent à sa surface. De même, lorsqu'un bateau est tiré avec une grande vitesse, il s'élève visiblement au-dessus de la surface l'eau, et d'autant plus que la vitesse est

---

(1) On the resistance of water to the passage of boats upon canal. By John Macneill, 1833.

plus grande : il s'y élèverait entièrement, et il glisserait sur la nappe fluide sans opposer aucune résistance, si la vitesse était infinie. Dans ce cas même, on ne saurait dire que la loi du carré de la vitesse est en défaut, puisque la section immergée, qui est aussi un des facteurs de la résistance, serait nulle. Ainsi, dans l'état actuel de nos connaissances, rien, du moins encore, n'autorise à avancer que, tout étant égal d'ailleurs, la résistance n'est pas à très peu près proportionnelle au carré de la vitesse. Au reste, il ne s'agit ici que des corps qui flottent sur un fluide indéfini, et dont la surface est sensiblement plane; car nous verrons plus bas (274) qu'il y a des anomalies très considérables lorsque des bateaux vont avec une grande vitesse sur des canaux étroits.

257. Comme dans le choc, si le corps qui se meut dans un fluide est mince, ainsi que le serait une simple plaque, la résistance croît dans un plus grand rapport que la surface choquante. Plus celle-ci est considérable, et plus les filets, qu'elle pousse devant elle, ont à se dévier, et il faut exercer contre eux, indépendamment de leur nombre, un plus grand effort.

Rapport de  
la résistance  
à la surface.

Mais si le corps mu dans ou sur l'eau a une longueur au moins égale à un des côtés de la face qui frappe le fluide, le rapport des résistances se rapproche de celui des surfaces, et l'on peut établir qu'il y a proportionnalité. La surface à admettre pour les corps flottans sera la plus grande section transversale de la partie du corps qui est immergée dans le fluide.

Expression  
de  
la résistance.

258. En conséquence l'expression générale de la résistance,  $s$  étant cette section et  $v$  la vitesse, sera, comme celle du choc (249),  $\frac{1000}{2g} n s v^2$ , ou

$$51 \cdot n s v^2.$$

Encore ici, le coefficient  $n$  sera constant pour tous les solides d'une même espèce, c'est-à-dire pour tous les solides semblables; mais il variera d'une espèce à l'autre. Sa détermination est le grand objet des expériences faites et à faire dans cette partie de l'hydraulique; il fixe le rang que les divers corps occupent dans l'ordre de la moindre résistance.

Résistance  
absolue  
des corps  
prismatiques.

259. Pour une simple plaque de 0<sup>m</sup>325 de côté en carré, Dubuat avait trouvé ce coefficient de 1,43.

Avec un cube dont les faces étaient de même grandeur, il n'a plus eu que 1,17; antérieurement Borda avait obtenu une même valeur. Un autre cube d'un côté triple a donné 1,21.

A mesure que la longueur ou dimension horizontale augmente  $n$  diminue, la pression négative sur l'arrière décroissant avec la longueur (246). Mais cette diminution a un terme, elle est la plus grande, c'est-à-dire que  $n$  est à son *minimum*, lorsque la longueur du prisme égale cinq ou six fois le côté de la base (ou plutôt  $\sqrt{s}$ ); alors  $n=1$ , et l'expression de la résistance est simplement

$$51 \cdot s v^2.$$

Si la longueur augmente encore,  $n$ , au lieu de continuer à diminuer, augmentera aussi, et la résistance sera plus forte. L'effet nuisible du frottement ou de l'adhérence aux parois mouillées du



prisme, lequel croît avec la longueur, fera plus que compenser l'effet favorable de la non-pression. Ainsi, Beaufoy ayant mu dans l'eau, avec une vitesse de  $2^m$ , trois prismes à base carrée, dont les longueurs, comparativement aux côtés de la base, étaient 10, 17,3 et 34,6, a trouvé des résistances donnant, pour les valeurs respectives de  $n$ , 1,14, 1,16 et 1,31.

La limite inférieure des valeurs de  $n$  pour les prismes, ou plus rigoureusement pour les parallépipèdes rectangles présentant carrément leur base à l'action de l'eau, serait donc 1. Mais on descend bien au-dessous de cette limite, en substituant à la base plane perpendiculaire à la direction du mouvement, des faces inclinées, et mieux encore des surfaces courbes; ainsi que nous allons le voir.

260. En inclinant simplement par rapport à la direction du mouvement, la base antérieure d'un prisme, on diminue beaucoup la résistance qu'il éprouvait. Ainsi, Bossut, après avoir mu sur l'eau un prisme droit, a successivement fixé à son avant deux corps ou biseaux présentant à l'action du fluide, l'un une face inclinée de  $43^\circ$  et l'autre de  $25^\circ 26'$ , et les valeurs respectives de  $n$  ont été 1,02, 0,67 et 0,47. De même, Beaufoy a pris un prisme long de  $6^m 44$ , ayant une base carrée de  $0^m 372$  de côté; il l'a mu, sous la surface de l'eau, avec une vitesse de  $2^m 14$ , et il a eu une résistance de  $37^k$ ; puis il lui a adapté un biseau à face inclinée de  $9^\circ 36'$ , et la résistance n'a plus été que de  $16^k$ ; de sorte qu'elle a diminué dans le rapport de 100 à 43.

Résistance  
contre  
des faces  
obliques.

Cette forme de prisme tronqué en biseau, étant

la plus simple de celles qui diminuent considérablement la résistance, se retrouvera assez souvent parmi les corps en usage dans la navigation ; et plusieurs des barques qu'on voit sur les rivières ne sont guère que de tels prismes.

261. Les expériences de Bossut, dont je viens de citer un des résultats, étant trop peu connues et me paraissant devoir donner lieu à quelques considérations importantes, je vais les exposer avec précision et indiquer quelques-unes de leurs conséquences (1).

Fig. 93.

Le premier des trois corps employés (A) était un prisme droit à base carrée, dont le côté  $ab = 0^m 532$ , et la longueur  $ad = 0^m 697$ . On lui a ajouté, pour former le second (B), la proue prismatique *dec* ayant la face *ee* inclinée de  $43^{\circ} 1'$  à la surface fluide GH. Dans le troisième (C), l'inclinaison *ef* n'était que de  $25^{\circ} 26'$ . Ils ont été disposés convenablement dans le bassin de l'école militaire à Paris, et chargés de manière que la profondeur de l'immersion fût constamment de  $0^m 337$  ; puis, ils ont été tirés par divers poids, qui leur ont fait parcourir un espace de  $21^m$  avec différentes vitesses. Cela fait, on a renversé les deux prismes tronqués de manière que leur face inclinée, toujours mise en avant, fût tournée vers le ciel, au lieu de l'être vers le fluide comme elle l'était d'abord. On a eu ainsi cinq séries d'expériences, dont les résultats se voient ci-après. Les vitesses notées sont celles avec

| CORPS<br>en<br>expérience. | VITESSES.<br>le poids moteur étant |         |         | SÉRIES<br>des |              |
|----------------------------|------------------------------------|---------|---------|---------------|--------------|
|                            | 316                                | 4895    | 5874    | vitesses.     | résistances. |
|                            | mètres.                            | mètres. | mètres. |               |              |
| A.                         | 0,655                              | 0,728   | 0,792   | 1,00          | 1,00         |
| B.                         | 0,823                              | 0,901   | 0,975   | 1,24          | 0,65         |
| C.                         | 0,966                              | 1,078   | 1,187   | 1,48          | 0,455        |
| B. renversé.               | 0,564                              | 0,623   | 0,685   | 0,86          | 1,35         |
| C. renversé.               | 0,622                              | 0,687   | 0,760   | 0,95          | 1,11         |
|                            | 1                                  | 2       | 3       | 4             | 5            |

(1) *Nouvelles expériences sur la résistance des fluides*, Edition de 1777, pag. 81 — 86.

lesquelles les six derniers mètres de la course ont été parcourus ; le mouvement était alors bien uniforme.

En examinant, dans chacune des trois premières colonnes verticales, la vitesse des cinq corps mus par un même poids, on voit qu'elle y suit à très peu près une même loi, la loi qui est indiquée par les nombres de la quatrième colonne.

Si l'on considère les trois vitesses du même corps, tiré successivement par les trois poids employés, on trouve que le carré des vitesses augmente à peu près comme les nombres 1,  $1\frac{1}{2}$  et  $1\frac{1}{2}$ , c'est-à-dire comme les poids moteurs, lesquels expriment les résistances. Très vraisemblablement, sans les petites erreurs de l'observation, l'augmentation aurait suivi exactement le rapport sus-énoncé ; et alors les nombres de la dernière colonne, qui indiquent le rapport inverse du carré des nombres de la précédente, exprimeront les résistances éprouvées par les cinq corps, celle du corps A ou du prisme non tronqué étant prise pour unité.

La comparaison entre les nombres de cette dernière colonne fait voir que la résistance du prisme tronqué à  $43^\circ$  étant renversé a été plus grande que celle du même prisme dans sa première position, suivant le rapport de 135 à 65 ; elle a été plus que double. L'augmentation a été plus forte encore pour le prisme tronqué à  $25^\circ 26'$ , puisqu'elle s'y est élevée de 45 à 111, ou de 10 à 25.

262. Quelle peut être la cause d'un si grand accroissement dans la résistance éprouvée par le même corps, surtout l'angle d'incidence du fluide, ou tout au moins son sinus, étant le même dans les deux positions ? Dans la première, le fluide a bien plus de facilité pour se dégager après le choc ; et il tend à soulever l'avant du prisme. Dans la position renversée, au contraire, il ne peut s'échapper que très difficilement par le bas ; il remonte sur la face en talus qui le choque ; il tend à l'enfoncer et la résistance en est accrue.

Les angles d'incidence du fluide ont été de . . .  $90^\circ$ ,  $43^\circ$  et  $25^\circ$ , et les résistances respectives des prismes renversés comme . . . 100, 315 et 111 ; ainsi, pendant que les angles diminuaient, les résistances augmentaient, mais jusqu'à un certain terme, au delà duquel elles diminuaient aussi : il y a donc un angle donnant le *maximum* de résistance. Si c'était celui qui tend à produire le plus grand enfoncement, il serait d'environ  $45^\circ$  : en effet, lorsqu'un fluide animé d'une vitesse ou force CB (fig. 46), que nous ferons égale

Action de  
l'eau tendant  
à enfoncer  
ou à soulever  
l'avant  
d'un corps  
flottant.

à  $t$ , frappe une face  $MN$  sous un angle  $i$ , la composante  $GB$ , qui agit de bas en haut sur cette face et tend à l'enfoncer, a pour valeur  $\sin i \cos i = \frac{1}{2} \sin 2i$ ; quantité qui est à son *maximum* lorsque  $i = 45^\circ$ . Sans attacher aucune importance à une théorie que je suis loin de croire rigoureuse, je n'en conclurai pas moins que l'angle tendant à produire le plus grand enfoncement sera de  $40$  à  $50^\circ$ .

Par une raison analogue, lorsque l'avant d'un corps flottant sera disposé comme l'est ce (fig. 93), et incliné d'environ  $45^\circ$ , le fluide exercera sur lui l'effort le plus grand pour le soulever.

Soulèvement  
de l'avant,  
et émergence  
des bateaux  
dans  
les grandes  
vitesses.

263. Ce soulèvement de l'avant par l'action du fluide sur lequel un corps navigue, ne saurait être révoqué en doute; il est manifeste lorsque la vitesse est considérable: ainsi on a vu des chaloupes entraînées par des baleines harponnées, avec l'extrême vitesse de  $12$  à  $13^m$ , il est vrai, se relever à la proue au point de montrer, hors de l'eau,  $2^m$  de leur quille, et cela quoique la direction de la traction, assez fortement inclinée à l'horizon, tendit à l'enfoncer (Macneill's, *Resistance of water*, etc., p. 27).

D'après des observations dernièrement faites en Angleterre, lorsqu'un bateau est tiré avec une grande vitesse, la proue s'élève d'abord et la poupe s'abaisse; mais bientôt celle-ci se relève, l'élévation de la proue se maintient, et le bateau chemine dans une situation horizontale, et d'autant moins enfoncée dans l'eau qu'il va plus vite, comme nous l'avons déjà remarqué. Ainsi, M. Russell ayant mu avec des vitesses qui ont été variées de  $1^m35$  à  $8^m95$ , un petit esquif qui avait un tirant d'eau de  $0^m068$  dans l'état de repos, a vu l'immersion diminuer assez graduellement de  $0^m066$  à  $0^m038$  (*Annales des ponts-et-chaussées*, Tom. XIV, p. 156). Le soulèvement de la partie antérieure facilite le dégagement de l'eau qui

tend à s'amonceler devant cette partie; il favorise l'émersion du corps et par suite la diminution de la section immergée : sous ce double rapport, et tant qu'il n'est pas accompagné de l'enfoncement de l'arrière, il ne peut que diminuer la résistance. On voit, d'après cela, combien la connaissance de la forme et de l'angle les plus aptes à le produire, intéresse l'art des constructions navales.

264. Si quelquefois la proue d'un corps servant à la navigation ne consiste qu'en une seule face inclinée et se relevant au-dessus de la surface fluide, habituellement ce sera un solide qui, présentant à l'eau comme un tranchant, la fendra, la divisera; glissant ensuite sur des faces fort inclinées, elle n'opposera qu'une bien moindre résistance.

Effet  
des proues.

Une belle suite d'expériences, faites par Bossut, Dalember et Condorcet (1), met à même d'apprécier le bon effet de telles proues, lors même qu'elles ne consistent qu'en deux faces planes réunies en forme de coin. Je cite quelques-unes de ces expériences. — A un parallépipède rectangle de 1<sup>m</sup>36 de long, 0<sup>m</sup>65 de large et 0<sup>m</sup>84 de hauteur, on adapta une suite de proues dont la coupe horizontale était un triangle isocèle, et dont l'angle antérieur était de plus en plus aigu. En cet état, le corps fut convenablement établi dans un grand bassin, où il plongeait de 0<sup>m</sup>65 : il fut tiré par divers poids, et, lorsque le mouvement était parvenu à l'uniformité, on mesurait l'espace qu'il mettait à parcourir 16<sup>m</sup>. Le rapport inverse du carré des temps, lequel était

(1) Bossut, *Hydrodynamique*, Tom. II, chap. XV.

le rapport direct du carré des vitesses, et à très peu près celui des résistances, est indiqué à la dernière colonne ci-contre. La résistance du prisme droit (sans proue aucune) étant prise pour unité, les nombres de cette colonne expriment les résistances correspondantes aux diverses proues; et ils sont à bien peu de chose près les valeurs de  $n$  respectives.

| ANGLE<br>de<br>la proue. | SÉRIE<br>des<br>résis-<br>tances. |
|--------------------------|-----------------------------------|
| 180°                     | 1,00                              |
| 156                      | 0,96                              |
| 132                      | 0,85                              |
| 108                      | 0,69                              |
| 84                       | 0,54                              |
| 60                       | 0,44                              |
| 36                       | 0,41                              |
| 12                       | 0,40                              |

Effet  
des pouples.

265. Des pouples cunéiformes placées à l'arrière des prismes de Bossut, ont aussi diminué la résistance, comme on le voit ici : mais elles la diminuent bien moins que les proues; ainsi la poupe de 24° ne l'a réduite que de 16 pour cent, tandis qu'une pareille proue aurait opéré une réduction de plus de 59. La raison en est bien simple : les pouples affaiblissent la non-pression résultant du vide qui tend à se faire derrière les corps qui se meuvent dans un fluide (244); mais cette non-pression sur l'arrière est bien moins forte que la pression sur l'avant; et c'est celle-ci que la proue détruit en grande partie.

| ANGLE<br>de la<br>poue. | SÉRIE<br>des résis-<br>tances. |
|-------------------------|--------------------------------|
| 180°                    | 1,00                           |
| 96                      | 0,89                           |
| 48                      | 0,86                           |
| 24                      | 0,84                           |

Effet  
et avantage  
des surfaces  
courbes.

266. On diminue encore la résistance qu'éprouvent les corps flottans en composant de surfaces courbes leur proue, leur poupe et même leurs forces latérales. Car la résistance sur des parties courbes est bien moindre que celle qu'on aurait sur un assemblage de plans qu'on leur substituerait (de la même manière qu'on substitue à une circonférence de cercle les côtés d'un polygone inscrit).

Une expérience faite par Borda met en évidence cet avantage des surfaces courbes. Il a pris trois prismes droits dont la base était, pour l'un, le triangle équilatéral ABC; pour le second, la demi-ellipse AMCM'B; et pour le troisième, le triangle mixtiligne, dont deux côtés étaient des arcs de cercle ayant  $60^\circ$ . Il a fait mouvoir ces prismes dans l'air, avec une même vitesse, en mettant en avant 1° la face plane correspondante à l'arête AB; 2° l'arête de l'angle plan correspondante au point C; 3° la demi-ellipse; 4° enfin, le sommet de l'angle mixtiligne : les quatre résistances trouvées ont été respectivement comme les nombres 100, 52, 43 et 39. Fig. 48.

Ces résultats, obtenus en mouvant les corps dans l'air, enissent été très vraisemblablement les mêmes, si le mouvement avait été dans l'eau. En effet, Beaufoy, ayant placé dans ce fluide et tiré, avec une vitesse de  $2^m75$ , le corps prismatique dont la base est représentée par la figure 94, et dont la hauteur est égale à  $BC = 0^m305$ , a eu une résistance de  $11^k73$  avec la proue à faces planes BAF, et  $8^k68$  avec celle à faces courbes BMANF; la diminution a été, à peu près comme dans l'expérience de Borda, suivant le rapport de 52 à  $38 \frac{1}{2}$ . Fig. 94.

267. On a vainement cherché jusqu'ici à exprimer analytiquement la résistance éprouvée par des surfaces courbes. Newton qui, le premier, a essayé une telle expression, après avoir établi que la résistance pour les surfaces planes était proportionnelle au carré du sinus de l'incidence du fluide, admettait qu'il en était ainsi pour les éléments différentiels des surfaces courbes considérées comme un assemblage de plans infiniment petits; et, dans cette hypothèse, il détermina la résistance pour divers corps terminés par de telles surfaces. Pendant près d'un siècle, tous les mathématiciens ont adopté cette base de calcul. Enfin, Borda,

après avoir fait, en 1763, plusieurs expériences sur la résistance que divers corps éprouvent lorsqu'ils sont nus, soit dans l'eau, soit dans l'air, montra que leurs résultats étaient en opposition avec cette théorie et qu'elle ne pouvait être conservée. Elle eût indiqué, pour les quatre cas de l'expérience de Borda, des résistances décroissant comme les nombres

|                    |
|--------------------|
| 100, 25, 50 et 49, |
| 100, 52, 43 et 39. |

De sorte que les résistances conclues du calcul sont beaucoup trop faibles pour les surfaces planes, et notablement trop fortes pour les surfaces courbes. D'autres observations ont conduit à cette même conclusion : par exemple, dans les expériences de Bossut sur les prismes tronqués (260), les résistances ont été comme

|                |
|----------------|
| 100; 65 et 45; |
|----------------|

l'ancienne théorie eût donné

|                |
|----------------|
| 100, 46 et 18. |
|----------------|

Aussi est-elle aujourd'hui entièrement abandonnée.

Résistance  
de la sphère.

268. En l'appliquant à la sphère, Newton avait conclu que la résistance, pour ce solide, était la moitié de celle qu'éprouverait son grand cercle; et jusque dans ces derniers temps, on a admis qu'il en était réellement ainsi. Cependant Dubuat avait remarqué qu'elle n'en était que les 0,35 (*Principes d'hydraulique*. Tom. II, p. 263), et les expériences de Beaufoy confirment sa remarque. Ce dernier auteur a pris une boule de 0<sup>m</sup>344 de diamètre, il l'a mise, à une assez grande profondeur sous l'eau, avec des vitesses de 0<sup>m</sup>61 à 3<sup>m</sup>66; et les résistances qu'il a eues indiquent pour  $n$  des valeurs comprises entre 0,402 et 0,364, moyennant 0,383 : pour une mince plaque circulaire de même diamètre, il avait eu 1,12; ainsi celle de la sphère en serait les 0,342.

Beaufoy a encore fait, à l'aide ce même solide, quelques autres observations fort intéressantes.

Pour un cylindre ayant un même diamètre, 0<sup>m</sup>344, et 0<sup>m</sup>305 de long, il avait eu  $n =$  . . . . . 1,030

La sphère lui avait donné . . . . . 0,383

Il l'a partagée en deux moitiés; l'une d'elles mise à l'avant du cylindre, en guise de proue, a réduit le coefficient à . . . 0,328

Mise à l'arrière, il est remonté à . . . . . 0,888

Enfin, une moitié étant placée à l'avant et l'autre à l'arrière, on n'a plus eu que . . . . . 0,276

Et même, dans une expérience . . . . . 0,230

On voit par cet exemple :

1<sup>o</sup> Qu'en allongeant un corps on diminue notablement sa ré-



sistance : ici l'allongement de la sphère l'a diminuée dans le rapport de 383 à 276, ou de . . . . . 100 à 72 ;

2° Combien est grand l'effet des proues et poupes : elles ont réduit la résistance de 1030 à 276, ou de 100 à 27, c'est-à-dire de près d'un quart ; et peut-être de plus d'un quart, de . . . . . 100 à 22 ;

3° Que la réduction due à la proue seule a été de . . . . . 100 à 31 ;

4° Et que celle due à la poupe n'a été que de . . . . . 100 à 86.

269. En voyant la supériorité des proues sur les poupes, et sachant en outre que les premières diminuent d'autant plus la résistance qu'elles sont plus aiguës (264) ; il semble que si l'on avait à mouvoir dans l'eau un corps ayant une extrémité obtuse et une qui le serait moins, ce serait cette dernière qu'il conviendrait de mettre en avant ; cependant l'expérience apprend, et d'une manière positive, que c'est tout le contraire. Ainsi, le prisme représenté à la figure 94, a donné  $n = 0,327$  lorsque l'angle A était avant ; et il a indiqué 0,430, et par conséquent il a éprouvé une résistance plus grande dans le rapport de 100 à 132, lorsque l'angle D, bien plus aigu, passait le premier.

La proue doit être moins aiguë que l'arrière.

Ce fait était d'ailleurs connu depuis long-temps ; Chapmann, célèbre ingénieur suédois, l'avait comme démontré par plusieurs expériences dans son *Traité de la construction des vaisseaux* (page 40 de la traduction française). Dans une d'elles, il prit deux cônes qu'il rémit base à base, comme l'indique la figure 95 ; et lorsque l'angle le plus aigu, C, fut en avant, la résistance se trouva plus forte dans le rapport de 100 à 224. En conséquence, dans un vaisseau, il y aura de l'avantage à rapprocher de son avant la plus grande section transversale, ou le

Fig. 95.

*maître-couple* en terme technique. Au reste, la nature a fourni des exemples à ce sujet, dans la forme qu'elle a donnée aux poissons; ils sont plus gros vers la tête que vers la queue.

Résistance  
éprouvée par  
les vaisseaux.

270. Quelle forme, quelle courbure donner donc aux diverses parties d'un corps flottant, pour qu'en se mouvant dans l'eau, il en éprouve le moins de résistance possible? Répondre à cette question, serait résoudre le problème, si important pour l'architecture navale, du *solide de moindre résistance*. Mais la théorie, dans son état actuel, ne saurait mener à cette solution (267), et l'expérience, que l'on avait cependant tant d'intérêt à consulter, ne l'a pas encore été d'une manière directe et précise.

Je ne connais qu'une seule observation donnant immédiatement la résistance d'un corps semblable aux grands véhicules usités dans la navigation: c'est celle que Bossut a faite sur le modèle d'un de nos vaisseaux de ligne, lequel avait 1<sup>m</sup>95 de long et 0<sup>m</sup>53 de large; et encore, comme l'auteur n'a pas donné l'aire de la partie immergée du maître-couple, on ne peut déterminer toutes les circonstances de la résistance. Cependant comme un prisme droit, ayant ce maître-couple pour base et une même longueur, fut aussi soumis à l'expérience, sous les mêmes tirans d'eau, on peut juger par comparaison. Prenant donc pour unité la résistance du prisme, on trouve que dans six expériences; celle du vaisseau a varié de 0,219 à 0,178, et qu'elle a été moyennement de 0,20, c'est-à-dire la cinquième partie de l'autre. Comme le prisme était arrondi sur ses faces latérales, il est vraisemblable que le coefficient  $n$  de la

résistance aurait été au-dessous de 1, et que par conséquent celui du vaisseau aurait été moindre que 0,20. On en aurait un plus faible encore, pour des bricks, des flûtes et autres bâtimens, *sins voiliers*, qui marchent avec une grande vitesse, et qui par suite éprouvent peu de résistance.

On dit que pour certains bateaux *n* serait descendu à 0,17 et à 0,16. Ce serait vraisemblablement aussi le cas du *bateau-onde* de M. Russell, qui sur le canal de l'Union en Écosse, éprouvait une résistance notablement moindre que celle des autres bateaux-rapides. Il en serait encore ainsi de ces bateaux de l'ingénieur Burden, dont la partie plongeant dans l'eau consiste en deux ou trois corps, en forme de fuseaux, lesquels ne doivent subir que peu de résistance; bateaux qui naviguent, dit-on, sur les grandes rivières de l'Amérique avec une vitesse presque égale à celle qu'on a sur certains chemins de fer, huit lieues par heure.

Il y aurait donc et des navires et des bateaux pour lesquels la résistance du milieu sur lesquels ils voguent, ne serait que la sixième partie de celle qu'éprouverait un parallépipède rectangle de même longueur, largeur et tirant d'eau; elle serait à très peu près exprimée par

$$9 \cdot sv^2.$$

271. De plus amples notions et des détails concernant les vaisseaux et bateaux sortiraient de notre plan : ils sont exclusivement du domaine des ingénieurs chargés de leur construction (1). Je vais me borner à donner une idée des formes qu'ils semblent avoir adoptées.

Forme  
des  
vaisseaux.

Je remarquerai auparavant que la moindre résistance n'est pas

(1) Voyez le grand *Dictionnaire de marine*, par Vial de Clairbois.

le seul but qu'ils se proposent, surtout dans les grands bâtimens. Il faut encore assurer leur *stabilité*, c'est-à-dire le moyen de résister aux forces qui tendent à les incliner au delà d'un certain terme, à les faire chavirer : il faut aussi les rendre propres à bien porter la voilure, une grosse artillerie, etc. ; à résister aux agitations de la mer ; il faut leur donner une capacité suffisante pour contenir ou beaucoup d'hommes, ou beaucoup de marchandises : il faut souvent faire qu'ils puissent naviguer dans des eaux peu profondes ; enfin, ils doivent facilement céder à l'action du gouvernail. Ainsi leur forme sera différente suivant l'objet auquel on les destine : cependant, pour presque tous, on désire aussi que, sous un même moteur, un même vent, ils puissent prendre une assez grande vitesse, et par suite qu'ils offrent peu de résistance.

Jusque vers le milieu du dernier siècle, pour qu'il en fût ainsi, et pour satisfaire à l'idée qu'il fallait rendre les vaisseaux, même ceux de guerre, propres à fendre l'eau, ou les rétrécissait et amincissait considérablement à mesure qu'on approchait de l'avant et du bas : on en agissait de même vers l'arrière, afin de faciliter le dégagement de l'eau et comme pour équilibrer les deux moitiés du bâtiment, et l'on avait la forme indiquée (fig. 96) par les coupes d'un vaisseau construit à cette époque.

Fig. 96.

Puis, on a un peu réduit les amincissements, et l'on a eu la forme que la figure 97 fait connaître, et qui est maintenant la plus généralement admise en Europe. On n'a représenté que sa *carène* ou la partie qui plonge dans l'eau : celle qui s'élève au-dessus, ou l'*œuvre morte*, est quelquefois d'une hauteur considérable, comme on peut en juger par la figure 96. En A est l'élévation du bâtiment : on y voit les diverses parties ou membrures de la charpente : *ab* en est la *quille*, *bc* l'*étrave*, *ad* l'*étambot*, et *M* le *maître-couple* ; *1', 2', 3'* et *4'* sont quelques *demi-couples* de l'avant ; *1, 2, 3, 4* et *5* appartiennent à l'arrière : ces derniers se voient sur la partie gauche de la *projection verticale* B ; les premiers sont à droite. Dans l'élévation A, *ce'* représente la *ligne de flottaison* ; *ff', gg' hh'* sont des *lignes d'eau*, ou les intersections de la carène par des plans horizontaux, intersections faites aux  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{1}{5}$  de la partie immergée. On les voit marqués des mêmes lettres sur la *projection horizontale*, ou plutôt sur la demi-projection horizontale C : elles montrent les amincissements du bâtiment vers ses deux extrémités ; ils sont d'autant plus forts qu'ils se trouvent plus près de la quille.

Fig. 97.

Dans les constructions nouvelles, on place le maître-couple

plus en avant; les lignes d'eau présentent une assez forte convexité vers la proue, et elles se terminent presque en ligne droite du côté de la poupe : on donne plus d'élancement, de saillie et de courbure à l'étrave, et plus de tirant d'eau à l'arrière. Toutes ces dispositions se voient sur la figure 98, qui représente en élévation et en projection une goélette américaine, sorte de bâtiment éminemment propre à la marche.

Fig. 98.

Je ne parlerai pas des corps flottans employés à la navigation intérieure; et je me bornerai à dire qu'on donne aux bateaux-rapides, ceux qui font quatre lieues et plus à l'heure, une forme très allongée, par exemple, 21<sup>m</sup> de long sur 1<sup>m</sup>60 de large, et qu'on en effile considérablement la proue. (Voyez à ce sujet un mémoire de M. Russell, dans les *Annales des ponts-et-chaussées*. Tom. XIV, 1837).

## ART. 2. Résistance dans un canal étroit.

Nous avons deux cas à distinguer : celui des barques destinées à transporter des marchandises avec de petites vitesses, et celui des bateaux établis pour mener des voyageurs avec beaucoup de célérité.

272. Lorsqu'une barque, ou un corps flottant en général est mu dans un canal dont la largeur n'excede pas quatre ou cinq fois la sienne; il a encore un obstacle particulier à surmonter. L'eau qui est en avant, poussée par lui, s'élève contre sa face antérieure; descendant ensuite de cette hauteur, elle tend à s'échapper, par les côtés, comme dans le cas d'un fluide indéfini. Mais elle ne le peut plus avec la même facilité ou promptitude; le corps empousse et mène avec lui une portion d'autant plus considérable que l'intervalle entre ses parois et celles du canal est plus petit : de là un plus grand effort à faire pour le mouvoir avec la même vitesse.

Résistance  
dans  
les petites  
vitesses.

Bossut a encore fait de nombreuses et intéressantes expériences pour déterminer cet effort. Dans une d'elles, il s'est servi d'un prisme à base carrée et de 0<sup>m</sup>65 de côté : sa longueur était de 1<sup>m</sup>97, et il plongeait à moitié dans l'eau. On l'a mu, dans un large bassin, avec une vitesse de 0<sup>m</sup>84, sans rétrécir les intervalles, qui étaient alors comme indéfinis; et l'on a eu une résistance de 7<sup>lb</sup>83, que nous représentons par 1, dans le tableau ci-annexé. Ensuite, à l'aide de grandes cloisons en planches, on a graduellement diminué les intervalles en dessous et sur les côtés, et on les a réduits à la grandeur portée aux deux premières colonnes : il en est résulté les résistances indiquées à la dernière.

| INTERVALLE         |                | RAPPORT<br>des<br>résistances. |
|--------------------|----------------|--------------------------------|
| de chaque<br>côté. | c en<br>décim. |                                |
| mét.               | mét.           |                                |
| indéfini           | indéfini       | 1,00                           |
| indéfini           | 0,413          | 1,10                           |
| indéfini           | 0,090          | 1,15                           |
| 0,619              | 0,095          | 1,52                           |
| 0,216              | 0,085          | 2,26                           |
| 0,061              | 0,085          | 3,15                           |

Dubuat, analysant les différentes expériences de Bossut, a trouvé qu'encore ici la résistance croissait comme le carré des vitesses; qu'elle ne dépendait ni de la forme du canal ni de celle du corps flottant, mais seulement du rapport entre leurs sections. En appelant  $c$  celle du canal,  $s$  celle de la portion du prisme plongée dans l'eau,  $P$  la résistance que ce prisme éprouverait dans un fluide indéfini, et  $P'$  celle qu'il éprouve dans le canal, il trouve que l'on a assez exactement, pour ses expériences,

$$P' = P \frac{8,46}{c + s}$$

Cette relation indique que lorsque la section du canal est 6,46 fois plus grande que celle du prisme, il se meut comme dans un fluide indéfini. Mais,

pour qu'il en soit ainsi, il faut que la largeur du canal soit au moins quatre fois celle du corps.

En adaptant à la base des prismes droits, qui ont servi aux expériences, des proues angulaires, on a bien diminué la résistance, mais beaucoup moins que dans un fluide indéfini, et d'autant moins que le canal a été plus étroit; le corps était obligé de pousser devant lui à peu près la même quantité d'eau, quelle que fût la forme de sa partie antérieure. En désignant par  $q$  le rapport entre la résistance du prisme avec proue à celle du prisme sans proue, mus, l'un et l'autre, dans un fluide indéfini; et en appelant  $P'$  la résistance effective dans le canal, Dubuat est conduit, par des analogies, à admettre

$$P' = P \left\{ 1 - 0,183 (1 - q) \left( \frac{c}{s} - 1 \right) \right\}.$$

Comparons le résultat de cette formule avec celui d'une expérience faite sur le plus grand de nos canaux, le canal du Midi ou canal du Languedoc, par M. Maguès, ingénieur en chef de ce canal, et par moi.

Dans un lieu, près de Toulouse, où la section du canal était moyennement de 26<sup>m</sup>55, une barque, pareille aux barques marchandes, chargée de 108 tonneaux, et dont la section transversale était de 6<sup>m</sup>84, étant tirée par deux chevaux, a parcouru 3626<sup>m</sup> en 1<sup>h</sup> 15', c'est 0<sup>m</sup>8168 par seconde: un dynamomètre, fixé d'une part à la barque et de l'autre au trait, marquait, au milieu de petites oscillations, 120<sup>k</sup>, réduction faite à la traction directe.

On avait donc dans ce cas  $v = 0,817$ ;  $c = 26,55$ ;  $s = 6,84$ , et par conséquent  $\frac{c}{s} = 3,88$ . Nous serons  $q = 0,4$ ; c'est, je crois, la plus faible valeur qu'on puisse lui donner dans ces barques, espèces de gros coffres garnis d'une proue et d'une poupe fort obtuses, à faces courbes il est vrai. Quant à  $n$ , dans la valeur de  $P$ , il est 1. Nous aurons en conséquence :

Résistances  
pour  
les barques  
du canal de  
Languedoc.

$$P = 1 \times 6,84 \times 0,051 (0,817)^2 \times 1000 = 233^k;$$

$$P' = 233 \frac{8,46}{3,88 + 2} = 335^k;$$

$$P'' = 335 \{ 1 - 0,183 (1 - 0,4) (3,88 - 1) \} = 229^k.$$

Ainsi le résultat du calcul est presque double de celui de l'expérience : il est 1,91 fois plus grand. Dans certains momens, il est vrai, il a été moindre ; mais il n'est pas descendu au-dessous de 1,60. De sorte que la formule de Dubuat ne saurait être appliquée aux barques du canal du Languedoc.

273. L'expérience de tous les jours donne une résistance bien moindre.

J'expose le fait, et d'abord les principales dimensions du canal et des barques.

Le profil de la masse d'eau contenue dans le canal éprouve de petites variations, suivant les localités et la sécheresse des saisons. Terme moyen, on peut admettre :

|                                              |                    |
|----------------------------------------------|--------------------|
| Largeur à la surface fluide . . . . .        | 17 <sup>m</sup> 50 |
| Largeur au fond . . . . .                    | 9 <sup>m</sup> 50  |
| Profondeur d'eau . . . . .                   | 2 <sup>m</sup> 00  |
| Ainsi la section moyenne serait de . . . . . | 27 <sup>m</sup>    |

Les grandes barques ont environ :

|                                                                    |                   |
|--------------------------------------------------------------------|-------------------|
| En longueur . . . . .                                              | 26 <sup>m</sup>   |
| En largeur du milieu { au pont . . . . .                           | 5,30              |
| { en bas . . . . .                                                 | 4,45              |
| Sous la charge complète de . . . . .                               | 120 tonneaux,     |
| Le tirant d'eau, au <i>maximum</i> permis, est de . . . . .        | 1 <sup>m</sup> 60 |
| La section au-dessous du plan de flottaison est alors de . . . . . | 7 <sup>m</sup> 50 |

Une telle barque, tirée par deux très médiocres chevaux, va de Toulouse à Agde, parcourant une longueur de 226758<sup>m</sup>, en sept jours : on compte, par jour, 14 heures de marche, dont 3 sont employées au passage des écluses et 11 à la marche effective. De sorte qu'en 77 heures on parcourt 226758<sup>m</sup>, ou 222934<sup>m</sup>, en déduisant 3824<sup>m</sup>, longueur des 84 sas d'écluse passés : ainsi le cheval attelé fait 2895<sup>m</sup> par heure, ou 0<sup>m</sup>804 par seconde, c'est sa vitesse moyenne : elle ne serait que de 0<sup>m</sup>643 en y comprenant les repos aux écluses.

Lorsqu'il y a argence, le trajet se fait en six jours ; le temps de la marche est augmenté ; et les deux chevaux, en tirant la barque, parcourent 37793<sup>m</sup> dans leur journée.



L'effort qu'ils exercent sur le trait est à fort peu près de 130<sup>k</sup>, ou de 120<sup>k</sup> dans la direction du mouvement.

Avec une vitesse de 0<sup>m</sup>80, et les dimensions ci-dessus, la formule de Dubuat indiquerait 264<sup>k</sup>, quantité plus que double.

Corrigeant cette formule par l'observation qui ne donne que 120<sup>k</sup> de résistance, faisant porter la correction sur le multiplicateur 0,183, et comprenant  $g$  dans sa valeur, la résistance des barques qui naviguent sur le canal de Languedoc serait exprimée par  $P' \left\{ 1 - 0,26 \left( \frac{c}{g} - 1 \right) \right\}$ , ou, avec plus de simplicité et autant d'exactitude, par

$$140 \frac{s^2 v^2}{c + 2s} \text{ kil.}$$

274. Lorsque la vitesse d'un bateau devient considérable, il se manifeste, dans l'eau du canal, des mouvemens jusque-là à peine sensibles, et dont les effets, qui étaient sans influence notable, en exercent maintenant une très grande.

Résistance  
dans  
les grandes  
vitesses.

Je signale le plus influent de ces mouvemens. — Lorsqu'un bateau chemine sur un canal étroit avec une grande vitesse, de 4 à 5<sup>m</sup>, le fluide qu'il déplace à chaque instant s'amoncelle sur ses côtés, et il y produit comme une forte intumescence. Si on arrête tout à coup le bateau, on la voit, et d'une manière très distincte, se porter en avant, et former, en travers du canal, une *onde* saillante, qui s'avance sur la nappe fluide, jusqu'à une distance de un et de deux mille mètres, avec une vitesse toujours uniforme, indépendante de celle qu'avait le bateau, et ne paraissait dépendre que de la profondeur de l'eau dans le canal. De nombreuses expériences ont montré que cette vitesse est due à une hauteur à peu près égale à la moitié de la profondeur augmentée de la hauteur de l'onde : de sorte que si  $h$  représente

la profondeur moyenne ainsi augmentée, la vitesse sera  $\sqrt{2g \frac{1}{2} h} = 3,13 \sqrt{h}$ . Si l'eau du canal avait une vitesse propre, elle s'ajouterait à la valeur ci-dessus, ou elle s'en retrancherait, selon que l'on descendrait ou remonterait le courant, pense M. Vuigner.

Lorsque la vitesse du bateau est petite, de 1 à 2<sup>m</sup>, le fluide déplacé ayant le temps de s'étendre sur une grande superficie, ne produit qu'une faible intumescence; l'onde qui en résulte est à peine sensible; elle se porte en avant sans action marquée, et elle est bientôt loin du corps qui la produit. On est alors dans le cas dont il vient d'être traité au numéro précédent, et la résistance, soumise aux lois que nous y avons indiquées, croît à peu près proportionnellement au carré de la vitesse.

Si la vitesse devient considérable et qu'elle soit plus que moitié ou les deux tiers de celle de l'onde, l'intumescence est plus grande; la suite des ondes à laquelle elle donne lieu, forme comme un bourrelet fluide qui se tient constamment à l'avant du bateau et lui oppose une forte résistance. A l'arrière, au lieu d'un faible sillage, il y a une grande dépression; l'eau des deux côtés adjacens se précipite pour combler le creux; et elle y produit des mouvemens tumultueux. Les courans latéraux, qui partent des flancs de la portion antérieure du bateau, sous forme de fortes rides, et qui se dirigent en divergeant vers l'aval, vont frapper les berges du canal et se brisent contre elles. Que la vitesse du bateau croisse encore et approche de celle de l'onde, les mouvemens dont il vient d'être question augmentent considérablement. On a vu des bateaux soule-

vés à l'avant par l'onde qui y était passée et qui s'élevait jusqu'au niveau de la proue, s'incliner fortement à l'horizon, présenter une très grande surface de choc au fluide, et en éprouver une résistance insurmontable. A l'arrière, il se formait un vide, dans lequel l'eau adjacente se précipitait avec force et se relevait en écumant. Les courans latéraux se portaient avec fureur contre les rives, et ils les déchiraient. — Avait-on pu dépasser cette position critique, et, par une augmentation de vitesse, se placer un peu au delà de l'onde, les circonstances étaient tout autres. Le bateau se trouvait comme en descente sur un plan incliné : la gravité venant au secours, y diminuait la résistance, ou plutôt la force de traction ; et l'on avait le singulier phénomène d'une telle force réellement diminuée par suite d'une augmentation de vitesse.

Si la vitesse, en augmentant toujours, arrive à être d'un quart environ plus grande que celle de l'onde, l'état des choses devient encore tout différent. L'intumescence produite sur les côtés du bateau par le fluide qu'il déplace à chaque pas, forme comme un flot sur le dos duquel il semble porté ; la proue et la poupe sont dégagées. L'onde que cette intumescence tend à produire, laissée en arrière, va remplir paisiblement la dépression qui s'y fait ; les courans latéraux se bornent comme à balayer d'un mouvement régulier le bas des berges, et l'avant ne trouve plus devant lui qu'une surface plane et tranquille. Par suite de cette position et de l'émersion du bateau, la résistance est diminuée, et elle croît dans un moindre rapport que le carré des vitesses : on

se trouve dans le cas des expériences de Macneill (255), où un corps flottant était mu avec une grande vitesse.

La courbe MNOPQ (fig. 92 *bis*), que M. Russell a tracée, d'après une de ses expériences, met sous les yeux la loi que suivent les résistances dans les cas dont il vient d'être question. On y voit comment, dans la branche NO, lorsque la vitesse du bateau se rapproche de celle de l'onde, la résistance augmente comme s'il fallait effectivement tirer le bateau pour le faire monter sur un plan incliné; tandis que, dans la branche OQ, le bateau descendant exige moins de force à lui étrangère pour se mouvoir, même avec plus de vitesse.

Rapport à  
établir entre  
la vitesse  
d'un bateau  
et la profon-  
deur  
du canal.

275. D'après ce qui vient d'être exposé, la vitesse d'un bateau doit toujours être mise en rapport avec celle de l'onde, et par suite avec la profondeur d'eau du canal, cette dernière vitesse ne dépendant que de cette profondeur.

Qu'il s'agisse, par exemple, du canal de Languedoc, où la profondeur est généralement de 2<sup>m</sup>, la vitesse de l'onde, en négligeant d'avoir égard à sa très petite hauteur au-dessus de la surface fluide, sera  $3,13\sqrt{2} = 4^m43$ . Ainsi, l'influence que l'onde exercera sur les résistances à éprouver par les bateaux, n'aura lieu qu'entre des vitesses au-dessus de moitié et au-dessous des cinq quarts de 4<sup>m</sup>43, c'est-à-dire entre les vitesses de 2<sup>m</sup>50 et de 5<sup>m</sup>50, ou même de 3<sup>m</sup> et de 5<sup>m</sup>. Il faudra donc éviter de se trouver entre ces limites. Les barques marchandes, qui n'ont pas même 1<sup>m</sup> de vitesse, seront entièrement en dehors. Quant au bateau de poste, qui fait de 10

à 11 mille mètres par heure, et dont la vitesse est par suite de 2<sup>m</sup>78 à 3<sup>m</sup>06, il atteindra la limite inférieure; il la dépassera même un peu, et ce sera sans conséquence : mais il ne pourrait la dépasser notablement, faire trois lieues ou trois et demie à l'heure, sans éprouver bien plus de résistance, et par suite sans qu'on augmentât le nombre des chevaux de halage : même avec une telle augmentation, il ne pourrait guère aller à quatre lieues. Il faudrait qu'il en dépassât cinq, et des chevaux ne sauraient fournir à une telle vitesse. Une machine à vapeur d'une force suffisante le pourrait.

De même, la profondeur d'un canal à établir doit être mise en rapport avec la vitesse des moteurs à y employer. Si ce sont des chevaux, par exemple, comme la plus grande vitesse qu'ils puissent avoir en relais, est de quatre lieues ou 16000<sup>m</sup> à l'heure, ou de 4<sup>m</sup>44 en 1''; et que, d'autre part, il faut dépasser d'environ un quart la vitesse de l'onde; on aura à remplir la condition exprimée par l'égalité  $4,44 = 1,25 \times 3,13 \sqrt{h}$ ; d'où  $h = 1^m29$ . Ainsi la profondeur à donner au canal sera de 1<sup>m</sup>29. Une plus grande serait préjudiciable. Cette assertion paraîtra paradoxale à ceux qui savent, et tous les bateliers le savent, qu'en général la navigation est d'autant plus facile que l'eau est plus profonde : mais ce qui est vrai pour des barques ordinaires, ne l'est plus pour les bateaux-rapides.

276. Ils présentent encore un fait bien extraordinaire et que nous avons déjà signalé; c'est qu'avec leur très grande vitesse ils occasionnent bien moins de dégradations aux rives, qu'avec une vitesse peu

Avec  
de grandes  
vitesses  
on dégrade  
moins  
les rives.

inférieure à  $3\sqrt{h}$ . J'ai été témoin de ce fait sur le canal de l'Ourcq, près de Paris, lequel a 9<sup>m</sup> de largeur à la surface et 1<sup>m</sup>30 de profondeur moyenne; le bateau qui y naviguait, fait en Angleterre, à l'instar de ceux qui y sont en usage, avait 22<sup>m</sup>70 de long et 1<sup>m</sup>86 dans sa plus grande largeur; la vitesse de l'onde était estimée à 3<sup>m</sup>70 (1). Après avoir mu le bateau avec une vitesse d'environ 4<sup>m</sup>50, on l'arrêtait; et l'on voyait une onde forte, bien tranchée, se porter en avant : lorsqu'elle était à une certaine distance, on rendait au bateau sa vitesse; à l'approche de l'onde, l'eau s'amoncelait et bouillait fortement à l'avant; à l'arrière, elle se précipitait et se relevait à diverses reprises en crêtes aiguës; les courans latéraux allaient heurter avec violence contre les berges, et s'élançaient bien au-dessus d'elles. Mais dès qu'après un pénible effort de la part des chevaux, l'onde était dépassée, on s'avancait sur une eau tranquille; la proue la fendait aisément et les vagues de l'arrière ne présentaient plus rien d'extraordinaire. John Russell, le premier qui a signalé l'existence de l'onde et en a constaté les effets, insiste sur cette circonstance importante; et il dit formellement avoir vu, dans de grandes vitesses, le flot de l'arrière, si destructif des bords du lit et si dangereux dans la navigation des basses eaux, disparaître entièrement.

Il est donc très avantageux de mener les bateaux avec une vitesse notablement supérieure à celle de

---

(1) Je suis redevable de ces données, ainsi que de beaucoup de détails sur la navigation des bateaux-rapides de l'Angleterre, à M. Voigner, ingénieur de la compagnie concessionnaire des canaux de Paris.

l'onde; mais ce n'est pas toujours facile. Lorsqu'on augmente graduellement la vitesse, les ondes deviennent de plus en plus fortes; elles s'accumulent de plus en plus à l'avant; et la résistance qu'elles opposent au mouvement devient tellement forte aux approches de la vitesse  $3\sqrt{h}$ , que souvent les chevaux, lesquels ne sont plus capables d'un grand effort dans les grandes vitesses, ne sauraient la surmonter. Pour en venir à bout, on va d'abord assez lentement; les ondes sont petites et s'éloignent promptement; puis on augmente tout à coup la vitesse, en mettant brusquement les chevaux au galop; les ondes n'ont pas le temps de grossir et de s'entasser, et on peut les franchir sans grande difficulté: au delà, le tirage se fait aisément, pourvu que les chevaux puissent fournir la vitesse convenable,  $3,8\sqrt{h}$ .

Je renvoie à l'important mémoire de John Russell pour d'autres détails sur le mouvement des bateaux-rapides et sur celui des ondes tant antérieures que postérieures (1). Je dois toutefois observer que quelque intéressans que soient les faits qui y sont rapportés, quelque ingénieuses ou probables que soient la plupart des conséquences que l'auteur en a tirées, cette branche de la science vient de naître, et qu'elle est loin d'être faite.

---

(1) *Researches in hydrodynamics. By John Scott Russell. Edinburgh. 1837.* Une traduction de cet écrit a été insérée dans les *Annales des ponts-et-chaussées*, Tome XIV.

## SOUS-SECTION II.

## DES MACHINES HYDRAULIQUES.

Machines,  
divisées en  
deux classes.

277. Une machine est un assemblage de pièces, leviers ou rouages, liées entre elles de manière que le mouvement imprimé par un moteur, à la première, se transmet de l'une à l'autre jusqu'à la dernière, qui produit un certain effet; c'est-à-dire qui opère un certain travail, tel qu'élever un volume d'eau ou tout autre corps à une hauteur déterminée; tel que moudre une certaine quantité de blé, filer une certaine quantité de laine, etc. Lorsque la machine est mue par un courant d'eau, c'est une *machine hydraulique*. Au reste, le courant n'est que le moteur immédiat, la gravité dont il tire sa force, soit qu'il agisse ou par son poids ou par son impulsion, est le moteur premier.

Dans toute machine, chaque pièce peut encore être regardée comme le moteur de celle qui vient immédiatement après. Elle peut même être considérée comme une machine particulière recevant le mouvement de celle qui la précède, et agissant sur celle qui la suit. Nous ne considérerons, dans cette sous-section, que la pièce qui reçoit directement l'action du moteur, et que M. Poncelet a nommée en conséquence le *récepteur*: seul, il constituera notre machine hydraulique.

Il y en a de deux sortes: les unes sont douées d'un *mouvement de rotation*, et les autres d'un *mouvement alternatif*. Les *roues hydrauliques*, en y comprenant les *turbines* et les *machines à réaction*,



forment la première classe: dans la seconde, nous aurons à considérer la *machine à colonne d'eau* et le *bélier hydraulique*. Il y a encore beaucoup d'autres machines qui ont été ou projetées ou même exécutées, mais comme on n'en fait point ou presque point usage, il n'en saurait être question dans cette sorte de Manuel. Le motif qui nous les fait passer sous silence, nous portera à nous étendre plus particulièrement sur celles qui sont les plus usitées.

Avant de passer à la détermination de l'effet que les machines dont il vient d'être question, ou plutôt de celui qu'un cours d'eau peut produire par leur intermédiaire, fixons, dans un premier chapitre, l'acception qu'on donnera ici aux termes de *moteur* et d'*effet*, et établissons l'expression de leur grandeur.

## CHAPITRE PREMIER.

### DES MOTEURS ET DE LEURS EFFETS.

#### ART. 1<sup>er</sup> *Des moteurs.*

278. Lorsqu'un *moteur*, ou cause continue de mouvement, agit sur une machine, il exerce, sur la partie à laquelle il est appliqué, une pression ou un effort; et, tout en l'exerçant, il s'avance dans la direction de cet effort, ou dans une direction qui peut y être ramenée, et il parcourt ainsi un certain espace. Supposons, par exemple, en prenant le plus simple des cas, qu'un cheval, trainant un corps pesant sur un chemin horizontal, y parcoure une certaine distance d'un mouvement uniforme: l'effort qu'il exerce, et qui est constant, serait mesuré à l'aide d'un dyna-

Force  
des moteurs.

momètre convenablement placé entre lui et le corps. Soit  $K$  le nombre de kilogrammes indiqué par l'instrument, et  $L'$  la longueur du chemin parcouru : le produit de  $KL'$  de l'effort par le chemin, qui n'est au fond que la somme des efforts faits, des coups de collier donnés à chaque pas le long du chemin, sera manifestement la *quantité d'action* développée par le moteur dans cette opération : ce serait, en employant le terme adopté par MM. Poncelet et Coriolis, le *travail mécanique*, ou simplement le *travail* effectué.

Naturellement, plus un moteur fera de travail dans un même temps, et plus il sera puissant; ainsi, plus une machine élèvera d'eau à une même hauteur en un même temps, plus elle sera forte. Prenant l'unité de temps ordinaire, la *force dynamique* ou simplement la *force* d'un moteur sera donc, pour nous, la quantité d'action qu'il aura développée dans une seconde : en définitive, *elle sera l'effort multiplié par la vitesse*; car, en 1",  $L' = v$  et  $KL' = Kv$ .

279. Revenons à l'exemple ci-dessus. Supposons maintenant qu'on dételle le cheval, et qu'à sa place, à l'extrémité du trait (que nous supposerons sans pesanteur et d'une longueur excédant un peu  $L'$ ), on fixe un poids  $P$  égal à  $K$ , lequel, après être passé sur une poulie de renvoi, descende dans un puits vertical d'une profondeur  $H$  égale à  $L'$ . Le poids, abstraction faite des premiers instans du mouvement, exerçant un effort pareil à celui du cheval, éprouvant de la part du corps à traîner une pareille résistance, descendra dans le puits d'un mouvement

uniforme, comme descend le poids moteur d'une horloge, et il en atteindra le fond au même moment où le cheval serait arrivé à l'extrémité du chemin  $L'$ . Ainsi, dans les deux cas, le corps traîné aura parcouru le même espace et avec la même vitesse. Le poids  $P$  a donc effectué tout ce que le cheval aurait fait; comme moteur, il lui est identique, et sa quantité d'action  $PH$ , égale à  $KL'$  et développée dans le même temps, étant réduite à la seconde, exprimera aussi la force dynamique du cheval.

En général, à tout moteur on peut substituer un poids qui, descendant d'une certaine hauteur, en mesure la force. Son expression  $PH$ , ou  $P^m H^m$ , et généralement le produit d'un nombre de kilogrammes par un nombre de mètres, se reproduisant très souvent dans les calculs relatifs aux machines, on l'y désigne par l'exposant  $k.m$  ou  $km$ : ainsi l'on écrit  $PH^{km}$ .

L'expression de la force des moteurs a été l'objet des considérations spéciales de plusieurs auteurs, entre autres de Smeaton, Coulomb, Carnot, Navier, de MM. Poncelet et Coriolis. Devant me borner aux notions strictement nécessaires à l'intelligence de ce que j'ai à dire sur les machines hydrauliques, je renvoie à leurs ouvrages. (1)

Je remarquerai seulement que l'expression  $PH$ , dernièrement appelée *quantité d'action* ou *travail*, avait déjà été nommée *force mouvante* par Euler (*Académie de Berlin*, 1751, p. 272 et 282), *puissance mécanique* par Smeaton, *moment d'activité* par Carnot.

---

(1) Smeaton, *Examen expérimental de la quantité de la puissance mécanique*. Coulomb, *Expériences destinées à déterminer la quantité d'action que les hommes peuvent fournir par leur travail journalier*. Carnot, *Principes de l'équilibre et du mouvement*. Navier, *Additions à l'Architecture hydraulique* de Belidor, Tom. I, p. 376 et suiv. Poncelet, *Mécanique industrielle*, Tom. I, p. 46 et suiv. Coriolis, *Du calcul de l'effet des machines*.

J'ai cru devoir conserver le mot *force*, généralement usité dans les arts, où l'on a toujours dit et où l'on dira toujours, sans aucun inconvénient, la force d'un courant d'eau, d'une machine, d'un cheval. J'y ai joint l'adjectif *dynamique* pour la distinguer de la force proprement dite ou force *statique*, qui est simplement un effort ou un poids. Au reste, *force dynamique* est la simple traduction du *mechanic power* de Smeaton, et elle est synonyme de la *force mouvante* d'Euler.

Force  
d'un courant  
d'eau.

280. La force dynamique d'un courant d'eau sera donc exprimée par  $PH^{3/2}$  en  $1''$ . Comme  $H^m$  est ici indépendant du temps,  $P^k$  sera le poids de l'eau menée par le courant en  $1''$ .  $H$  est la hauteur de la chute du fluide, soit réelle, soit fictive : elle est réelle, lorsqu'il tombe effectivement de la hauteur  $H$  ; elle est fictive, lorsqu'il agit en vertu d'une vitesse due à une telle hauteur. Dans l'estimation de la force d'un cours d'eau,  $H$  est la différence de niveau entre la surface fluide dans le bief supérieur, un peu en amont de la chute, et dans le bief inférieur, un peu en aval.

La force du courant, ne dépendant que de la grandeur du produit  $P \times H$ , demeure toujours la même, tant qu'il ne subit aucun changement, quel que soit d'ailleurs celui qu'éprouve la grandeur respective de ses deux facteurs  $P$  et  $H$  : ainsi, on peut doubler l'un ; mais il faut alors diminuer l'autre de moitié.

Un exemple pris du cas qui se réfère le plus directement à notre objet, va faire sentir la vérité de ce principe. — Qu'on ait dans un lieu une quantité d'eau  $P$  tombant d'une élévation  $H$ , on pourra y établir deux machines égales en tout, ayant chacune  $H$  de hauteur, et recevant  $\frac{1}{2}P$  d'eau. Qu'on ait ailleurs un cours d'eau fournissant un  $\frac{1}{2}P$ , mais avec  $2H$  de chute, on y établira deux machines exactement pareilles aux deux premières ; elles seront l'une sous l'autre, tandis que dans le précédent local elles étaient

à côté l'une de l'autre : ce sera la seule différence ; tout sera d'ailleurs pareil, et les deux courans auront évidemment une même force dynamique, c'est-à-dire, que chacun sera capable de mouvoir un égal nombre de machines égales. — Cet exemple montre encore que la force d'un cours d'eau est proportionnelle à  $H$  ; plus il tombera de haut, plus il pourra mouvoir de machines : elle est aussi évidemment proportionnelle à  $P$  ; d'où l'on conclut *a priori* qu'elle est représentée par  $PH$ .

Dans le cas où le cours d'eau ne présenterait pas une chute réelle, la chute fictive serait  $0^m 051 v^2$ ,  $v$  étant la vitesse moyenne du courant ; et, si  $s$  en est la section, on aura  $P = 1000sv$  ; ainsi la force dynamique  $Pv$  (278) sera aussi exprimée par  $51sv^3$  : elle sera proportionnelle au cube de la vitesse.

281. Ce qu'un courant d'eau fait pendant une heure, par exemple, il peut le faire comme indéfiniment. Il n'en est plus de même des moteurs animés, de l'homme, du cheval, etc. : ils ne peuvent exercer un certain effort avec une certaine vitesse que pendant un certain temps ; au delà duquel ils sont obligés de prendre un repos qui les met à même de développer de nouveau une égale quantité d'action. Leur travail se renouvelant périodiquement chaque jour de vingt-quatre heures, la durée de l'action, dans un tel espace de temps, doit être prise en considération : soit  $T$  cette durée exprimée en secondes,  $K$  étant toujours l'effort exercé par le moteur, et  $v$  sa vitesse,  $KvT$  sera sa *quantité d'action journalière*.

Des moteurs  
animés.

Par exemple, un cheval de grossier ordinaire, qui traîne une voiture de roulage sur un chemin horizontal, ou un bateau sur un canal, exerce un effort de 45 à 65<sup>k</sup>, en marchant avec la vitesse res-

pective de  $1^m10$  à  $0^m80$ , et il peut travailler ainsi pendant  $10^h$ , ou  $360000''$ , sur  $24^h$  : de sorte que sa quantité d'action journalière sera, terme moyen, de  $55^k \times 0^m90 \times 360000'' = 1782000^km$ , ou de  $1800000^km$  en nombre rond.

Force  
du cheval-  
vapeur.

282. Le cheval, étant le moteur le plus universellement connu, est pris habituellement, dans les arts mécaniques, pour terme de comparaison, lorsqu'on a à exprimer la force des moteurs. Celle de cet animal varie, il est vrai, selon la puissance musculaire et la masse des individus, et cela entre des limites assez éloignées. Mais, dans la série des termes, on peut convenir d'en prendre un pour objet de comparaison : ainsi nos constructeurs de machines à vapeur, à l'instar des Anglais, prennent, pour force du cheval (*horse-power*), celle d'un cheval qui, marchant sur un chemin horizontal, avec une vitesse de  $1^m$ , élèverait verticalement un poids de  $75^k$  (du fond d'un puits de mine, par exemple, à l'aide de corde sans pesanteur et passant sur une poulie de renvoi). Quoiqu'une telle force, dont l'idée aura été fournie par les gros chevaux employés dans les brasseries de l'Angleterre, soit bien supérieure à celle de nos chevaux ordinaires, nous en admettrons cependant l'expression, et nous entendrons par force de cheval, ou pour prévenir tout équivoque, et en employant une dénomination aujourd'hui usitée, nous entendrons par *cheval-vapeur* une force dynamique ou un moteur capable d'élever  $75^k$  à  $1^m$  en  $1''$  : c'est  $75^km$  en  $1''$ .

En conséquence, pour exprimer la force d'un courant d'eau en unités d'une telle espèce, il faudra

diviser  $PH^m$  par  $75^m$ , et le quotient  $0,0133PH$  indiquera le nombre de chevaux-vapeur qui, agissant à la fois, auront une force équivalente. Si  $Q$  était le volume d'eau fourni par le courant en 1", on aurait  $P = 1000Q$ , et  $13\frac{1}{3}QH$  pour le nombre de chevaux.

## ART. 2. *Des effets.*

283. Produire un effet, pour une machine, c'est vaincre des résistances qui se reproduisent continuellement ou périodiquement, dans une direction opposée au mouvement pendant toute sa durée.

Effets.  
Résistances;  
leurs espèces.

Pour nous faire une idée exacte des résistances et des effets, ainsi que de leur rapport avec la force dynamique employée à les surmonter et à les produire, prenons un exemple; ce sera celui d'un moulin ordinaire mu par une roue à aubes.

Toute la force  $PH$  du courant dirigé sur les aubes ne sera pas prise par elles. Une partie de l'eau  $P$  passera par l'intervalle qui est entre la roue et les parois du coursier qui y mène le courant, et elle n'exercera aucune action. Une partie de la chute  $H$ , celle qui est comprise entre le centre de percussion des aubes et le bief inférieur, sera comme perdue. Une partie de l'action motrice de l'eau qui frappe la roue sera comme anéantie, ou par suite de la contraction à la sortie du réservoir, ou par le choc à la rencontre des aubes, ainsi que nous verrons dans la suite. De sorte qu'il n'y aura qu'une portion de la force  $PH$  qui leur soit communiquée ou imprimée.

Cette force imprimée aux aubes doit agir d'abord

sur l'engrenage destiné à transmettre le mouvement de l'arbre horizontal de la roue à l'arbre vertical de la meule. Mais avant de l'atteindre, elle aura déjà éprouvé deux pertes contre deux résistances qu'il a fallu surmonter, le frottement sur les tourillons du premier de ces deux arbres tournans, et la résistance de l'air au mouvement des aubes. Arrivée à l'engrenage, elle y subit encore un déchet occasionné et par le frottement des dents du rouet contre les fuseaux de la lanterne, et par les chocs très petits, il est vrai, mais sans cesse répétés, de ces dents contre ces fuseaux. Au delà de la lanterne, le frottement du pivot de l'arbre vertical sur sa crapaudine absorbe encore une partie de son action motrice. C'est uniquement avec ce qui lui en reste qu'elle parvient enfin à la meule tournante, et qu'elle surmonte la résistance que le blé oppose à la mouture. Vaincre cette dernière résistance, c'est produire *l'effet utile*, celui en vue duquel la machine a été établie : à lui seulement peut être appliqué le mot de Montgolfier : *la force vive est celle qui se paye*.

Quant aux autres résistances, à celles qui proviennent des frottemens, des chocs, de l'air ambiant, elles n'ont fait que consommer, en pure perte, une portion notable de la force que le moteur avait imprimée à la roue. Elles sont produites par les diverses pièces du mécanisme; elles leur sont en quelque sorte inhérentes, et on les nomme en conséquence les *résistances passives* de la machine, l'effet utile étant pris pour la résistance active surmontée. Quoiqu'elles aient été sans résultat utile, la force n'en a pas moins lutté contre elles; elle n'en a pas moins vaincu l'ac-



tion qu'elles opposaient au mouvement; et son effet total, qu'on nomme l'*effet dynamique* de la machine, se compose et de l'effet utile produit, et de la quantité d'action des résistances passives.

284. Puisque les résistances se reproduisent continuellement, plus la machine se mouvra vite et plus il y aura d'effet dynamique produit dans un même temps : cet effet sera donc en raison composée de l'intensité des résistances et de la vitesse de la machine.

Expression  
de l'effet  
dynamique.

Observons encore que produire un effet n'est, en résultat, que mouvoir un corps résistant au mouvement, et le mouvoir, avec une certaine vitesse, dans une direction opposée à celle suivant laquelle il résiste, ou qu'il tend à prendre : ce sera, par exemple, élever un poids verticalement, puisqu'il tend à descendre verticalement, et à l'élever avec une certaine vitesse. De plus, toute résistance au mouvement n'est qu'un effort qui s'oppose à l'action du moteur, et tout effort se mesure par un poids; de sorte que vaincre la résistance avec une vitesse déterminée équivaut à élever ce poids avec cette vitesse. D'après cela, si on désigne par  $E$  l'effet dynamique, par  $p$ , le poids représentant la résistance active, par  $u$  la vitesse avec laquelle elle est vaincue, par  $p$ , le poids exprimant une résistance passive, et par  $u'$  la vitesse avec laquelle elle est surmontée;  $p, u$  sera l'effet utile produit,  $\text{som } p, u'$  sera la somme des quantités d'action opposées par les résistances passives, et l'on aura  $E = p, u + \text{som } p, u'$ .

On peut admettre, ainsi que nous allons le voir, que toutes les résistances s'exercent sur un même

point de la machine, sur celui dont  $u$  est la vitesse, par exemple : soit alors  $p$ , le poids représentant la somme des poids ou des efforts partiels, on aura  $E = p_1 u$ .

On pourrait aussi établir  $E = \Pi A$ ,  $A$  étant une hauteur quelconque, de la même manière qu'on a admis  $PH$  pour la force dynamique. Mais la considération directe de la vitesse est nécessaire dans les machines de rotation, celles dont nous aurons plus particulièrement à traiter.

285. Nous dirons des effets ce que nous avons dit des moteurs (280), que leur grandeur est indépendante de celle de chacun de leurs deux facteurs, qu'elle ne dépend que de leur produit. On peut bien, par des engrenages, des leviers, rendre le poids à élever cent et mille fois plus grand qu'il n'était d'abord; mais alors la vitesse de l'élévation sera cent et mille fois plus petite, et par conséquent il faudra cent et mille fois plus de temps pour l'élever à une même hauteur. De là cet adage si connu en mécanique, *ce qu'on gagne en force, on le perd en vitesse ou en temps*: il faut toujours que le produit de cette force ou poids par sa vitesse soit égal à  $p_1 u$ .

Puisque, dans cette expression de l'effet, on peut mettre une vitesse quelconque, on pourra y introduire, au lieu de  $u$ , celle du moteur qui est  $v$ ; mais alors il faudra substituer à  $p$ , un poids  $p$ , tel que l'on ait  $p v = p_1 u$ ; il représentera la somme des efforts résistans supposés réduits, d'après le principe des momens, à ce qu'ils seraient s'ils étaient appliqués au point de la machine où la vitesse est  $v$ ; et l'on aura

$$E = p v.$$

286. Si, comme précédemment, on décompose la somme  $p$  des efforts résistans en deux parties, dont l'une sera l'effort employé uniquement à la production de l'effet utile et l'autre comprendra toutes les résistances passives; que l'on désigne par  $p'$  le premier, et par  $e$  l'effet utile; on aura

$$e = p'v.$$

Effet utile.

287. Le mouvement de toute machine, quand il est continu et bien établi, est uniforme, ou plus souvent encore périodique. Il est périodique, lorsque, durant une certaine période de temps, généralement très courte, la vitesse augmente ou diminue par degrés, pour diminuer ou augmenter ensuite pareillement, de manière à se retrouver à la fin de la période ce qu'elle était au commencement. On ramène ce mouvement à celui qui est entièrement uniforme, en prenant pour  $v$ , et pour chacune des autres quantités qui entrent dans l'expression de la force et des résistances, une moyenne entre les valeurs qu'elles ont dans la période. Ainsi le mouvement d'une machine, lorsqu'il est bien établi, et il l'est généralement au bout d'une ou deux minutes, peut toujours être regardé comme uniforme. Or l'uniformité ne saurait avoir lieu et se conserver qu'autant que l'action résistante est et demeure égale à l'action mouvante. De sorte que lorsqu'une machine se meut d'un mouvement uniforme ou périodique, les deux actions opposées sont égales, ou, en d'autres termes, *l'effet total produit est égal à la force imprimée à la machine.*

L'effet total  
égale la force  
imprimée.

Dans la pratique, la force imprimée par le mo-

teur à une machine est simplement dite *force de la machine*.

La force imprimée, qui est l'effort que le moteur exerce sur le point de la machine à laquelle il est appliqué, multiplié par la vitesse de ce point, est exprimée par  $Kv$  (278). Nous venons de voir (284) que l'effet dynamique total l'était généralement par  $p_3u$  : on aura donc

$$Kv = p_3u (=E).$$

Dans les machines en mouvement, Euler donnait le nom de *moment du mouvement* au produit d'un effort par sa vitesse; tels sont les deux qui forment l'équation ci-dessus; d'autres auteurs allemands ont appelé ce produit *moment dynamique*. Ainsi, lorsque le mouvement est parvenu à l'uniformité, le moment dynamique de la puissance est égal au moment dynamique des résistances. Les moments statiques, ou produits des efforts par les distances à l'axe de rotation, seront aussi égaux, puisque les vitesses sont proportionnelles à ces distances. L'égalité des moments est donc un des attributs des machines douées d'un mouvement uniforme, comme des machines en équilibre.

Si, dans l'égalité ci-dessus, on remet  $p_3u$  pour  $p_3u$ , on a

$$K = p,$$

c'est-à-dire que l'effort du moteur est égal à celui des résistances, l'un et l'autre agissant à égale distance de l'axe de rotation, mais en sens opposés.

Rapport  
de l'effet réel  
à l'effet  
théorique.

288. Lorsqu'on a à déterminer l'effet  $E$  produit par une roue en mouvement, l'observation fournit bien toujours un de ses deux facteurs, la vitesse  $v$ ; mais elle ne donne l'autre, la somme  $p$  des résistances, que dans les cas particuliers où l'on emploie un appareil spécial pour sa détermination (292).

Presque toujours les résistances, comme l'effort du moteur, que l'on introduit dans les formules, sont les résultats de calculs basés sur les théories du choc des fluides, du frottement, etc. : or, en hydraulique, de tels résultats ne sont admis qu'après avoir été

réduits à ceux de l'expérience. Soient  $n$  le coefficient de réduction,  $p_0$  la somme des résistances ou plus exactement des efforts des résistances déterminés par le calcul, et  $K_0$  l'effort du moteur également calculé;  $np_0$  sera égal à  $p$ , et, d'après ce qui a été dit à la fin du numéro précédent,  $np_0 = nK_0$ ; on aura donc

$$E = np_0 v = nK_0 v.$$

Dans cette expression,  $n$  est le rapport de l'effet réel à l'effet théorique, ou, ce qui revient au même, à la force imprimée déduite de la théorie.

289 Nous avons encore vu (283) qu'un moteur n'imprimait jamais toute sa force PH à une machine : de sorte que la force réellement imprimée, ou l'effet E qui lui est égal (287), sera toujours plus petit que PH, et, dans la relation

$$E = mPH,$$

$m$  sera une fraction : elle exprimera le rapport de l'effet ou de la force imprimée à la force entière du moteur.

C'est à ces deux équations, et principalement à la dernière, qu'on cherche à ramener, quant à la forme, celles qui doivent donner l'effet des diverses machines hydrauliques.

Les coefficients  $m$  et  $n$  seront déterminés par des expériences : leur détermination est l'objet de presque toutes celles qui sont faites sur les machines, ainsi que nous le verrons dans la suite de ce chapitre.

290. Nous venons de remarquer que l'effet E était toujours plus petit que la force PH. Il ne saurait

Rapport  
de l'effet réel  
à la force  
du moteur.

Limite  
des effets.

être plus grand : c'est ici le cas de dire qu'il serait absurde d'admettre qu'un effet est plus grand que la cause qui le produit. Pour qu'il y eût égalité, ou qu'on eût  $m = 1$ , il faudrait que toute l'action du moteur eût été communiquée à la machine; ce qui n'a jamais lieu. Ainsi PH est la limite des effets dynamiques : ils ne peuvent l'atteindre; mais ils peuvent en approcher, quoiqu'en général ils en demeurent à une assez grande distance : très rarement  $m$  est-il au-dessus de 0,75, une seule fois je l'ai vu au-dessus de 0,90; mais très fréquemment, et dans des machines fort usitées, il n'est que de 0,25, de 0,20 et même au-dessous.

Unité  
dynamique.

291. L'expression générale des effets dynamiques étant  $pv^{km}$ , leur unité sera  $1^{km}$  ( $1^k$  élevé à  $1^m$  en  $1''$ ): nous n'en aurons point d'autre dans cet ouvrage.

Quelques auteurs, l'ayant jugée trop petite pour les arts industriels, lui en ont substitué une mille fois plus grande, 1000<sup>k</sup> ou un mètre cube d'eau ou une tonne (1) élevée à  $1^m$ , et sans tenir compte du temps de l'élévation : ils lui ont donné le nom de *dynamie* ou de *dynamode*, et ils expriment l'effet d'une machine, en disant qu'il est d'un certain nombre de dynamies en un certain temps. Pour éviter cette double indication, M. Dupin a pris une unité d'une autre espèce, qu'il nomme *dyname*, et qui consiste en mille tonnes élevées à  $1^m$  en 24<sup>h</sup>; elle équivaut à  $11^{km}57$  en  $1''$ .

Plus ordinairement, on exprime les effets dynamiques en chevaux-vapeur : leur nombre est 0,0133 $pv$  pour un effet  $pv^{km}$  (277).

Assez souvent encore, lorsqu'on veut donner une idée de l'effet utile d'une machine, on le fait en indiquant le nombre de chevaux qui, attelés à la fois à un manège, rendraient un pareil effet. D'après plusieurs observations que j'ai faites sur les manèges em-

(1) Dans le système métrique des poids et mesures, le tonneau de mer est de 1000<sup>k</sup>; maintenant ce poids est aussi désigné sous le nom de *tonne*, notamment dans les grandes usines à fer, par analogie au *ton* des Anglais, lequel n'en diffère que très peu; il est de 1015<sup>k</sup>65.

ployés à l'exploitation des mines, l'effet utile réellement produit par un bon cheval de trait, de grosseur moyenne, censé travailler, en plein air et en deux relais, huit heures par jour, est d'environ  $1200000^{\text{km}}$ ; ou, en admettant un travail sans aucune interruption, de  $40^{\text{km}}$  par seconde (1).

Nous avons trouvé (281) que la quantité d'action journalière qu'un tel cheval peut développer, ou l'effet total qu'il peut produire, lorsqu'il tire un fardeau sur une route horizontale, est de  $1800000^{\text{km}}$ . Ainsi, un tiers environ de sa force aurait été absorbé par les résistances passives du manège, par l'obliquité dans la traction, l'effet d'un mouvement circulaire, les très fréquents temps d'arrêt, les mouvemens rétrogrades, etc.

292. Il est souvent nécessaire de déterminer immédiatement ,

Mesure  
directe des  
effets.

(1) Voyez, pour les détails, mon ouvrage *Des mines de Freyberg et de leur exploitation*. 1802. Tom. I, pag. 233, et Tom. III, pag. 123. *Annales des mines*. 1830. Tom. VII.

Le terme moyen de mes observations a été de  $1116000^{\text{km}}$  par jour; mais la durée du travail n'y était guère plus de six heures.

En 1826, un des officiers des mines de Freyberg, où sont peut-être les manèges les mieux disposés, a publié les élémens et les résultats de leur travail dynamique. D'après l'examen raisonné qu'en a fait M. l'ingénieur Combes, le terme moyen de l'effet utile des quatorze manèges placés sur des puits dont la profondeur excède cent mètres, aurait été, par cheval attelé durant six heures de suite, de  $902712^{\text{km}}$ ; pour les cinq dont les puits s'éloignent peu de la direction verticale, et qui par suite donnent plus immédiatement l'effet utile, ce serait  $1015882^{\text{km}}$ , ou  $47^{\text{km}}$ 00 en 1''; au reste, ce dernier nombre a varié entre 34 et  $61^{\text{km}}$ . M. Combes, après avoir supputé les résistances passives et les avoir ajoutées à l'effet utile, a eu pour l'effet dynamique total dans les cinq manèges ci-dessus, terme moyen,  $1188117^{\text{km}}$ , ou  $55^{\text{km}}$ 00 en 1''.

Tel serait l'effet journalier produit par un cheval attelé à un manège pendant six heures; mais en prolongeant le temps de travail, je crois qu'on pourrait le porter jusqu'à  $1400000^{\text{km}}$ . Cet effet serait encore bien inférieur à celui que peut donner un cheval marchant tranquillement et droit devant lui: nous avons vu (273) des chevaux fort ordinaires, tirant des bateaux sur un canal pendant six jours consécutifs, parcourir dans la journée  $37793^{\text{m}}$ , en exerçant chacun un effort de  $65^{\text{k}}$ , et développer ainsi une quantité d'action journalière de  $2457000^{\text{km}}$ ; ordinairement l'espace parcouru, sur ce canal, dans le jour, en 11 heures de temps, n'est que de  $31849^{\text{m}}$  et la quantité d'action de  $207000^{\text{km}}$ .

par l'expérience, la force réelle d'une machine, c'est-à-dire l'effet dynamique qu'elle peut produire ; soit pour ramener à la réalité les résultats des formules, et en déduire le coefficient de réduction ; soit pour juger, avec exacte connaissance de cause, une contestation qui serait survenue relativement à cet effet.

Puisqu'un effet est représenté par un poids élevé verticalement à une certaine hauteur avec une certaine vitesse (284), l'idée qui se présente d'abord, pour en avoir la mesure, consiste à faire élever à la machine un poids jusqu'à une certaine hauteur, et à observer la durée de l'élévation, l'espace divisé par le temps donnant la vitesse. Pour une roue hydraulique, par exemple, à l'aide d'une corde qui s'enroulerait sur l'arbre tournant, et qui passerait sur une poulie de renvoi fixée à une certaine élévation, on ferait monter un poids déterminé : mais comment se procurer une élévation suffisante pour avoir un mouvement dont la durée devrait être de trois minutes ou d'une quinzaine de tours de roue au moins, le mouvement devant être parvenu à l'uniformité ; car ce n'est qu'à partir du moment où il l'est, que l'on doit mesurer l'élévation. Un tel mode a été mis en usage avec succès pour des machines de cabinet par Deparcieux, Smeaton, Poncelet, etc. ; il leur a fait reconnaître les lois les plus remarquables du mouvement dans les roues hydrauliques : mais pour les grandes machines usitées dans les arts, il ne saurait être employé.

Frein dynamométrique.

Fig. 52.

Dans ces derniers temps on est venu à bout d'y suppléer. Supposons que la roue dont on veut mesurer l'effet soit en plein travail : on enlèvera la charge que porte l'arbre tournant ; et on l'embrassera par un frein, que l'on serrera, non jusqu'au point de l'arrêter, mais jusqu'à ce que sa vitesse soit réduite à celle qu'il avait d'abord. Il est évident que la résistance opposée au mouvement par le frottement du frein est égale à celle de la charge, que l'effet dynamique est le même, et que, pour en avoir la valeur, il suffit de déterminer celle du frottement. Afin de la connaître, au lieu de tenir fixe l'extrémité du bras du frein opposée à l'arbre, on la mettra en liberté, et l'on y suspendra un poids, que l'on augmentera jusqu'à ce qu'il maintienne le bras dans une position horizontale ; il fera alors équilibre au frottement, il le mesurera.

M. de Prony qui le premier, en 1821, a fait usage, ou moins en grand, d'un tel frein, l'a disposé à peu près comme le représente la figure 52. Il consiste en deux pièces de bois embrassant une portion de l'arbre, l'une en dessus et l'autre en dessous, et que



L'on presse plus ou moins contre lui, à l'aide de fortes vis : à l'extrémité de la pièce supérieure est suspendu un poids. Durant le mouvement, on serre le frein, jusqu'à ce que cette pièce soit soulevée avec sa charge et maintenue dans une position horizontale.

Mais bien souvent ce frein ne saurait être adapté immédiatement à l'arbre ; l'adaptation exigerait que cette pièce fût entaillée, tournée, etc., quelquefois même elle en entraînerait la dégradation. Pour éviter ces graves inconvénients, comme pour rendre un même frein d'un usage presque général, ainsi que d'un usage plus facile et plus sûr dans ses résultats, M. Egen, ingénieur allemand, ne le place plus immédiatement sur l'arbre, mais sur un manchon en fonte, qu'il y fixe au moment de l'opération. Ce manchon ou collier à gorge, BBB ; est formé de deux moitiés semi-circulaires, dont l'une est mise dessus et l'autre dessous l'arbre A, et que l'on joint et assemble ensuite bien fixement par des vis : à l'aide de six autres vis *b, b, b*, on centre ce collier aussi bien que possible par rapport à l'axe de rotation, et puis on le fixe à l'arbre au moyen de cales en bois chassées avec force dans l'intervalle qui reste entre eux. Sa partie inférieure est embrassée, dans sa gorge, par une large chafne, ou bande de friction CCC, formée de pièces de forte tôle jointes à charnière : ses deux extrémités D et E, également en une telle tôle, se soudent à deux forts boulons qui traversant le bras HG du frein ; et qui sont terminés en forme de vis : celles-ci passent dans les écrous *d*, que l'on tourne avec une longue clé, et à l'aide desquels on tend et serre à volonté la bande de pression. Le bras ou levier est une pièce de bois de 0<sup>m</sup>15 à 0<sup>m</sup>20 d'équarrissage et de 2<sup>m</sup>, 3<sup>m</sup> ou 4<sup>m</sup> et plus de long. Près de son extrémité, en *i*, il est traversé par un crochet, auquel on suspend le plateau destiné à recevoir les différents poids que l'on aura à employer. Entre le bras et le collier en fonte, est un coussinet de bois dur et dont la concavité, qui frotte sur la partie supérieure du collier, est revêtue d'une forte bande de bronze ou de métal de cloche, pour avoir partout des frottements de métal contre métal. Le coussinet, ainsi que l'arbre, est traversé par un petit entonnoir, d'où coule, pendant le travail, un filet d'huile ou simplement un filet d'eau sur le collier, afin de prévenir un trop grand échauffement des surfaces frottantes.

Lors de l'opération, après avoir chargé le plateau des poids qu'un premier essai a fait trouver convenables, et après que le

Fig. 99.

mouvement s'est bien établi, l'expérimentateur, appuyant une main sur le bras du frein, afin de juger de la force avec laquelle il tend à s'élever, et tenant de l'autre la clef d'un des écrous, lâche ou serre la chaîne de friction jusqu'à ce que le bras n'oscille que peu autour de la position horizontale. Au reste, on a établi préalablement des points d'arrêt solides, pour maintenir les oscillations entre de certaines limites, et pour empêcher les accidents auxquels une secousse inattendue pourrait donner lieu. Je renvoie d'ailleurs, pour les détails de la construction du frein et pour la manière de s'en servir, aux ouvrages de MM. Egen et Morin qui en ont fait un fréquent usage (1).

293. Du poids,  $\Pi$ , qui maintient le frein dans sa position horizontale, position d'équilibre, déduisons la valeur de l'effet dynamique, ou de l'action totale des résistances au mouvement. La principale d'elles est le frottement qui a lieu sur l'arbre ou sur le collier embrassé par le frein; on a en outre quelques résistances passives, telles que le frottement sur les tourillons de l'arbre, la résistance de l'air: désignons par  $\Pi'$  le poids représentant l'effort du frottement, par  $v'$  la vitesse de rotation de la partie sur laquelle il s'exerce, par  $\Sigma \omega$  la somme des résistances passives, enfin par  $v''$  la vitesse du point auquel on les rapporte; il viendra  $E = \Pi'v' + \Sigma \omega v''$ . Si le frottement du frein agit d'un côté comme résistance au mouvement, de l'autre, il est la force qui tient en équilibre le poids  $\Pi$  porté par le bras du frein; de sorte que si  $v'''$  est la vitesse que ce poids tend à prendre, et qu'il prendrait s'il était entraîné par le mouvement de rotation, on aura encore  $\Pi'v' = \Pi v''' = 0,1047 \Pi L N$ ,  $L$  étant la longueur du bras du levier ou la distance de centre de rotation au point de suspension du poids, et  $N$  le nombre de tours de l'arbre en une minute; car  $v''' = \frac{\pi \cdot 2 L \cdot N}{60} = 0,1047 \Pi L N$ . Mettant cette valeur de  $\Pi'v'$  dans l'équation ci-dessus, elle devient

$$E = 0,1047 \Pi L N + \Sigma \omega v''.$$

Dans l'application,  $\Pi$  représentera le poids mis dans le plateau, plus celui du plateau, plus celui du levier rapporté au point de

(1) *Untersuchungen über den Effect einiger in Rheintland-Westphalen bestehenden Wasserwerke*. 1831, pag. 56 et suiv.

*Expériences sur les roues hydrauliques, etc.*, 1836, pag. 5 à 11.

suspension. Le terme,  $\Sigma w''$ , somme des résistances que la force imprimée à la roue a été obligée de vaincre avant d'atteindre la partie de la machine à laquelle le frein est adapté, se déterminera par les formules du frottement, etc. ; plus il sera grand, plus les résultats du calcul altéreront la certitude du résultat qu'il convenait de tenir de l'expérience, et qu'on n'en tiendra qu'en partie.

Si, dans une machine composée de plusieurs mobiles ou pièces différentes, on établit le frein sur la première, sur le *recepteur*, le terme  $\Sigma w''$  sera petit ; s'il l'était beaucoup, le frein, par l'autre terme, par celui qui lui est propre  $0,105 \Pi L N$  ( $= 0,0014 \Pi L N$  chevaux), donnerait à peu près l'*effet total* ou la *force de la machine* : s'il pouvait se placer sur la dernière pièce, l'*opérateur*, il donnerait l'*effet utile*.

294. Résumons nos dénominations et désignations. Dans la recherche des effets d'une machine hydraulique nous aurons à distinguer :

Résumé  
du chapitre.

1° La *force entière du courant moteur* : c'est  $PH$ ,  $P$  étant le poids de l'eau que le courant fournit en une seconde, et  $H$  la chute totale.

2° La *force imprimée à la machine*, ou simplement la *force de la machine* : c'est  $Kv$ ,  $K$  représentant l'effort exercé par le courant sur la partie ou le point de cette machine qu'il atteint, et  $v$  la vitesse de ce point. Dès que le mouvement est bien établi, cette force est égale à l'*effet dynamique* total produit, effet dont l'expression est  $p v$ ,  $p$  étant le poids équivalant à la somme des efforts de toutes les résistances au mouvement, après que chacun de ces efforts a été réduit à ce qu'il serait, s'il s'exerçait sur le même point de la roue que l'effort  $K$  du moteur, mais dans une direction opposée.

3° Enfin, l'*effet utile* de la machine : ce sera  $p'v$ ,  $p'$  étant  $p$  moins l'effort des résistances passives.

Ces forces et ces effets sont communément expri-

més par un certain nombre ou de kilogrammes élevés à 1<sup>m</sup> en 1'', ou de chevaux-vapeur.

Les dénominations de *force du moteur*, *force de la machine*, *effet utile produit*, me paraissent aussi expressives qu'exactes : elles sont dans le génie de notre langue comme dans celui de la science. Il me semble qu'il n'en est pas tout autant des dénominations maintenant très usitées de *travail du moteur*, *travail disponible*, *travail utilisé* ; expressions auxquelles les divers auteurs qui les emploient donnent quelquefois des acceptions différentes.

## CHAPITRE II.

### DES ROUES HYDRAULIQUES

#### ET DES MACHINES DE ROTATION EN GÉNÉRAL.

Diverses  
espèces de  
roues.

295. Autrefois on n'avait guère, en France, les provinces méridionales exceptées, que des *roues verticales*, c'est-à-dire des roues dont tous les points se meuvent dans des plans verticaux, et dont l'axe de rotation est par conséquent horizontal. On les divisait, d'après la forme de la partie qui reçoit immédiatement l'action de l'eau motrice, en *roues à aubes* ou à *palettes*, et en *roues à augets* ou à *pots*. Les premières se sous-divisent encore, et d'après la forme des aubes, qui peuvent être ou *planes* ou *courbes* ; et suivant qu'elles se meuvent dans un coursier ou *rectiligne* ou *circulaire* : dans les secondes, les roues à augets, on distingue le cas où elles reçoivent l'eau sur le sommet, de celui où elles la prennent au-dessous.

On a en outre des *roues horizontales*, dont l'axe de mouvement est vertical. Les uns sont simples et conservent le nom de roues, ou de *rouets* en quelques lieux : les autres, d'une construction plus compliquée, sont les *turbines* et les *roues à réaction*.

Le tableau synoptique suivant présente l'ensemble de ces diverses espèces de machines de rotation.

|       |                              |                                                   |                    |                                                                                                                                                  |
|-------|------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ROUES | verticales . .               | à aubes . . .                                     | plane ,<br>dans un | {<br>coursier { rectiligne. <i>R. en-dessous.</i><br>circulaire.                                                                                 |
|       |                              |                                                   |                    |                                                                                                                                                  |
|       | à augets ,<br>recevant l'eau |                                                   |                    | {<br>courbes. <i>Roues de M. Poncelet.</i><br>au sommet. <i>Roues en dessus.</i><br>au-dessous du sommet.                                        |
|       |                              |                                                   |                    |                                                                                                                                                  |
|       | horizontales                 | à aubes . . .                                     |                    | {<br>frappées par une veine isolée.<br>placées dans un cylindre. <i>Moulins à cuve.</i><br>hors d'un cylindre. <i>Turbines de M. Fourneyron.</i> |
|       |                              | à couloirs. <i>Turbine de M. Burdin.</i>          |                    |                                                                                                                                                  |
|       |                              | à réaction. <i>Roues de Segner, d'Euler, etc.</i> |                    |                                                                                                                                                  |

Nous allons examiner successivement ces diverses roues. Mais rappelons avant que ce *Traité d'hydraulique* n'est point un *Traité de machines*, où l'on aurait à faire connaître les détails de leur construction : nous ne pouvons en donner qu'une idée suffisante pour mettre bien à même d'apprécier l'effet dynamique d'un courant d'eau, qui agit par leur intermédiaire.

Les Allemands, qui ne font guère usage que des roues verticales, les distinguent d'après le point de leur hauteur où elles reçoivent l'eau motrice, et ils ont les *Oberschlächtige Wasserräder* (roues hydrauliques frappées en dessus), qui la reçoivent sur le sommet; les *Unterschlächtige Wasserräder* (roues frappées en dessous), qui la reçoivent sur leur partie inférieure; les *Mittelschlächtige Wasserräder* (roues frappées au milieu), où elle est reçue entre le sommet et le bas.

Les Anglais ont admis une division et des dénominations pareilles, et ils ont des *Overshott-Wheel*, des *Undershott-Wheel* et des *Breast-Wheel* (roues frappées à la poitrine, expression qui a été très improprement traduite par *roues de côté*): ils sous-divisent de plus, et fort convenablement, cette dernière espèce en *high-breast* et *low-breast* (hautes et basses), selon qu'elles sont frappées au-dessus ou au-dessous du diamètre horizontal.

Modes d'action de l'eau.

296. L'eau agit sur les roues ou par son poids, ou par son choc, ou par sa force centrifuge, ou par réaction. Donnons ici de premières notions sur chacune de ces manières d'agir, et remarquons avant qu'il est très rare qu'une d'elles s'exerce seule sur une roue hydraulique : le plus souvent deux, ou même trois, agissent simultanément, et quelquefois à degrés presque égaux. La force centrifuge se retrouve sur toutes les aubes courbes.

Action du poids.

D'après ce qui a été exposé dans le chapitre précédent, l'effet produit par un courant qui fournit  $P^h$  d'eau en 1" et qui agit, par son poids et en entier, sur une roue, où il occupe une hauteur verticale de  $h^m$ , sera  $Ph^m$ . On en verra d'ailleurs plus bas (351) une démonstration directe.

Action du choc. Conséquences générales.

297. Nous avons déjà traité à peu près de tous les cas du choc de l'eau sur les solides; considérons ici d'une manière spéciale celui qui est relatif à nos machines, et indiquons quelques conséquences générales qu'on en a déduites.

Prenons le cas le plus simple, celui d'une roue à aubes exactement encastrée dans un coursier rectiligne : supposons qu'elle y reçoive le choc d'un courant d'eau arrivant avec une vitesse  $V$ , et qu'après la collision elle ne soit plus, comme celle des aubes, que  $v : V - v$  sera la vitesse perdue. L'effort du choc sur la roue aura pour expression (252 et 242)  $\frac{1000sV}{g} (V - v)$  : mais  $1000sV$  est le poids de l'eau fournie par le courant en 1", poids que nous avons désigné par  $P$ ; de sorte que l'effort ou la pression hydraulique sera  $\frac{P}{g} (V - v)$ . En la multipliant par

la vitesse  $v$  du point sur lequel elle s'exerce, on aura pour l'action dynamique du choc, ou pour l'effet dynamique par lui produit,

$$\frac{P}{g} (V - v)v.$$

Cette expression peut s'écrire ainsi qu'il suit :

$$P \left( \frac{V^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} - \frac{(V - v)^2}{2g} \right); \text{ ou } P (h - h' - h''),$$

en désignant par  $h, h', h''$  les hauteurs dues respectivement aux trois vitesses  $V, v$  et  $V - v$ .

Les deux derniers termes dans la parenthèse diminuent manifestement l'effet produit. S'ils étaient nuls, cet effet serait  $Ph$ , et par conséquent le plus grand de ceux que le courant donné peut produire (290); car ici  $h$  représente toute la chute dont on a à disposer. Pour que le premier des deux derniers termes fût nul, il faudrait que  $v$  le fût aussi; or  $v$ , dans l'expression ci-dessus, se rapporte aussi à la vitesse que l'eau conserve après le choc, ou en quittant la roue: il est d'ailleurs évident que lorsque le fluide moteur abandonne une machine, en conservant une certaine vitesse, il possède encore une action motrice représentée par le produit de son poids et de la hauteur due à cette vitesse; pour qu'il eût imprimé toute celle qu'il avait d'abord, il faudrait qu'il ne lui en restât plus aucune, et par conséquent que sa vitesse absolue, en abandonnant la machine, fût zéro. Pour que le dernier terme aussi se trouvât nul, il faudrait que  $V - v$ , ou la vitesse perdue par le choc, fût nulle; ce qui ne peut avoir lieu qu'autant qu'il n'y a pas de choc à l'arrivée du fluide sur la roue.

$\frac{P}{g}$  est la masse du fluide dont  $P$  est le poids : si on la désigne par  $M$ , l'expression de l'effet dynamique pourra être mise sous cette autre forme

$$Ph - \frac{1}{2} Mv^2 = \frac{1}{2} M(V - v)^2.$$

Mais le produit de la masse d'un corps par le carré de la vitesse dont il est animé est la force-vive de ce corps, on pourra donc dire aussi que *l'effet dynamique est égal à la force du moteur employée à le produire, moins la moitié de la force-vive que possède encore l'eau lorsqu'elle quitte la machine, et moins la moitié de la force-vive qu'elle perd en y entrant ou dans le trajet qu'elle y fait.*

Il y a plus d'un siècle que Bernoulli avait signalé la première de ces pertes d'effet, celle qui provient de la vitesse que le fluide conserve encore lorsqu'il sort de la roue. Peu de temps après, Euler reconnut la seconde; et il observa qu'un courant d'eau produit son plus grand effet, sur certaines machines de rotation, lorsqu'il les atteint avec une vitesse égale à la leur. Enfin, Borda, dans son important *Mémoire sur les roues hydrauliques* (1), s'exprima avec plus de précision et de généralité : après avoir appelé  $z$  la vitesse avec laquelle l'eau abandonne la machine et  $\frac{P}{g} u^2$  la somme des pertes de force-vive éprouvées, il donna, comme corollaire général des principes qu'il avait démontrés dans ce Mémoire, la relation  $p\nu = P(h - \frac{z^2}{2g} - \frac{u^2}{2g})$ , qui est exactement celle que nous avons établie,  $p\nu$  étant l'effet dynamique total. Borda remarqua encore que dans le cas du plus grand effet,  $u = 0$  et  $z = 0$ ; qu'alors  $p\nu = Ph$ , et qu'il serait absurde d'admettre qu'on pût avoir da-

(1) *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris*, Année 1767.



vantage. Carnot, dans ses profondes observations sur le mouvement des corps, énonce le même résultat en ces termes : « Pour qu'une machine produisit tout son effet, il faudrait, 1° faire en sorte que le fluide perdît absolument tout son mouvement par son action sur elle; 2° qu'il perdît tout ce mouvement par degrés insensibles, et sans qu'il y eût aucune percussion (1). »

De sorte que, POUR PRODUIRE TOUT SON EFFET, IL FAUT QUE L'EAU MOTRICE ARRIVE ET AGISSE SANS CHOC SUR LA ROUE, ET QU'ELLE LA QUITTE SANS VITESSE. Ce principe servira souvent de base à la théorie des machines en mouvement.

298. Lorsqu'un corps se meut sur une surface courbe, à chaque instant il tend à poursuivre son mouvement en ligne droite, et par suite à s'éloigner du centre. Si  $m$  est la masse du corps,  $u$  sa vitesse sur la courbe en un moment donné,  $r$  le rayon de courbure, il tendra à s'éloigner du centre avec une vitesse de  $\frac{u^2}{r}$ , et avec une force de  $\frac{mu^2}{r}$  (Poisson, *Mécan.*, § 169) : cette force, qui est la *force centrifuge*, sera l'effort ou la pression que le corps exercera normalement contre l'élément de la surface sur laquelle il se trouve. Si cet élément appartient à une machine de rotation dont  $\omega$  serait la *vitesse angulaire*, c'est-à-dire la vitesse des molécules placées à 1<sup>m</sup> de l'axe, on a  $u = \omega r$ , et  $m\omega^2 r$  pour l'effort.

Action  
de la force  
centrifuge.

Supposons maintenant que le corps  $m$  se meuve sur l'aube  $de$  de la figure 102, par exemple, et désignons par  $R$  et  $R'$  les rayons respectifs  $Od$  et  $Oe$ ;

(1) *Principes généraux du mouvement et de l'équilibre*, pag. 249.

l'effort en  $d$  sera  $mv^2R$ . Le corps  $m$ , tout en l'exerçant, s'avancera, dans le sens des rayons, de l'espace  $dR$ , en un instant infiniment petit; et la quantité d'action imprimée le long de cet espace élémentaire sera  $mv^2RdR$ . Intégrant cette expression de  $d$  en  $e$ , ou entre les rayons  $R$  et  $R'$ , il vient  $\frac{1}{2}mv^2(R'^2 - R^2)$  pour la quantité totale d'action imprimée à l'aube par la force centrifuge de la masse  $m$ . Je donnerai ailleurs (391 et 392) une démonstration synthétique de ce théorème et de quelques autres relatifs à la même force.

De  
la réaction.

299. Tout corps qui agit sur un autre, qui le presse, par exemple, éprouve de la part de celui-ci une *réaction* égale et directement opposée à l'action exercée : c'est un principe général de mécanique. De même, lorsqu'une force, la gravité ou toute autre, poussant un fluide, le fait sortir par l'orifice d'un vase, le fluide, ou la force qu'on peut se représenter comme un ressort interposé entre ses molécules, réagit contre la partie opposée du vase, dans une direction exactement contraire à celle du mouvement imprimé et avec une intensité entièrement égale, comme on le verra à l'article des *machines à réaction* (401).

Notations  
admis dans  
le calcul  
des effets.

300. Avant de passer à l'examen des différentes roues, j'indique l'acception des lettres qui entreront dans le calcul de leurs effets; la même lettre désignera, dans tout ce chapitre, une même chose, quelle que soit l'espèce de roue en question. Ainsi on aura toujours

$H$  = Chute totale de l'eau. Cette chute, lorsqu'on la prend pour mesurer la force entière du

courant, est la différence de niveau des surfaces fluides du bief supérieur et du bief inférieur (280). Mais, pour les roues hydrauliques, on la compte depuis le niveau du bief supérieur ou du réservoir, jusqu'au point le plus bas de la roue, ce point pouvant être descendu jusqu'au niveau du bief inférieur, lorsque ce niveau est constant.

$V$  = Vitesse du fluide à son arrivée au point de la roue sur lequel il exerce son action.

$v$  = Vitesse de la roue au centre de percussion du fluide. La distance de ce centre à l'axe de rotation est le *rayon dynamique* de la roue.

$h$  = Portion de la chute comprise entre le niveau du réservoir et ce même centre. Ce serait la hauteur due à  $V$ , si cette vitesse n'éprouvait aucun déchet depuis le réservoir jusqu'à la rencontre de la roue.

$h_1$  = Hauteur réellement due à  $V$ ; ainsi  $h_1 = \frac{V^2}{2g}$ .

Nous ferons  $h_1 = h (1 - \mu)$ ,  $\mu$  étant une quantité relative aux déchets susmentionnés.

$h'$  = Hauteur due à la vitesse  $v$ :  $h' = \frac{v^2}{2g}$ .

$h''$  = Hauteur due à la vitesse  $V - v$ :  $h'' = \frac{(V-v)^2}{2g}$   
 $= \frac{(\sqrt{2gh_1} - v)^2}{2g}$ .

$P$  = Poids de l'eau fournie, en  $l''$ , par le courant moteur.

$Q$  = Volume de cette même eau.  $P = 1000 Q$ .

$K$  = Effort exercé par le moteur sur la roue.

$\rho$  = Poids représentant la somme de toutes les

résistances que le moteur a à surmonter.

$E$  = Effet dynamique produit par la roue, ou force à elle imprimée par le moteur.  $E = p\nu$ .

$n$  = Rapport de l'effet réel à l'effet théorique ou à la force imprimée déduite du calcul.

$m$  = Rapport de l'effet réel à la force du moteur :  

$$m = \frac{p\nu}{PH}.$$

## ART. 1<sup>er</sup>. Des roues verticales

### 1. A aubes planes

#### a. Contenues dans un coursier rectiligne.

Roue à aubes.  
 Ses parties  
 principales.

301. Il s'agit ici des *roues à aubes* proprement dites. Ce sont les plus simples des roues, celles dont autrefois on faisait presque toujours usage ; on les emploie souvent encore aujourd'hui, principalement pour les petites chutes, celles au-dessous de 1<sup>m</sup>50.

Fig. 50 et 51.

Une telle roue consiste : 1° en un *arbre tournant* ; 2° en deux *jantes* ou cercles, et même en trois dans les roues fort larges ; 3° en *bras* ou *rayons*, qui fixent chaque jante à l'arbre et que l'on assemble de diverses manières, comme on le voit dans les figures ; 4° en *bracons*, fortes chevilles en bois implantées et retenues sur les jantes ; 5° en *aubes* clouées ou boulonnées sur les bracons ; 6° assez souvent, enfin, en *contre-aubes* ou plauches fixées à plat contre les jantes, et fermant une partie de l'intervalle d'une aube à l'autre.

L'eau motrice est menée à la roue par un *coursier*, dont les parois touchent presque les aubes, ne laissant que le jeu nécessaire au mouvement. Elle est

donnée au coursier par un *vannage*, dont la pelle se lève à une plus ou moins grande hauteur, selon que l'on veut en donner plus ou moins.

Je n'entrerais dans aucun détail de construction ; seulement, et en vue de fournir des documens propres à diriger l'ingénieur chargé de l'établissement d'une telle roue, je vais faire quelques observations sur la meilleure disposition et sur les dimensions principales à donner aux parties qui ont une influence immédiate sur l'effet de la machine, à savoir la vanne, le coursier et les aubes : ces observations sont applicables à plusieurs des roues dont il sera ultérieurement question.

302. La masse fluide, à sa sortie du vannage, éprouve une contraction ; puis, en se dilatant, elle joint les parois du coursier et elle les suit. Lors même qu'à la section de plus grande contraction, elle aurait la vitesse due à la hauteur du réservoir, elle en perd ensuite une portion notable et par l'effet de la dilatation et par celui du frottement contre le coursier, s'il est un peu long ; de sorte qu'assez souvent elle n'arrive aux aubes qu'avec les trois quarts de cette vitesse.

Vannage.

On prévient une telle diminution de vitesse et par conséquent de force : 1° en établissant la vanne aussi près que possible de la roue ; on rend ainsi presque insensible la résistance du coursier. 2° En disposant le pertuis de manière à réduire la contraction autant qu'il se peut : à cet effet, on tient son fond et ses parois latérales (en amont de l'ouverture) sur le prolongement du fond et des parois du coursier ; et l'on évase son entrée ou celle du caual

d'amenée qui le précède de façon que la coupe horizontale de cette entrée ait la forme représentée par la figure 4. 3° On incline la vanne et toute la partie antérieure du vannage; cette inclinaison met à même de porter l'orifice plus près des aubes, et elle rapproche le pertuis des buses pyramidales où la contraction est presque nulle (51). Des expériences faites par M. Poncelet mettent hors de doute le bon effet de l'inclinaison; une vanne inclinée de 63° à l'horizon (1 de base sur 2 de hauteur) lui a donné 0,75 pour coefficient de contraction, et il a eu 0,80 avec un angle de 45° (1 de base sur 1 de hauteur); une vanne droite, dans les mêmes circonstances, eût donné environ 0,70 (1). En disposant son vannage de la manière qui vient d'être indiquée, ce savant est venu à bout de faire arriver, sur les aubes de la roue, le courant moteur avec une vitesse peu différente de celle qui était due à la hauteur du réservoir : il est vrai que l'ouverture de la vanne était grande, et la diminution de vitesse est d'autant moindre que cette ouverture est plus considérable.

Si, sans perte de chute, on pouvait lancer immédiatement sur les aubes, l'eau, en la faisant sortir d'un orifice en mince paroi ou d'une buse pyramidale, la vitesse n'éprouverait que quelques centièmes de diminution.

Coursier.

303. Immédiatement après la vanne, le coursier se dirige, avec une légère inclinaison, vers la roue ;

(1) *Mémoires sur les roues hydrauliques verticales à aubes courbes*. 1827, pag. 78 et suiv. Dans ces expériences, l'ouverture de la vanne était prise perpendiculairement au fond du coursier.

il passe dessous, et il se continue en ligne droite (fig. 50).

Sa largeur se détermine par le volume d'eau qu'il doit conduire : l'épaisseur de la lame fluide dans le coursier (en supposant, pour un instant, que la roue est enlevée) ne doit guère être au-dessus de  $0^m25$ , ni au-dessous de  $0^m15$ . Si elle était plus petite, la quantité d'eau qui s'échappe entre le radier et le bord inférieur des aubes, sans exercer aucune action sur elles, serait proportionnellement trop grande ; et la force du courant en serait notablement diminuée. Pour que cette diminution soit aussi petite que possible, on ne donnera à l'intervalle qu'il faut nécessairement laisser entre les parois du coursier et le bord des aubes, que de  $0^m01$  à  $0^m02$ .

Maintenant, et pour peu qu'on tienne à des constructions soignées, on ne fait plus de coursiers entièrement rectilignes. Leur fond ou *radier* doit arriver au niveau du bord inférieur de la deuxième aube en amont du diamètre vertical : là, il se courbe concentriquement à la roue jusqu'à l'aplomb de ce diamètre ; puis il baisse subitement d'un décimètre au moins, et finalement, il se poursuit avec la pente permise par la localité (fig. 51). Sa largeur, immédiatement avant d'être aux aubes, est un peu plus petite que la leur : elle augmente ensuite et vient embrasser les aubes au delà du diamètre vertical. Par ces dispositions, l'eau, en arrivant à la roue, la choque avec toute sa masse, sans éprouver de déchet par les intervalles ; puis, l'abaissement et l'élargissement du coursier favorisent le dégagement du fluide et il ne gêne plus le mouvement. Voyez

encore l'ouvrage précité de M. Poncelet pour le bon établissement des coursiers.

Aubes.  
Dimensions.

304. D'après ce qui vient d'être dit, la largeur des aubes est fixée par celle du coursier et par la grandeur des intervalles. Leur hauteur, ou dimension dans le sens du rayon de la roue, doit être telle que, dans le plus fort rehaussement de l'eau contre la première aube choquée, une portion du fluide, qui tend à dépasser son bord supérieur, quoique retenue par la contre-aube, ne perde pas une partie de son action : on prévient cette perte en donnant à la hauteur des aubes environ trois fois l'épaisseur de la lame d'eau dans le coursier, sans toutefois dépasser 0<sup>m</sup>65. La distance d'une aube à l'autre, mesurée sur la circonférence extérieure de la roue, sera un peu moindre que leur hauteur.

Diamètre  
de la roue.

305. Leur nombre dépendra donc de la grandeur de la circonférence ou du diamètre, et cette grandeur est à peu près arbitraire.

L'effet dynamique de la roue n'est en rapport qu'avec la vitesse des aubes : il ne commande en quelque sorte que cette vitesse, et elle est indépendante du diamètre. Lorsqu'il s'agit d'en fixer la longueur, on se détermine ordinairement par le nombre de tours qu'il convient que la roue fasse, en un certain temps, pour que la transmission du mouvement à la partie de la machine qui opère le travail utile, et qui doit avoir en conséquence une certaine vitesse, s'effectue avec le plus de simplicité, et avec le moins d'engrenages et d'intermédiaires possibles, si toutefois on ne peut se dispenser d'en employer. On fait encore en sorte que la roue ait une vitesse



et des dimensions propres à lui faire remplir l'office de volant, de manière à ce que l'uniformité du mouvement soit convenablement entretenue. Si  $u$  est la vitesse à l'extrémité des aubes,  $N$  le nombre de tours voulus en une minute, le diamètre sera  $\frac{60u}{\pi N}$  ou  $19,1 \frac{u}{N}$ . Pour les cas d'un bon effet, on aura à peu près  $u = 1,7 \sqrt{H}$ ; et par conséquent le diamètre sera  $\frac{32}{N} \sqrt{H}$ . Au reste, dans la pratique on ne lui donne guère moins de 4<sup>m</sup> ni plus de 8<sup>m</sup>.

306. Suivant la grandeur du diamètre adopté, on donnera à la roue le nombre d'aubes indiqué ci-contre. Ce nombre est divisible par quatre; ce qui provient de ce que les constructeurs sont dans l'usage de mettre un nombre entier d'aubes dans chacun des quatre quarts de la roue. On peut d'ailleurs, sans aucun désavantage, augmenter de 4 chacun des nombres du tableau.

| DIAMÈTRE. | AUBES. |
|-----------|--------|
| 4         | 28     |
| 5         | 32     |
| 6         | 36     |
| 7         | 40     |
| 8         | 44     |

Nombre.

Bossut, en faisant élever un même poids à une petite roue de 1<sup>m</sup>07 de diamètre, tantôt avec 48, tantôt avec 24 aubes, a obtenu des effets qui étaient entre eux dans le rapport de 4 à 3, et il en a conclu qu'il fallait mettre aux roues un nombre d'aubes beaucoup plus grand que celui qu'on leur donne ordinairement (*Hydrodyn.*, § 1029 et suiv.). Mais son coursier était rectiligne; et dans un tel coursier la roue prend des positions où l'intervalle entre le radier et le bord des aubes est d'autant plus grand, que leur nombre est plus petit; d'où il résulte qu'une plus grande quantité d'eau se perd sans exercer d'action. Smeaton, à qui ce fait était bien connu, a remarqué qu'il n'a plus lieu, et qu'en diminuant le nombre d'aubes on ne diminue plus l'effet, lorsqu'on courbe le radier concentriquement à la roue, et qu'il suffit

que la longueur de la partie courbée soit assez grande pour qu'une aube y entre avant que l'autre en soit sortie (1).

Inclinaison.

307. Quelques mécaniciens ont pensé qu'on augmenterait notablement l'effet dynamique en inclinant les aubes sur la direction du rayon, et ils leur ont donné une telle inclinaison. Mais ce qui peut être avantageux pour une roue plongeant dans un fluide indéfini (329), ne l'est plus pour celle qui serait établie sur un coursier. Bossut ayant comparé des effets obtenus avec des aubes inclinées de  $0^{\circ}$ ,  $8^{\circ}$ ,  $12^{\circ}$  et  $16^{\circ}$ , les a trouvés respectivement comme les nombres 1, 0,949, 0,956 et 0,998 (*Hydrodynam.*, § 1043) : de sorte que, dans ces expériences, les seules qui me soient connues, l'inclinaison n'a donné que du désavantage.

Dans le cas seulement où une roue plongerait accidentellement dans l'eau du canal de fuite (car on ne saurait admettre qu'elle y plonge d'ordinaire ; son établissement serait vicieux et il faudrait le changer), l'inclinaison des aubes favoriserait leur dégagement ; ou plutôt, elle ferait qu'après avoir dépassé la verticale, les aubes ne prendraient pas et n'élèveraient pas une certaine quantité d'eau, qui, agissant dans un sens contraire au mouvement, diminuerait l'effet.

On obvie convenablement à un tel inconvénient, dans les larges roues établies sur des bras de rivière, où la chute est très petite, où, de crainte de la diminuer encore, on n'élève pas la machine, et lorsque les aubes sont composées de pièces ou douves diffé-

---

(1) *Recherches expérimentales sur l'eau et le vent*, pag. 24.

rentes, en inclinant un peu, mais de plus en plus, ces pièces à mesure qu'elles approchent du bord extérieur de la roue.

308. On a cherché encore à augmenter l'effet dynamique, en entourant les aubes de rebords, pareils à ceux dont il a été déjà question (239 et 253). Mais nous avons observé que leur action était peu considérable, lorsque les palettes qui reçoivent le choc du fluide sont placées dans un coursier. Elle sera moindre encore sur les aubes d'une roue; et, dans des expériences que M. Poncelet a faites sur un moulin de la poudrerie de Metz, les rebords n'ont augmenté l'effet que d'un quinzième.

Rebords.

On produit, et plus sûrement encore, un effet analogue au leur en fixant et comprenant les aubes entre deux plateaux circulaires, tels que ceux qui forment la couronne des roues à augets.

Dans des roues étroites, des aubes en fonte légèrement cylindriques, l'axe du cylindre étant dans la direction du rayon, produisent l'effet des rebords.

309. Lorsqu'on met en mouvement une machine en repos, et qu'à cet effet on ouvre la vanne, le fluide se précipite avec force contre l'aube qui lui est opposée, il s'y élève et il la déborde de toutes parts; continuellement pressé par celui qui arrive sans interruption, il exerce un effort plus grand que lorsque le mouvement est établi. Une portion de cet effort se met en équilibre avec celui des résistances à vaincre; la portion excédante agit, dans le premier moment, pour rompre l'adhérence contractée, durant le repos, par les pièces de la machine qui doivent se mouvoir les unes sur les autres; et

Mise en mouvement de la roue.

puis, luttant contre l'inertie des masses, elle accélère de plus en plus le mouvement. A mesure que la vitesse de la roue s'accroît, son action devient de plus en plus faible (puisque cette action est proportionnelle à la vitesse relative) : bientôt l'accélération, diminuant graduellement, devient insensible et comme nulle ; et la roue, après quelques tours, par suite de la vitesse imprimée, et en vertu de son inertie, continue de se mouvoir comme d'elle-même, soit d'un mouvement entièrement uniforme, soit avec une vitesse qui, oscillant entre des limites assez rapprochées, peut se réduire à une vitesse moyenne et continue.

Expression  
analytique  
de l'effet.

310. Nous avons déjà vu (252 et 297) que l'action du choc, ou l'effet dynamique par lui produit sur les aubes d'une roue, ou plus exactement sur une palette bien emboîtée dans un coursier et qui marche perpendiculairement devant le fluide, était

$$\frac{P}{g} (V - v)v.$$

En est-il de même pour une suite d'aubes qui se présentent successivement au courant, ou deux ou trois à la fois, et sous divers angles d'inclinaison ? L'expérience seule peut nous fournir des notions à ce sujet : en attendant, admettons que l'action de choc sur la roue est non égale, mais de même nature et ayant une expression de même forme que dessus.

Vitesse,  
charge  
et effet dans  
le cas du  
maximum.

311. Dans cette expression de l'effet, lorsque la roue est mue par un même courant,  $v$  est la seule variable. Si  $v = 0$ , l'effet sera nul ; une machine qui ne se meut pas, ne saurait en produire un. Il sera

encore nul lorsque  $v = V$ ; une roue qui va aussi vite que le courant n'en reçoit aucune action. Il est en outre évident que  $v$  ne peut dépasser  $V$ . De sorte que l'effet augmentera à mesure que la vitesse de la roue, partant de zéro, augmentera; mais jusqu'à un certain point seulement, au delà duquel cet effet diminuera, pour redevenir nul, lorsque la vitesse sera  $V$ : entre ces deux extrêmes il y a donc un *maximum* d'effet. En différentiant la partie variable de l'expression,  $(V-v)v$ , et égalant la différentielle à zéro, il vient  $Vdv - vdv = 0$ ; d'où  $v = \frac{1}{2}V$ : c'est-à-dire qu'une roue à aubes produit son plus grand effet, lorsque sa vitesse est moitié de celle du courant.

L'effort de l'eau sur les aubes est  $\frac{P}{g}(V-v)$  (297): ce sera aussi la valeur de la charge de la machine, c'est-à-dire de la somme des résistances qu'elle peut surmonter, ces quantités étant égales (287).

Pour le cas du *maximum* d'effet, où  $v = \frac{1}{2}V$ , cette charge sera

$$\frac{PV}{2g}.$$

Pour le même cas, l'effet dynamique étant égal à cette charge multipliée par la vitesse correspondante  $\frac{1}{2}V$ , égalera  $\frac{PV^2}{4g}$ , ou, en observant que  $\frac{V^2}{2g} = h$ , (300),

$$\frac{1}{2}Ph.$$

Le plus grand effet dont est susceptible un courant arrivant à une machine, avec  $P$  d'eau et une vitesse due à  $h$ , est  $Ph$ : celui d'une roue à aubes n'en sera donc que moitié.

Si la chute entière  $H$  avait été mise à profit, et qu'il n'y eût eu aucune perte de vitesse, soit à la vanne, soit dans le coursier, on aurait  $h = H$ , et pour l'effet *maximum*

$$\frac{1}{2}PH.$$

D'où l'on conclut que *le plus grand effet que puisse produire un courant d'eau agissant par le choc sur une roue à aubes, et sur une roue hydraulique en général, n'est que moitié du plus grand effet dont il est capable*. Et encore n'a-t-on pu arriver jusqu'à cette moitié, qu'à l'aide de suppositions qui ne peuvent avoir lieu en réalité : elle est une limite qu'on ne pourra atteindre, et dont on sera habituellement assez éloigné, ainsi que nous allons le voir.

Expériences  
de Smeaton.

312. Passons aux modifications que l'expérience doit apporter aux résultats d'une théorie, que nous n'avons d'ailleurs admise qu'avec réserve.

Nous nous arrêterons quelques momens sur cet objet, et parce qu'il s'agit à peu près de la seule roue qui soit mue uniquement par le choc de l'eau, et parce que le champ de l'expérience a été exploité avec succès par un homme d'un mérite supérieur, Smeaton, un des plus célèbres ingénieurs de l'Angleterre. Ses observations ont été faites, il est vrai, bien en petit, sur un modèle de roue n'ayant que 0<sup>m</sup>61 de diamètre : mais elles ont été si bien dirigées vers les principaux points du problème à résoudre, et exécutées avec tant d'habileté, qu'elles nous font fort bien connaître les principales circonstances du mouvement des roues à aubes. Ce n'est même qu'a-

près que Sineaton s'est assuré que leurs résultats étaient conformes à ceux par lui observés sur des roues en grand qu'il les a publiés (1).

Sur l'arbre de la roue s'enroulait un cordon qui passait sur une poulie de renvoi fixée au-dessus de la machine, et qui portait à son extrémité un bassin où l'on mettait à volonté divers poids. L'eau était fournie à la roue par un réservoir que l'on entretenait plein jusqu'à la hauteur voulue.

Les expériences sont partagées en classes et en séries : celles de la même classe ont toutes une même ouverture de vanne ; et, dans celles d'une même série, on a eu outre même hauteur de réservoir, et par conséquent même quantité et même vitesse d'eau motrice, on même force dynamique.

La vitesse du fluide au moment où il allait frapper la roue, ainsi que les résistances passives, étaient déterminées préalablement et directement par l'expérience d'une manière fort ingénieuse, qu'il faut voir dans le mémoire de l'auteur.

Lorsque ces préliminaires étaient remplis, on plaçait d'abord un petit poids dans le bassin ; quand le mouvement était bien établi et devenu uniforme, on comptait le nombre de tours que la roue faisait en 1' ou 60'', et on en concluait la vitesse de l'élévation du poids : c'était la première expérience de la série. Puis, on redescendait le bassin, on y mettait un poids un peu plus fort, et l'on comptait le temps de son élévation. Ainsi de suite pour un troisième, quatrième, etc., poids, jusqu'à ce que le poids, devenu trop fort, arrêtât le mouvement : la série d'expériences était alors terminée. Celui de ses termes où le produit du poids élevé (en y ajoutant le poids représentant les résistances passives) par la vitesse ascensionnelle respective, se trouvait le plus grand, était le terme de l'effet *maximum* de la série.

Sineaton a fait de cette manière vingt-sept séries d'expériences, et il a publié un tableau présentant les circonstances relatives à l'expérience du *maximum* d'effet de chaque série. Le tableau suivant, contenant dix-huit de ces expériences, en est extrait. Les lignes ponctuées transversales qu'on y voit, séparent les six classes

(1) Son Mémoire, lu à la Société royale de Londres en 1759, fait partie des *Recherches expérimentales sur l'eau et le vent*, Traduit de l'anglais par M. Girard.

d'expériences : d'une classe à l'autre, l'ouverture de la vanne augmentait graduellement. — Le titre des colonnes en indique suffisamment le contenu. Je me bornerai à remarquer que, pour chaque expérience,  $A_1 = \frac{V^3}{2g}$ ,  $H = A_1 \frac{\alpha}{\epsilon}$ ,  $\alpha$  étant le nombre de l'expérience ou de la ligne horizontale noté à la septième colonne, et  $\epsilon$  le nombre de la huitième;  $H$  est la hauteur de l'eau du réservoir au-dessus du seuil de la vanne;  $\psi = p\gamma$ ,  $\gamma$  est le nombre correspondant de la neuvième colonne, et  $\psi$  représente, pour chaque série, le poids qui, mis dans le plateau, arrêtait la roue.

| EAU<br>dépendre<br>en l <sup>re</sup> .<br>P | VITESSE<br>du<br>courant.<br>V | VITESSE<br>de<br>la roue.<br>v | POIDS<br>ÉLEVÉ.<br>(Résist.)<br>p | COEFFI.<br>CIENT<br>concha.<br>n | RAPPORTS.     |                   |                 |                  |
|----------------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|---------------|-------------------|-----------------|------------------|
|                                              |                                |                                |                                   |                                  | $\frac{v}{V}$ | $\frac{pv}{PA_1}$ | $\frac{pv}{PH}$ | $\frac{\psi}{p}$ |
| kit.                                         | mét.                           | mét.                           | kl.                               |                                  |               |                   |                 |                  |
| 2,08                                         | 2,79                           | 0,95                           | 0,287                             | 0,74                             | 0,34          | 0,32              | 0,16            | 1,30             |
| 1,84                                         | 2,60                           | 0,89                           | 0,228                             | 0,71                             | 0,34          | 0,32              | 0,17            | 1,33             |
| 1,62                                         | 2,38                           | 0,82                           | 0,172                             | 0,67                             | 0,35          | 0,30              | 0,16            | 1,37             |
| 1,35                                         | 2,06                           | 0,74                           | 0,116                             | 0,64                             | 0,36          | 0,29              | 0,17            | 1,20             |
| 1,01                                         | 1,63                           | 0,60                           | 0,068                             | 0,63                             | 0,37          | 0,29              | 0,18            | 1,11             |
| 0,86                                         | 1,33                           | 0,51                           | 0,044                             | 0,61                             | 0,38          | 0,28              | 0,16            | 1,08             |
| .....                                        | .....                          | .....                          | .....                             | .....                            | .....         | .....             | .....           | .....            |
| 2,59                                         | 2,67                           | 0,98                           | 0,296                             | 0,66                             | 0,37          | 0,31              | 0,18            | 1,27             |
| 2,15                                         | 2,29                           | 0,83                           | 0,230                             | 0,72                             | 0,36          | 0,33              | 0,19            | 1,15             |
| 1,77                                         | 2,00                           | 0,79                           | 0,133                             | 0,61                             | 0,40          | 0,29              | 0,20            | 1,15             |
| 1,27                                         | 1,46                           | 0,67                           | 0,061                             | 0,60                             | 0,45          | 0,30              | 0,21            | 1,11             |
| .....                                        | .....                          | .....                          | .....                             | .....                            | .....         | .....             | .....           | .....            |
| 2,70                                         | 2,29                           | 0,92                           | 0,255                             | 0,68                             | 0,40          | 0,32              | 0,23            | 1,25             |
| 2,49                                         | 2,10                           | 0,85                           | 0,201                             | 0,63                             | 0,41          | 0,31              | 0,22            | 1,24             |
| 1,72                                         | 1,52                           | 0,75                           | 0,085                             | 0,62                             | 0,49          | 0,30              | 0,23            | 1,04             |
| .....                                        | .....                          | .....                          | .....                             | .....                            | .....         | .....             | .....           | .....            |
| 2,71                                         | 2,16                           | 0,86                           | 0,228                             | 0,63                             | 0,40          | 0,30              | 0,24            | 1,09             |
| 1,98                                         | 1,52                           | 0,78                           | 0,095                             | 0,63                             | 0,51          | 0,31              | 0,24            | 1,08             |
| .....                                        | .....                          | .....                          | .....                             | .....                            | .....         | .....             | .....           | .....            |
| 2,68                                         | 1,91                           | 0,87                           | 0,173                             | 0,61                             | 0,46          | 0,30              | 0,24            | 1,06             |
| 2,32                                         | 1,59                           | 0,78                           | 0,111                             | 0,58                             | 0,49          | 0,29              | 0,24            | 1,06             |
| .....                                        | .....                          | .....                          | .....                             | .....                            | .....         | .....             | .....           | .....            |
| 2,72                                         | 1,59                           | 0,83                           | 0,134                             | 0,64                             | 0,52          | 0,30              | 0,25            | 1,08             |
| 1                                            | 2                              | 3                              | 4                                 | 5                                | 6             | 7                 | 8               | 9                |

Les quatre premières colonnes du tableau pré-



sentent les données de l'expérience, et les cinq dernières les résultats qu'on en a déduits.

Résumons ces résultats.

313. Un coup d'œil jeté sur la cinquième colonne montre que le coefficient de réduction de l'effet théorique à l'effet réel n'est pas constant, et par conséquent que la théorie admise ne se plie pas exactement à toutes les circonstances du mouvement des roues à aubes.

Conséquences des expériences, pour le cas du *maximum* d'effet.

Ses résultats, quant à l'effet, s'éloignent d'autant plus de ceux de l'expérience, que la vitesse est plus considérable, ainsi qu'on le voit dans le tableau ci-contre, lequel se rapporte à la seule série entière d'expériences que Smeaton ait donnée. La quantité d'eau motrice y était de 2023 et sa vitesse de 2<sup>m</sup>811.

| $v$  | $pv$  | $n$  |
|------|-------|------|
| mtr. | km.   |      |
| 1,43 | 0,209 | 0,62 |
| 1,33 | 0,231 | 0,57 |
| 1,15 | 0,231 | 0,59 |
| 1,07 | 0,244 | 0,64 |
| 0,98 | 0,242 | 0,67 |
| 0,84 | 0,237 | 0,69 |
| 0,70 | 0,216 | 0,71 |
| 0,52 | 0,177 | 0,71 |

Le coefficient  $n$  n'a pas présenté de si grands écarts dans les expériences du grand tableau, lesquelles se rapportent au *maximum* d'effet de chaque série : et même, en faisant abstraction de quelques nombres anomaux, on aurait moyennement dans chaque classe (une seule exceptée), à peu près  $n = 0,64$  : et par conséquent

$$E \text{ ou } pv = 0,64. \frac{1}{2} Ph, = 0,32 Ph.$$

Ce rapport de  $pv$  à  $Ph$ , immédiatement donné par chaque expérience, est noté à la septième colonne du tableau : il n'a varié que de 0,28 à 0,32 ; et, terme moyen, il n'a guère été au-dessus de 0,30. Cependant Smeaton se croit fondé à le porter à  $\frac{1}{2}$  dans les grandes roues ; c'est-à-dire, à admettre que leur

effet est le tiers de la force que le courant possédait en arrivant aux aubes.

314. Le rapport de ce même effet à la force entière du moteur, ou  $m$  (300), indiqué à la huitième colonne, n'a pas présenté autant de constance que le précédent : il a graduellement augmenté, d'une classe à l'autre, depuis 0,167 jusqu'à 0,25. De sorte que, dans les expériences de Smeaton, *le plus grand effet dynamique n'a été que du sixième au quart de la force entière du moteur*. Je doute que dans les machines en grand, même en les supposant bien disposées, il atteigne cette dernière valeur ; et cependant la théorie en indique un double,  $\frac{2}{3}$  PH.

315. Le rapport de la vitesse de la roue à celle du courant a graduellement augmenté d'une classe à l'autre, c'est-à-dire à mesure que l'ouverture de la vanne était plus grande, depuis 0,36 jusqu'à 0,52 ; et il a été moyennement de 0,44. Smeaton n'admet que 0,40. Bossut, à la suite de quelques expériences, avait également adopté ce même nombre : mais, comme la vitesse du courant était mesurée à la surface, elles lui ont donné un résultat trop faible ; il se serait rapproché de 0,50 en prenant la vitesse moyenne. Je crois que, dans les machines bien disposées et conduites, on atteindra de bien près cette limite théorique ; et, avec quelques auteurs, j'adopterai  $v = 0,45 V$ , toujours pour le cas du *maximum* d'effet.

316. Enfin, la dernière colonne montre que la charge  $\psi$  qui arrête la roue n'est guère que un à deux dixièmes plus considérable que la charge au *maximum* d'effet. Cependant, d'après la théorie, elle

devrait être double : en effet, la charge  $\psi$ , correspondante à  $v = 0$ , est  $\frac{PV}{g} (310)$ ; et celle qui correspond au *maximum* est  $\frac{PV}{2g} (310)$ .

317. Les résultats que nous venons d'exposer se réfèrent aux cas où la vitesse de la roue se trouve en rapport le plus avantageux avec celle du courant au moment qu'il frappe les aubes. Mais habituellement il n'en est pas ainsi; l'effet est moindre, et son coefficient  $n$  éprouvant de grandes variations, comme on l'a vu au petit tableau du n° 313, il ne peut guère être exprimé par une formule générale.

Formule  
générale.

Toutefois, lorsque la vitesse de la roue ne dépasse pas certaines limites, du tiers aux deux tiers de celle du courant, sans s'exposer à une erreur notable, surtout par excès, on peut prendre 0,60 pour coefficient et admettre

$$E = 0,60 \frac{P}{g} (V - v) v = 0,061 P (V - v) v = 61 Q (V - v) v.$$

318. La vitesse  $V$ , avec laquelle l'eau arrive sur les aubes, serait toujours d'une détermination bien embarrassante. Elle éprouve, avons-nous vu (302), des pertes entre la vanne et la roue : sans elles, on aurait  $V = \sqrt{2gh}$ ; et  $h$ , différence de niveau entre la surface du réservoir et le centre de percussion des aubes, se mesure facilement.

Smeaton, qui a fait des observations sur les pertes réellement éprouvées, et qui les a vues s'élever quelquefois jusqu'au cinquième de la vitesse, a aussi remarqué qu'elles diminuent lorsque la hauteur de l'ouverture de la vanne augmente; au point, dit-il,

que dans les pertuis des usines, où de grands volumes d'eau sont dépensés sous de médiocres charges,  $V$  sera à peu de chose près égal à  $\sqrt{2gh}$ . M. Poncelet a également observé que la perte de vitesse est moindre dans les grandes ouvertures; et, par une ouverture de 0<sup>m</sup>22 de hauteur, même avec une charge de 1<sup>m</sup>40, il a eu  $V = 0,99 \sqrt{2gh}$ . Cependant, pour prévenir les mécomptes, et en supposant d'ailleurs que le vannage est assez convenablement disposé, nous admettrons  $V = 0,95 \sqrt{2gh} = 4,2 \sqrt{h}$ ; et par suite, nous aurons généralement

$$E = 61 Q (4,2 \sqrt{h} - v) v.$$

Lorsque  $v$  se rapprochera de  $\frac{1}{2} V$ , cette expression se réduira à

$$E = 270 Q h.$$

319. Le rapport entre l'effet et la force entière du moteur s'établirait d'une manière moins sûre encore. Smeaton, même dans les cas du *maximum* d'effet, l'a vu varier de 0,16 à 0,25. De sorte qu'on aura presque toujours

$$E < 0,25 PH \text{ ou } < 250 QH.$$

Au reste, nous avons peu de regrets de ne pouvoir donner une expression plus précise de l'effet des roues à aubes uniquement mues par le choc de l'eau, cette sorte de roue n'étant maintenant presque plus en usage.

Exemple.  
Machine  
soufflante.

320. Malgré cette remarque, supposons que l'on ait à établir une, pour mettre en jeu une machine soufflante destinée à lancer dans un haut fourneau à fondre du minerai de fer à l'aide du charbon de terre, ou plutôt du *cok*, trois quarts de mètre cube

d'air par seconde, avec une vitesse de  $130^m$ ; et qu'on ait, sur une petite rivière, une chute de  $1^m65$ . Il s'agit de déterminer le volume d'eau à dériver pour mouvoir la machine.

Afin d'avoir trois quarts de mètre cube d'air dans le fourneau, vu les pertes inévitables, il faut compter sur un mètre cube. Au niveau de la mer et à zéro de température thermométrique, il pèserait  $1^k30$ ; dans le lieu où est l'usine il ne pèsera que  $1^k22$ ; on admettra  $1^k25$ . La hauteur due à une vitesse de  $130^m$  est  $860^m$ . Ainsi l'effet utile à produire équivaut à élever  $1^k25$  à  $860^m$ , ou à  $1075^k^m$  en  $1''$ . A cause des résistances passives de la roue, de la machine et du porte-vent, on augmentera ce nombre d'un tiers, et l'on aura pour l'effet dynamique  $1433^k^m = E$ .

Sur la chute de  $1^m65$ , on prendra  $0^m3$  pour distance entre le centre de percussion des aubes et le bief inférieur; et il ne restera que  $1^m35$  pour valeur de  $h$ . Ainsi l'équation sera  $1433 = 270 Q \times 1,35$ ; d'où  $Q = 3^{mm}932$ .

Il faudra compter sur  $4^{mm}$ . Cette eau devant couler dans un coursier avec une vitesse de  $4^m88 (= 4,2 \sqrt{1,35})$ , la section de la lame fluide y sera  $8^{mm}20$ , et comme son épaisseur ne doit pas dépasser  $0^m20$ , il faudra que sa largeur soit de  $4^m09$ , mettons  $4^m10$ . Laissant  $0^m015$  d'intervalle de chaque côté entre ses parois et la roue, on aura pour la largeur de celle-ci, c'est-à-dire pour la largeur des aubes,  $4^m07$ . Leur hauteur sera portée à  $0^m65$ ; car sous la roue l'eau s'élèvera jusqu'à  $0^m60$  et plus : elles seront en conséquence pourvues de contra-aubes. Leur nombre sera de 40, le diamètre donné à la roue étant de  $6^m20$  : chacune sera formée de quatre planches ou douves de  $0^m175$  de large, et inclinées graduellement sur le rayon de  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  et  $30^\circ$ ; les trois bracons en fer destinés à les soutenir auront chacun trois coudes ou angles de  $170^\circ$ . La roue fera environ sept tours par minute, et son mouvement sera communiqué sans engrenages aux pistons des cylindres soufflans, soit à l'aide de manivelles, bielles et balanciers, soit à l'aide de cames en forme de roues excentriques qui les accompagneront dans leur montée et leur descente.

La roue à aubes dont il vient d'être question, excédant  $4^m$  en largeur, dépensant quatre mètres cubes d'eau par seconde, avec une chute de  $1^m65$ , ayant ainsi une force équivalente à celle de 89 chevaux-vapeur, sera une des plus considérables et des plus fortes qu'on ait.

S'il se fût agi d'un haut fourneau à fondre le minerai de fer

avec du charbon, de bois, il n'aurait pas fallu plus d'un demi-mètre cube d'air par seconde, avec une vitesse de cent mètres. Un volume d'eau de  $1^{\text{m}}25$  eût été suffisant pour mouvoir la roue. On ne lui aurait donné que  $1^{\text{m}}50$  de large : ses aubes eussent été planes et de  $0^{\text{m}}60$  de hauteur ; c'eût été une roue à aubes ordinaire, plutôt forte que faible.

2. *Roues emboîtées dans un coursier circulaire.*

Forme\*  
et disposition  
de  
leurs parties.

321. On a vu au n° 303 qu'on disposait d'une manière notablement plus avantageuse le coursier, autrefois entièrement rectiligne des roues à aubes, en le courbant, sous la partie inférieure de la roue et concentriquement à elle, dans une petite longueur, une ou deux distances d'aubes, et par conséquent sur une très petite hauteur. L'avantage augmente à mesure que la hauteur ou flèche de la partie courbée devient plus grande ; à tel point que maintenant on la fait aussi grande qu'il se peut comparativement à la chute ; on lui donne les deux tiers, les trois quarts et même plus de sa valeur. On obtient de la sorte des roues d'un très bon effet, peut-être les meilleures qu'on puisse avoir avec de petites chutes, celles de  $2^{\text{m}}50$  et au-dessous. La figure 61 donne une idée de leur disposition.

Fig. 61.

322. Naturellement le coursier circulaire doit être fait avec beaucoup de soin, en maçonnerie s'il est possible ; son radier ou sa superficie, qui est une surface cylindrique, sera bien unie, bien centrée, et de manière que son axe soit très exactement l'axe de rotation de la roue que le coursier doit embrasser.

L'intervalle à laisser entre ses parois, celle du fond comme celles des côtés et les bords des aubes est de

0<sup>m</sup>01 à 0<sup>m</sup>015. On ne peut guère lui donner moins : dans les roues les mieux faites et les mieux suspendues, au bout d'un certain temps, quelques parties cèdent ou s'usent, quelques joints prennent du jeu; et si l'intervalle était trop petit, bientôt les aubes iraient frotter et racler contre le coursier. Cette considération portera encore à établir très solidement les massifs ou les piliers sur lesquels doivent reposer les tourillons.

La largeur du coursier, ainsi que celle de la roue, devra être telle que l'eau, si elle coulait librement sur le radier, n'y eût pas une profondeur de plus de 0<sup>m</sup>20 et de guère moins de 0<sup>m</sup>15.

Le diamètre de la roue se déterminera de la manière et d'après les considérations exposées au n° 305: généralement il est de 5<sup>m</sup> à 7<sup>m</sup>.

Le nombre des aubes sera tel qu'il a été dit ci-dessus (306). Leur hauteur ne devra pas être moindre que trois fois l'épaisseur de la lame d'eau dans le coursier. On les placera dans la direction du rayon. Cependant de bons constructeurs leur donnent une petite inclinaison; assez souvent ils leur font faire, avec le rayon, un angle de  $90^\circ + a$ ,  $a$  étant donné par l'égalité  $\cos a = 1 - \frac{2H}{D}$ . Quelquefois on brise les aubes de la manière indiquée en  $abc$ , ou en  $a'b'c'$  (fig. 61).

Le vaunage doit être fait et disposé avec toutes les précautions indiquées au n° 302, et de manière à ce que l'eau arrive assez perpendiculairement sur la palette qui en reçoit le choc. Mieux encore, si cela se pouvait, on l'y ferait tomber en la faisant

simplement déverser au-dessus d'un seuil établi sur le sommet du radier courbe.

Effet  
théorique.

323. L'eau agit sur les roues emboîtées dans un tel coursier et par son choc et par son poids.

Si d'un point  $e$ , pris à la surface du réservoir, on abaisse une perpendiculaire  $ef$ , sur l'horizontale passant par le bas de la roue, et que  $k$  y soit un point pris au niveau de celui où l'eau atteint la première aube frappée;  $ef$  représentera la chute totale  $H$ ; et  $kf$  la portion  $h$  de cette chute employée à la génération de la vitesse avec laquelle se fait le choc. Après qu'il a eu lieu, l'eau s'étend sur l'aube, descend avec elle en pesant sur sa surface supérieure; de sorte que le fluide qui est dans le coursier, sur toute la hauteur  $kf$ , y pèse sur les aubes qui s'y trouvent, et il les pousse dans le sens du mouvement : cette action du poids sera exprimée (296) par  $P \times kf$  ou  $P (H - h)$ . L'action du choc l'est par  $\frac{P}{g} (V - v)v$ , ou  $P (h - h' - h'')$  (297), ou plus exactement encore, avec les annotations du n° 300, et d'après ce qu'on verra ultérieurement (352), par  $P (h - \mu h - h' - h'')$ ,  $\mu h$  se rapportant aux déchets éprouvés par la vitesse du courant entre la vanne et la roue. Réunissant ces deux actions partielles, l'action totale, ou l'effet  $pv$  qui en résulte, sera  $P \{ (H - h) + h - \mu h - h' - h'' \}$ .

On a deux corrections à faire à cette expression.

D'abord, lors même que toute l'eau dépensée  $P$  aurait agi, par son choc, sur la première aube rencontrée; au delà, lorsqu'elle descend dans le coursier, en y pressant les aubes subséquentes, la partie



du fluide qui correspond aux intervalles existans entre le bord de ces aubes et les parois du coursier, n'exerce aucune pression, aucun effet; et par suite elle doit être retranchée de  $P$  dans l'expression  $P(H - h)$ . La grandeur de cette partie ne saurait être assignée rigoureusement. Cependant, si l'on considère : 1° que la résistance éprouvée par cette eau contre les parois du coursier diminue la vitesse que la gravité tend à lui donner, et de plus en plus, durant sa descente sur le radier; 2° que cette vitesse est encore plus diminuée par les étranglemens continuels que l'eau subit à son passage par des intervalles qui varient à chaque instant, car une roue ne tourne jamais parfaitement *rond*; 3° enfin et surtout, que la vitesse est altérée par le mélange continu du fluide qui correspond aux intervalles avec celui qui repose sur les aubes, on concevra que, dans presque tous les cas, la vitesse de l'un sera celle de l'autre, et par conséquent égale à celle des aubes. Dans un tel état des choses, si l'on désigne par  $A$  la section de la lame d'eau dans le coursier, et par  $a$  celle qui correspond aux intervalles,  $P \frac{a}{A}$  sera la portion du fluide qui ne produit point d'effet : on retranchera de  $P$  dans l'expression de l'effet qui deviendra  $P(1 - \frac{a}{A})(H - h)$ .

Secondement, la portion du bas de la roue qui plonge dans l'eau du coursier y perd une partie de son poids égale au poids du fluide qu'elle déplace. Par suite de cette perte, l'égale distribution du poids de la roue, autour de l'axe de rotation, n'existe plus;

et la roue tend à tourner à l'encontre du courant : soit  $p'$  le poids représentant l'effort de cette tendance ; ce sera une nouvelle résistance que le moteur aura à vaincre, et qui devra s'ajouter aux autres efforts ou résistances dont la somme est  $p$ .

On aura donc,  $n$  étant le coefficient de réduction des résultats du calcul à ceux de l'observation ,

$$(p + p')v = nP \left\{ (H - h) \left( 1 - \frac{a}{A} \right) + h - \mu h - h' - h'' \right\}$$

L'exemple, que nous donnerons dans peu, montrera la manière d'appliquer cette formule.

324. Pour l'usage ordinaire, elle peut être considérablement simplifiée. Les quantités  $p'$  et  $1 - \frac{a}{A}$ , en supposant des constructions également bien faites, seront à peu près proportionnelles à la force de la machine, ou à  $P$  ; et elles peuvent en conséquence être comprises dans la valeur de  $n$ . De plus, nous verrons (354) que la quantité  $\mu h + h' + h''$  excède toujours  $\frac{1}{3}h$ , et qu'elle est à peu près  $\frac{2}{3}h$ . De sorte que l'équation est simplement

$$E = nP \left( H - \frac{2}{3}h \right).$$

Effet réel.

325. Déterminons son coefficient  $n$ .

Voyons-en la valeur dans une machine, peut-être la plus parfaite dans le genre de celles dont il est ici question : ce sera la roue qui a été établie à la manufacture de cristaux de Baccarat, près de Lunéville, par deux bons artistes anglais et à l'instar de celles en usage dans leur pays. Elle n'a que 4<sup>m</sup>006 de diamètre, mais avec une largeur presque égale : elle porte 32 aubes ayant 0<sup>m</sup>40 de haut ; et elle est en

boitée dans un coursier circulaire de 1<sup>m</sup>84 de flèche, sur une chute d'environ 2<sup>m</sup>06 : l'intervalle entre les parois de ce coursier et les bords des aubes est réduit à quelques millimètres, dit M. Morin (1). L'eau motrice était versée sur la roue par un déversoir de 3<sup>m</sup>90 de long, et dont la charge ou hauteur d'eau  $h_0$  sur le seuil est notée au tableau suivant. D'après les expériences de M. Castel, le volume d'eau dépensé sera  $1,96 \times 3^m90 h_0 \sqrt{h_0}$ ; de là les valeurs de  $P$ . La chute était 1<sup>m</sup>84 +  $h_0$  et j'ai représenté par  $H'$  le facteur  $H = \frac{2}{3} h_0$ . Quant à  $p$ , somme des résistances au mouvement, il est le résultat des expériences faites par M. Morin, à l'aide d'un frein dynamométrique : à l'effort immédiatement indiqué par le frein, cet auteur a ajouté les résistances passives qu'il a déterminées par le calcul; au reste, comme elles ne s'élèvent pas à  $\frac{1}{12}$  de  $p$ , une petite incertitude à leur égard tirerait peu à conséquence.

| $v$      | $P$  | $P'$ | $h_0$ | $\frac{Pv}{PH'}$ | $\frac{Pv}{PH}$ |
|----------|------|------|-------|------------------|-----------------|
| mét.     | kil. | kil. | mét.  |                  |                 |
| 0,33     | 49   | 783  | 0,219 | 0,762            | 0,707           |
| 1,16     | 103  | 789  | 0,220 | 0,792            | 0,734           |
| 0,97     | 122  | 789  | 0,220 | 0,783            | 0,726           |
| 0,83     | 139  | 778  | 0,218 | 0,777            | 0,720           |
| 0,73     | 158  | 778  | 0,218 | 0,773            | 0,716           |
| 0,65     | 175  | 783  | 0,219 | 0,755            | 0,700           |
| Moyennes |      | 785  | 0,219 | 0,772            | 0,717           |

Ainsi, à la machine de Baccarat,  $n$  aurait été moyennement de 0,772.

(1) *Expériences sur les roues hydrauliques*, etc., par M. Arthur Morin, capitaine d'artillerie. 1836.

Mais il ne se rencontrera que très rarement une roue qui, comme celle-là, n'ait que quelques millimètres de jeu, etc.; et ce ne sera même que pour des machines d'une construction et d'un entretien bien soignés que l'on pourra admettre

$$E = 0,75 P (H - 0,7 h).$$

326. Les expériences ci-dessus donnent 0,717 pour le rapport de  $p v$  à  $PH$ . Mais où, comme à la roue sur laquelle elles ont été faites, la hauteur du coursier circulaire sera-t-elle les  $\frac{1}{10}$  de la chute? Le plus souvent cette hauteur, ou plus exactement celle sur laquelle l'eau n'agit que par son poids, n'en sera pas plus du tiers, et l'on n'aura guère que

$$\text{de } 0,60 PH \text{ à } 0,65 PH.$$

Au reste, dans l'application, on ne fera point usage de ces expressions; mais de la précédente  $0,75 P (H - 0,7 h)$ ; en diminuant un peu le coefficient numérique, si la machine est en médiocre état.

Exemple.  
Laminoir.

327. Sur un canal dérivé d'une rivière on a une usine à feu, à laquelle on veut ajouter un laminoir de la force de trente chevaux-vapeur. La chute disponible dans les basses eaux est de 2<sup>m</sup>50 : on emploiera une roue mue par le poids de l'eau. Il faut indiquer et le volume du fluide qui doit la mettre en activité, et les principales dimensions à lui donner.

Il convient au jeu du laminoir que la roue fasse six tours par minute, avec une vitesse de 2<sup>m</sup>25. D'après cela, son rayon dynamique devra être de 3<sup>m</sup>58 (305), et on donnera 7<sup>m</sup>40 au diamètre total.

Ce sera une roue à aubes : elles seront au nombre de quarante-huit, et formées de deux planches ou palettes; la petite sera placée dans la direction du rayon et aura 2<sup>m</sup>20 de hau-

teur; la grande fera avec elle un angle de  $160^\circ (=90^\circ + 70^\circ$ ;  
 $1 - \frac{2H}{D} = 1 - \frac{4,8}{7,4} = \cos 69^\circ 27'$ ), et on lui donnera  $0^m 426$  de  
 hant; pour que les deux hauteurs réunies fassent  $0^m 60$  dans le  
 sens du rayon. Les contre-aubes auront  $0^m 35$  de large.

On sacrifiera  $0^m 10$  de la chute totale pour l'abaissement à  
 donner au radier immédiatement après la roue. La chute  $H$  sera  
 alors de  $2^m 40$ . On en prendra  $2^m 00$  pour la hauteur de la cour-  
 bure à donner à la partie circulaire du coursier, et il restera  $0^m 40$   
 pour  $A$ : ainsi  $H - A = 2^m$ . Nous avons vu que  $\mu h + h' + h''$   
 était plus grand que  $0,5h$ , et nous l'avons fait  $0,7h$ ; par consé-  
 quent  $h - \mu h - h' - h'' = 0,3h = 0^m 12$ .

D'après cela, l'équation sera

$$(p + p') 2,25 = 0,90 P \left[ 2 \left( 1 - \frac{a}{A} \right) + 0,12 \right].$$

Déterminons les inconnues.

Le poids  $p$ , représentant la somme des résistances au mouve-  
 ment de la roue, est donné par les conditions du problème: l'effet  
 dynamique  $pv$  devant être égal à l'action de trente chevaux-vapeur  
 ou à  $30 \times 75^{\text{km}}$ , et  $v$  étant égal à  $2^m 25$ , on aura  $p = 1000^{\text{k}}$ .

Pour déterminer  $p'$ ;  $A$  et  $a$ , il faudrait avoir les dimensions de  
 la lame d'eau qui descend sur le radier courbe, et par conséquent  
 connaître  $P$ , qui est précisément la quantité cherchée. Prenons-en  
 d'abord une première valeur approximative: à cet effet, faisons

$p' = 60^{\text{k}}$  et  $\frac{a}{A} = 0,1$ ; ces quantités, mises dans l'équation, donne-  
 ront  $P = 1380^{\text{k}}$ , ou  $Q = 1^{\text{mm}} 380$ . Puisque la vitesse de la lame  
 fluide doit être de  $2^m 25$ , sa section, ou  $A$ , sera  $0^{\text{mm}} 6135 \left( = \frac{1,380}{2,25} \right)$ .

Nous admettrons  $0^m 20$  pour l'épaisseur de cette lame; sa largeur,  
 ou celle du coursier, sera alors  $3^m 067$ . En laissant  $0^m 02$  d'inter-  
 valle entre les parois du coursier et le bord des aubes, on aura  
 $a = 0,02 [3,07 + 2 (0,20 - 0,02)] = 0^{\text{mm}} 0685$ : ainsi  $\frac{a}{A} = 0,1117$ .

— Pour avoir  $p'$ , on observera que huit aubes au moins plongent  
 continuellement dans le fluide du coursier, et qu'elles y plongent  
 sur une hauteur de  $0^m 18$  dans le sens du rayon, ou de  $0^m 192$  en  
 réalité, à cause de leur inclinaison de  $160^\circ$  au rayon. Puisque la  
 largeur des aubes est  $3^m 07 - 0,04$  ou  $3^m 03$ , et leur épaisseur de  
 $0^m 03$ , le poids du fluide déplacé par chacune d'elles sera  $17^{\text{k}} 5$

( $\approx 2,96 \times 0,192 \times 0,03 \times 1000$ ) : nous le porterons à  $19^k$ , à cause du bout des bracons, qui plonge aussi dans l'eau, etc. Ce poids est comme une force qui tend à soulever verticalement l'aube : si on l'estime dans le sens du mouvement de rotation, elle sera  $19 \sin i$ ,  $i$  étant l'angle que fait, au centre d'immersion de l'aube, le rayon de la roue avec la verticale : ce rayon étant de  $3^m 61$  et le rayon dynamique étant  $3^m 58$ , cette force, rapportée à l'extrémité de ce dernier, ou augmentée dans le rapport de ces deux nombres, sera  $19,07 \sin i$ . Pour les huit aubes, il faudra multiplier  $19,07$  par la somme des huit valeurs de  $\sin i$ , laquelle sera  $4,521$ , les angles étant moyennement de  $10^\circ$ ,  $17\frac{1}{2}^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $32^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $47\frac{1}{2}^\circ$ ,  $55^\circ$  et  $62^\circ$ . Ainsi l'on aura  $p' = 86^k 6$ .

Mettant ces valeurs dans l'équation, elle deviendra  $(1000 + 87) 2,25 = 0,90P [2(1 - 0,1117) + 0,12]$ , et elle donnera pour seconde valeur de  $P$   $1433^k$ ; alors  $A = 0^m m 6369$ ,  $a = 0,0709$ ,  $p' = 91^k 2$ . Pour troisième valeur de  $P$  on a  $1437^k$ , et  $3^m 19$  pour la largeur du coursier.

Il sera convenable d'augmenter cette largeur pour les cas où l'eau arriverait en plus grande quantité : on la portera à  $3^m 24$ ; et la largeur des aubes sera par conséquent de  $3^m 30$ .

La force du moteur  $1437^k$  tombant de  $2^m 50$ , équivaut à celle de quarante-huit chevaux-vapeur : l'effet dynamique n'en est pas les deux tiers.

Le laminoir dont on vient de parler et dont l'effet n'est que de trente chevaux, est un laminoir fort ordinaire : il y en a qui, dans leur grande vitesse, produisent des effets de cinquante chevaux et plus.

328. En commençant ce que nous venons de dire sur les roues contenues dans un coursier courbe, on a remarqué qu'il convenait d'augmenter la hauteur de ce coursier jusqu'à réduire, autant que possible, la distance entre la palette qui reçoit le premier choc du fluide et le réservoir. C'est effectivement le moyen d'obtenir le plus grand effet dynamique, avec le moins de dépense en eau; mais cette condition, bien qu'elle doive être prise en très grande considération, n'est cependant pas la seule qui détermine le choix et la disposition de la roue à employer. Par exemple, là où l'on sursit de l'eau comme à discrétion, on tiendra moins à son économie qu'à celle des frais qu'exigerait une construction conseillée par les règles que nous venons de donner : ainsi, au lieu d'une petite distance entre la palette choquée et le réservoir, on en

mettra quelquefois une très grande. On en agit ainsi dans les grosses forges dites *à la catalane* des Pyrénées, où l'on a de fortes chutes et d'assez grands ruisseaux : les roues qu'on y établit sont d'ailleurs remarquables par leur simplicité et la solidité de leur construction. J'en donne une idée succincte.

Elles ont de 2<sup>m</sup>50 à 3<sup>m</sup> de diamètre, y compris les palettes : le cercle en est formé par quatre jantes, ou plutôt par quatre pièces de bois de chêne, allant d'un bras à l'autre ; ces bras consistent en deux forts madriers, qui traversent l'arbre, et dont l'épaisseur est de 0<sup>m</sup>15 et la largeur de 0<sup>m</sup>35. Les palettes, au nombre de vingt-quatre, en ont une pareille, avec 0<sup>m</sup>35 de haut et 0<sup>m</sup>07 d'épaisseur : le milieu en est évidé à mi-bois. C'est sur ce creux, comme sur les plaques à rebords de Morosi (239), que tombe une grosse veine fluide, sortant d'une buse presque verticale dont la longueur est moyennement de 3<sup>m</sup>. Au-dessus, on a un réservoir en bois ayant communément 2<sup>m</sup> de profondeur et autant de large. Un peu au-dessous de l'orifice de sortie de la buse, l'eau atteint les palettes : au delà elle est contenue, ainsi que la rone, dans un coursier courbe, dont les parois sont à 0<sup>m</sup>03 de distance du bord des palettes.

Ainsi, sur 7<sup>m</sup>50 de chute, ou plutôt sur 6<sup>m</sup>50 de chute réelle, en admettant moyennement 4<sup>m</sup> d'eau dans le réservoir, 4<sup>m</sup>50 environ serviraient pour le choc, et il ne resterait que 2<sup>m</sup> pour le poids. L'orifice de la buse ayant d'ordinaire de 0<sup>m</sup>27 sur 0<sup>m</sup>22, la charge étant de 4<sup>m</sup>, et prenant 0<sup>m</sup>97 pour coefficient de contraction (51), la dépense en eau serait de 0<sup>mm</sup>51.

En général, dans les forges des Pyrénées, on compte qu'avec une chute de 7 à 8<sup>m</sup> il faut un demi-mètre cube d'eau par seconde pour mouvoir un marteau de 600 à 700<sup>k</sup>, dont la levée est de 0<sup>m</sup>30 à 0<sup>m</sup>45, et qui bat jusqu'à cent et cent vingt coups par minute.

Une roue à augets de 6<sup>m</sup> de diamètre produirait un effet pareil avec 0<sup>mm</sup>33 d'eau seulement : l'économie serait grande, et il faudrait la faire dans un lieu où l'on aurait peu d'eau : mais dans celui où l'on en a abondamment, il est possible qu'il soit plus convenable d'établir une des roues à palettes dont il vient d'être question, que d'employer une roue d'une hauteur double, d'une largeur presque octuple, et dont la construction, le placement et l'entretien exigeraient bien plus de frais.

Roues  
des forges  
dans  
les Pyrénées.  
Fig. 6a.

## 3. Roues se mouvant dans un fluide indéfini.

329. Ces roues, qu'on nomme *roues pendantes*, sont principalement en usage dans les *moulins à nef*, ou moulins sur bateaux, que l'on amarre au milieu des rivières.

Nous supposons ici qu'aucun coursier ou autre construction n'augmente, à leur approche, la vitesse naturelle du courant, laquelle sera ainsi, à son arrivée sur la roue, comme si le bateau était enlevé.

Principales  
dimensions.

Le diamètre des roues pendantes ne dépasse guère 4 ou 5<sup>m</sup>. Les aubes ou ailes sont ordinairement au nombre de 12; on pense toutefois qu'il y aurait de l'avantage à porter ce nombre à 18 et même à 24. D'après Fabre, qui a fait une étude particulière de ce genre de machines (1), la hauteur des aubes ne doit pas excéder les 0,28 centièmes du rayon de la roue pris jusqu'au centre de percussion; elle serait ainsi le quart au plus du rayon entier: assez souvent on ne lui donne que le cinquième. Cet auteur les fait entièrement plonger dans l'eau; ce qui peut être avantageux dans les fleuves profonds, et où, par suite de quelque circonstance particulière, la plus grande vitesse du courant serait au-dessous de la surface; car d'ailleurs, et généralement, leur force est plus grande lorsqu'une portion d'elles (dans sa situation verticale) s'élève au dessus du plan de flottaison, la portion qui est au-dessous demeurant la même. Leur largeur varie de 2<sup>m</sup>50 à 5<sup>m</sup>.

(1) *Essai sur la construction des roues hydrauliques, etc.*, par M. Fabre, ingénieur du pays de Provence. 1788; pag. 297 et suiv.



Inclinaison  
des aubes.

330. Deparcieux, après avoir fait la très importante observation, que l'eau produit un effet bien plus grand lorsqu'elle agit par son poids, car auparavant on admettait qu'elle exerçait une plus grande action par le choc, Deparcieux, dis-je, remarquant que l'eau montait sur les aubes, comme sur un plan incliné, dès que leur bord avait atteint la surface du courant, et qu'elle y agissait alors par son poids, pensa qu'il augmenterait cette action en donnant aux aubes une plus forte inclinaison. Pour vérifier cette conjecture, il fit faire une petite roue de 0<sup>m</sup>87 de diamètre, portant douze aubes de 0<sup>m</sup>24 de haut sur 0<sup>m</sup>20 de large, et auxquelles, à l'aide d'un mécanisme ingénieux, il donnait l'inclinaison qu'il jugeait convenable. Cette roue élevait différens poids, par l'intermédiaire d'un cordon passant sur une poulie de renvoi fixée au-dessus d'elle. Elle fut placée sur la petite rivière de Bièvre, près Paris, dans un lieu où la vitesse du courant était de 0<sup>m</sup>35, et elle y servit à plusieurs suites d'expériences. Je me borne à citer les résultats d'une d'elles : l'arc plongé dans l'eau était de 96° et le poids élevé de 1429. L'angle d'inclinaison des palettes, par rapport au rayon mené à leur bord intérieur, est noté à la première colonne ci-contre; et la durée d'une révolution de la roue, correspondante à cet angle, l'est à la seconde. L'angle de 30° a été celui de plus grand effet : il l'a augmenté dans le rapport de 18 à 39 (1).

| ANGLE<br>d'in-<br>clinaison. | DURÉE<br>d'une<br>révolution. |
|------------------------------|-------------------------------|
| 0°                           | 39''                          |
| 10                           | 25                            |
| 15                           | 19                            |
| 30                           | 18                            |
| 40                           | 20                            |

Bossut, avec un appareil à peu près semblable, a fait aussi quelques suites d'expériences. Dans une d'elles, l'inclinaison des aubes ayant successivement été de 0°, 15°, 30° et 37°, les effets obtenus se sont successivement trouvés comme les nombres 1000, 1081, 1083, 1037. Encore ici l'angle de 30° a été le plus avantageux, quoique l'augmentation soit bien moindre que dans l'expérience de Deparcieux.

Lors même qu'il y aurait de l'exagération dans les résultats donnés par ce dernier savant, il n'en est pas moins positif que l'inclinaison des aubes augmente l'effet des roues pendantes. La meilleure manière d'opérer cette inclinaison me paraît être celle

(1) *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris*, 1759.

qui a déjà été mentionnée (307 et 320), et qui consiste à incliner graduellement les planches ou douves transversales qui forment chacune des aubes.

Je crois encore, et par les motifs que j'en ai donnés ailleurs (252), que des rebords fixés sur les deux côtés de chaque aube, produiraient une augmentation notable dans l'effet.

Effet  
théorique.

331. Les roues à aubes qui se meuvent dans un cours d'eau indéfini, ayant été l'objet de la première théorie donnée sur les roues en mouvement, je m'arrête un instant sur cette matière.

Avant le dix-huitième siècle, les machines n'avaient été considérées que dans leur état d'équilibre. S'agissait-il d'une machine hydraulique; après avoir estimé l'effort dont le courant était capable sur elle, effort au sujet duquel Galilée et Descartes avaient donné quelques notions, on calculait le poids qui placé à l'extrémité d'un levier, par exemple, lui faisait équilibre. S'il fallait ensuite mouvoir ce poids, on diminuait sa grandeur ou celle du bras du levier, jusqu'à ce qu'on eût la vitesse voulue. Mais jusqu'à quel point devait-on diminuer le poids ou augmenter sa vitesse, c'est-à-dire celle de la roue, comparativement à la vitesse du courant, pour obtenir le plus grand effet? On l'ignorait complètement.

Parent, de l'Académie des sciences de Paris, porta son attention sur cet objet, et après d'assez longues recherches, il remarqua que l'augmentation de la vitesse devait avoir un terme au-delà duquel l'effet, au lieu d'augmenter, irait en diminuant; et par conséquent qu'il y avait un *maximum* dont la connaissance serait d'une haute importance dans l'établissement des machines: il le chercha et il publia le résultat de ses calculs dans un mémoire fort remarquable pour l'époque à laquelle il a été écrit (1). Après y avoir exposé des principes nouveaux sur l'action de la gravité, sur celle des moteurs et sur sa mesure, il montra que dans une roue hydraulique établie sur un courant, l'effort de l'eau contre les aubes n'est dû qu'à l'excès de sa vitesse sur la leur; et il le fit proportionnel au carré de cet excès: il admettait d'ailleurs qu'il était égal

(1) *Mémoires de l'Académie royale des sciences*. Année 1704.

au poids d'un prisme qui aurait pour base la partie de l'aube frappée par le fluide, et, pour hauteur, la simple hauteur due à la différence des deux vitesses, de sorte qu'on eut

$$E = 1000s \frac{(V-v)^2}{2g} v.$$

Dans le cas du *maximum* d'effet, le facteur variable  $(V-v)^2 v$  étant différentié et égalé à zéro, donne  $v = \frac{1}{3}V$ , c'est-à-dire que, pour le plus grand effet, la vitesse des aubes devait être le tiers de celle du courant. Cette valeur de  $v$ , mise dans l'expression de l'effort, la change en  $1000s \cdot \frac{V^3}{2g} = \frac{1}{27} 1000s h = \frac{1}{27} \Pi$ , en faisant  $1000s h = \Pi$ ; ainsi l'effort serait les  $\frac{1}{27}$  du poids d'équilibre  $\Pi$ , en employant l'expression de Parent. Multipliant cet effort par la vitesse,  $\frac{1}{3}V$  qui lui correspond, on a  $\frac{1}{27} 1000s h V = \frac{1}{27} P h$ , c'est-à-dire que l'effet dynamique d'une roue pendante serait les  $\frac{1}{27}$  de la force du courant (de l'effet naturel du courant, disait l'auteur).

Telle est la théorie de Parent, regardée comme un grand pas fait dans la science des machines, et effectivement c'était le premier. Elle fut adoptée par tous les savans de l'Europe, et étendue à toutes les roues à aubes.

Cependant, en 1766, Borda, dans l'important mémoire que nous avons déjà cité (297), fit voir qu'elle ne pouvait s'appliquer aux roues à aubes établies dans un coursier; qu'ici toutes les molécules qui passent, avec la vitesse  $V$ , par la section  $s$  du fluide coulant dans le coursier, arrivent sur les aubes et les choquent; que leur nombre ou volume est  $sV$ , et leur masse  $\left(\frac{1000sV}{g} =\right)$   $102.sV$ ; que, dans le choc, elles perdent  $V-v$  de vitesse, et par conséquent  $102.sV (V-v)$  de quantité de mouvement; or la quantité de mouvement perdue par une veine fluide contre une palette mesure la force ou l'effort du choc (234); ainsi l'effort du courant contre les aubes sera  $102.sV (V-v)$ . Cette théorie de Borda, pour les roues contenues dans un coursier, est universellement admise; elle l'a été dans ce Traité.

Il me semble qu'elle convient aussi aux roues qui se meuvent dans un fluide indéfini. Encore ici, toutes les molécules qui passent, avec une vitesse  $V$ , par une section  $s$  du courant égale à celle de l'aube, et abstraction faite des déviations partielles auxquelles on aurait égard ultérieurement, parviennent au choc;

leur volume est aussi  $sV$ ; et elles perdent, dans la collision, une quantité de mouvement exprimée par  $102.sV(V-v)$ . Ainsi,

Dans les roues établies sur un cours d'eau indéfini, comme dans celles qui sont contenues en un coursier, on a

$$E = n.102.sV(V-v)v.$$

La section  $s$  sera celle de la portion de l'aube verticale qui plonge dans l'eau, et  $n$  sera un coefficient comprenant les corrections dues aux déviations des filets fluides aux approches de la roue, à la non-pression sur l'arrière des aubes, etc.

Effet réel.

332. Des expériences de Bossut faites sur une petite roue vont nous donner ce coefficient. Elle avait 0<sup>m</sup>975 de diamètre; elle portait 24 aubes de 0<sup>m</sup>135 de large, et plongeant de 0<sup>m</sup>108 dans un courant ayant 1<sup>m</sup>854 de vitesse. A l'aide d'un cordon, qui s'enroulait sur son arbre, on lui a fait élever des poids graduellement de plus en plus forts, lesquels ont naturellement de plus en plus réduit les vitesses : ces poids et les vitesses respectives sont notés au tableau ci-contre. Je remarquerai que les résistances passives de la machine ne sont pas comprises dans les poids

| $p'$  | $v$   | $n$    |         |
|-------|-------|--------|---------|
|       |       | Bords. | Parent. |
| kil.  | mèt.  |        |         |
| 1,428 | 1,124 | 0,706  | 1,79    |
| 1,834 | 0,997 | 0,773  | 1,67    |
| 2,245 | 0,869 | 0,825  | 1,55    |
| 2,326 | 0,845 | 0,832  | 1,53    |
| 2,407 | 0,827 | 0,838  | 1,51    |
| 2,448 | 0,805 | 0,842  | 1,50    |
| 2,488 | 0,791 | 0,845  | 1,47    |
| 2,570 | 0,758 | 0,846  | 1,43    |
| 2,652 | 0,715 | 0,847  | 1,37    |

$p'$ ; de sorte que  $p'v$  ne représente que l'effet utile et non l'effet total ou la force imprimée à la roue. Par suite, les valeurs de  $n$  calculées par la formule  $p'v = n.102.sV(V-v)v$ , indiqueront des coefficients ou des rapports trop faibles entre l'effet

réel et l'effet théorique; et le coefficient, qui a été de 0,84 dans les bonnes vitesses, aurait été vraisemblablement de 0,90 environ, si on eût eu égard, comme on le devait, aux résistances passives.

D'un autre côté, M. Poncelet, qui a fait des observations sur les roues de quelques moulins à nef établis sur le Rhône, à Lyon, et qui avait remarqué que la théorie de Borda rendait mieux les résultats des expériences que celle de Parent, n'aurait eu que 0,80 pour coefficient. Prenant le terme moyen 0,85, bien que je le croie un peu faible, on aura

$$E = 87 s (V - v)v.$$

J'ai aussi porté, dans le tableau ci-dessus, les coefficients donnés par la formule de Parent. Ils présentent plus de variations, surtout aux environs du *maximum*, que ceux de la formule de Borda; ce qui dépose en faveur de cette dernière. De plus, ses coefficients sont plus petits que 1, les autres au contraire sont plus grands : or, dans les machines, il y a tant de causes de déchet pour l'effet, causes dont la théorie ne saurait tenir compte, qu'habituellement les résultats du calcul dépassent ceux de l'expérience; et par suite que le coefficient de réduction est une fraction : je suis tellement accoutumé à cet ordre de faits, qu'il me répugnerait d'en admettre un contraire.

333. Dans les expériences précitées, le *maximum* d'effet correspond à la vitesse de 0<sup>m</sup>805, laquelle est à V ou à 1<sup>m</sup>854 comme 0,434 à 1 : faisant donc  $v = 0,434V$ , l'expression ci-dessus de l'effet devient  $21,25sV^3$ ; mettons

$$21sV^3,$$

valeur très simple de l'effet total que peut produire une roue pendante.

Elle équivaut à 0,42Ph (vu que  $P = 1000sV$  et  $h = 0,051V^2$ ). Nous avons dit (313) que l'effet des

roues à aubes, placées dans un coursier rectiligne, n'était que de 0,32 Ph : celui des roues se mouvant dans un cours d'eau indéfini serait d'environ un tiers plus grand. Mais quel volume d'eau plus considérable a-t-on eu !

Roues  
des bateaux  
à vapeur.

334. Les roues à palettes que les bateaux à vapeur portent sur chacun de leurs flancs, et qui, à l'instar de rames, leur donnent un mouvement progressif, sont aussi des roues pendantes. En conséquence, la théorie que nous venons de donner peut leur être appliquée. Toutefois la détermination de leur effet se complique d'une nouvelle vitesse, celle du bateau. De plus, elle exige deux coefficients à déterminer par l'expérience : l'un, relatif à la résistance du bateau, serait analogue à ceux dont il a été question aux n<sup>os</sup> 259-270 : le second concernerait l'action du fluide sur leurs roues ; elles sont placées dans des circonstances trop différentes de celles des moulins à nef, pour que le coefficient déterminé pour celles-ci puisse servir sans vérification et modification aux autres. M. Poncelet a bien fait, il est vrai, quelques expériences, à l'aide d'un dynamomètre, sur l'effort exercé par les roues d'un bateau retenu dans une eau stagnante : mais encore ce ne sont pas les roues d'un bateau en mouvement ; et les expériences ne me paraissent pas assez variées.

En attendant que nous en ayons d'entièrement satisfaisantes, profitant de celles que nous devons déjà au savant que je viens de nommer, et appliquant ici la théorie de Parent qui mène à une expression plus simple, nous donnerons, mais provisoirement, pour expression de l'effet dynamique d'un bateau à vapeur, et par suite pour expression de la force qu'il faut lui imprimer,

$$6S \left( \sqrt{\frac{S}{s}} + 3 \right) (\pm V \mp u)^2;$$

S étant la section immergée du maître-couple du bateau,  $s$  la surface de la partie des palettes qui plonge dans l'eau (celle de deux palettes supposées dans une position verticale),  $V$  la vitesse du fluide,  $u$  la vitesse absolue du bateau. Les signes supérieurs se rapportent au cas où le bateau remonte, et les signes inférieurs à celui où il descend le courant.

L'expression que nous venons de donner montre que la force

mouvante à employer sera d'autant plus petite que la surface choquée  $s$  des ailes sera plus grande. Mais l'embarras de larges roues sur les bateaux porte à ne donner à leur largeur que deux ou trois fois leur hauteur, et celle-ci est du tiers au quart du rayon.

#### 4. Roues à aubes courbes.

335. Quoique les roues à aubes planes frappées en dessous ne prennent guère que le quart ou la cinquième partie de la force du moteur qui leur est appliquée, elles n'en ont pas moins quelques avantages qui portent encore à les employer assez souvent ; leur établissement même, lorsqu'il est bien fait, est peu dispendieux, et elles peuvent recevoir une assez grande vitesse sans perdre notablement de leur effet. M. Poncelet a entrepris, tout en leur conservant ces avantages, d'éviter l'énorme perte de force qu'elles font, et il en est venu à bout de la manière la plus satisfaisante, en substituant des aubes courbes aux aubes planes. Il a fait connaître son importante machine dans un Mémoire qui a été couronné par l'Institut en 1825, auquel il a fait ensuite des additions, et qui est entre les mains de tous ceux qui s'occupent de machines hydrauliques (1) : je vais me borner en conséquence à exposer succinctement le principe théorique de cette roue et l'effet dont elle est capable.

336. Supposons une roue à aubes courbes et disposées de manière que, lorsqu'une aube est parvenue au bas de la roue, l'élément inférieur de sa courbure soit horizontal, et que l'élément supérieur en soit

Principe.

Fig. 63.

(1) *Mémoires sur les roues hydrauliques à aubes courbes, mues par dessous*, 1827.

vertical. — Admettons d'abord qu'elle est en repos, et qu'un filet fluide, animé d'une vitesse  $V$ , arrive horizontalement sur l'élément inférieur. En continuant de s'avancer, il s'élèvera le long de la courbe : durant son élévation, la gravité lui enlèvera, par degrés insensibles, sa vitesse  $V$ ; et il l'aura entièrement perdue, conformément aux lois générales de l'ascension des graves, lorsqu'il aura atteint la hauteur  $0^m 051 V^2$  : alors il descendra; il rejoindra l'aube, s'il l'avait dépassée; il la suivra, en la pressant de nouveau : la gravité lui rendra durant sa descente la vitesse qu'elle lui avait enlevée pendant sa montée, et il quittera l'aube avec la vitesse  $V$  qu'il possédait en y arrivant. — Supposons maintenant que la roue tourne avec  $v$  de vitesse à sa périphérie. Dès que le filet, ayant toujours la vitesse  $V$ , aura atteint l'élément inférieur de l'aube la plus basse, il n'y sera plus relativement à elle qu'avec la vitesse  $V - v$  : ce n'est plus qu'avec cette vitesse relative qu'il commencera à avancer et à monter sur la courbe; il s'y élèvera à la hauteur d'environ  $0^m 051 (V - v)^2$ ; et, après être descendu, en quittant l'élément inférieur, il aura encore, par rapport à lui, la vitesse  $V - v$ . Mais cet élément se meut lui-même avec  $v$ , dans un sens directement opposé : en conséquence, la vitesse absolue du fluide à sa sortie sera  $V - v - v = V - 2v$ . Pour  $v = \frac{1}{2} V$ , elle sera  $V - V$  ou zéro; c'est-à-dire que, si la vitesse de la roue était moitié de celle qu'avait le fluide à son arrivée, sa vitesse absolue, en quittant les aubes, serait nulle. Nous avons donc ici un courant moteur qui n'éprouve ni choc ni perte de vitesse, au moment où il joint la roue; et



qui n'en possède plus aucune au moment où il la quitte : il a donc épuisé sur elle tout son mouvement, il lui a communiqué toute sa force : les deux conditions pour la production du plus grand effet possible (297) sont donc remplies dans la roue de M. Poncelet, telle que nous venons de la représenter. Ainsi, si  $P$  est toujours le poids du fluide fourni par le courant en 1", et  $h$ , la hauteur due à la vitesse  $V$ , l'effet sera exprimé par  $Ph$ .

Mais ce qui est vrai pour un simple filet ne l'est plus pour une masse ou lame d'eau d'une certaine épaisseur. Ses molécules vont frapper les aubes en faisant un angle plus ou moins grand avec les éléments choqués, et il y a perte de vitesse et de force. Cette masse, au moment où elle va quitter les aubes, ne se meut pas dans une direction exactement opposée à la leur. De plus, comme dans toutes les roues qui tournent dans un coursier, une partie de l'eau motrice s'enfuit sans exercer d'action utile. De sorte que l'effet réel ne sera plus  $Ph$ ; il n'en sera qu'une partie.

337. M. Poncelet a encore déterminé la grandeur de cette partie, c'est-à-dire le rapport entre l'effet réellement produit et la force employée à le produire : il l'a déduit de plusieurs suites d'expériences,

Expériences  
de  
M. Poncelet.  
Consé-  
quences.

Il s'est d'abord servi d'un petit modèle de roue ayant 0<sup>m</sup>50 de diamètre et de la forme indiquée à la figure 63; et il a exécuté treize séries d'observations à peu près analogues à celles que Smeaton avait faites sur une roue à aubes planes (312). Je donne, au tableau suivant, ce qui concerne l'expérience du *maximum* d'effet dans huit de ces séries.

| HAUTEUR                                |                                |                                             | EAU<br>dépendant<br>en l'". | POIDS<br>ÉLEVÉ<br>et<br>RÉSIS-<br>TANCES. | VITESSE<br>de<br>la roue | RAPPORTS.     |                     |                   |
|----------------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------------|--------------------------|---------------|---------------------|-------------------|
| de l'ou-<br>verture<br>de la<br>vanne. | de<br>la chute<br>totale.<br>H | due<br>à la<br>vitesse V.<br>h <sub>1</sub> |                             |                                           |                          | $\frac{v}{V}$ | $\frac{p'v}{P h_1}$ | $\frac{p'v}{P H}$ |
| mèt.                                   | mèt.                           | mèt.                                        | kil.                        | kil.                                      | mèt.                     |               |                     |                   |
| 0,01                                   | 0,139                          | 0,091                                       | 0,94                        | 0,083                                     | 0,66                     | 0,50          | 0,65                | 0,42              |
|                                        | 0,243                          | 0,167                                       | 1,28                        | 0,172                                     | 1,06                     | 0,59          | 0,63                | 0,44              |
| 0,02                                   | 0,109                          | 0,078                                       | 1,62                        | 0,157                                     | 0,61                     | 0,49          | 0,75                | 0,54              |
|                                        | 0,159                          | 0,121                                       | 1,98                        | 0,228                                     | 0,70                     | 0,46          | 0,67                | 0,51              |
|                                        | 0,243                          | 0,193                                       | 2,65                        | 0,288                                     | 1,08                     | 0,56?         | 0,61                | 0,49              |
|                                        | 0,109                          | 0,073                                       | 2,41                        | 0,288                                     | 0,59                     | 0,49          | 0,76                | 0,51              |
| 0,03                                   | 0,159                          | 0,116                                       | 2,97                        | 0,361                                     | 0,71                     | 0,47          | 0,74                | 0,54              |
|                                        | 0,243                          | 0,188                                       | 3,89                        | 0,530                                     | 0,99                     | 0,52          | 0,72                | 0,56              |

M. Poncelet a encore opéré en grand sur une roue de 3<sup>m</sup>58 de diamètre, comprenant, entre deux plateaux annulaires pareils à ceux des roues à augets, trente aubes de 0<sup>m</sup>58 de hauteur dans le sens du rayon et de 0<sup>m</sup>76 de large. Je consigne ci-après le résultat de sept observations, en remarquant, 1° qu'on a admis, d'après des expériences préliminaires, que la vitesse V du fluide à son arrivée à la roue était moyennement égale à la vitesse due à la charge A, et par suite que  $h_1 = A$ ; 2° que  $p'$  représente uniquement le poids réellement élevé par le frein dynamométrique à l'aide duquel les expériences ont été faites; ainsi  $p'v$  n'est que l'effet utile; tandis que dans le tableau précédent,  $p$  comprenant les résistances passives,  $p v$  était l'effet dynamique.

| OUVERTURE<br>de<br>la vanne. | H    | h    | P    | P'   | v    | $\frac{v}{V}$ | $\frac{p'v}{P h}$ | $\frac{p'v}{P H}$ |
|------------------------------|------|------|------|------|------|---------------|-------------------|-------------------|
| mèt.                         | mèt. | mèt. | kil. | kil. | mèt. |               |                   |                   |
| 0,100                        | 1,59 | 1,43 | 279  | 83   | 2,44 | 0,46          | 0,51              | 0,46              |
| 0,210                        | 1,22 | 0,81 | 442  | 120  | 2,07 | 0,52          | 0,70              | 0,56              |
| 0,220                        | 1,27 | 1,05 | 526  | 137  | 2,72 | 0,60          | 0,68              | 0,56              |
| 0,200                        | 1,52 | 1,31 | 536  | 160  | 2,63 | 0,52          | 0,60              | 0,52              |
| 0,304                        | 0,81 | 0,55 | 525  | 103  | 2,26 | 0,69          | 0,81              | 0,55              |
|                              | 1,21 | 0,95 | 652  | 174  | 2,63 | 0,61          | 0,74              | 0,55              |
|                              | 1,52 | 1,26 | 809  | 216  | 2,93 | 0,59          | 0,63              | 0,52              |

On remarquera, dans ces deux tableaux, que les petites ouvertures de vanne ont rendu un effet bien moindre que les autres.

De ses expériences et observations M. Poncelet conclut :

1° Que la vitesse de la roue qui donne le *maximum* d'effet est les 0,55 de la vitesse du courant. Elle peut d'ailleurs varier des 0,50 aux 0,60 sans désavantage notable.

2° Que l'effet dynamique n'est point au-dessous de 0,75Ph pour les petites chutes avec de grandes ouvertures de vanne, et de 0,65 pour les petites ouvertures et les grandes chutes.

3° Que ce même effet comparé à la force entière du moteur, à PH, en sera les 0,60; et qu'il pourra descendre aux 0,50 dans les très petites ouvertures.

338. Pour les cas qui se présentent ordinairement dans la pratique, et pour des roues bien disposées, avec des vitesses qui ne diffèrent pas considérablement des 0,55 de celle du courant, on admettra, en ayant égard aux résistances passives,

Expression  
de l'effet.

$$E = 0,75Ph, \text{ et } E = 0,60 PH.$$

Nous avons vu (313 et 314) que, dans les roues à aubes planes, les coefficients numériques de ces deux expressions de l'effet dynamique n'étaient que 0,32 et 0,25 : de sorte que l'effet des roues à aubes courbes est plus que double de celui des roues à aubes planes. Cette conclusion, à laquelle on arrive de quelque manière que l'on combine les expériences qui ont été faites sur les unes et sur les autres, devra faire bannir entièrement les roues à aubes planes des bonnes constructions, et leur faire substituer celles à aubes courbes.

Règles  
relatives  
aux aubes.

339. Je renvoie encore aux *Mémoires* de M. Poncelet pour les règles à suivre dans l'établissement des roues à aubes courbes, et je fais seulement ici quelques observations sur leur partie caractéristique, les aubes.

1° Leur nombre sera double de celui que nous avons indiqué pour les roues à aubes planes (306).

2° Leur hauteur dans le sens du rayon, ou la distance de la circonférence extérieure à la circonférence intérieure de la roue, devra toujours être plus que le quart de la chute effective; on lui en donnera le tiers, dans les chutes de 1<sup>m</sup>40; et la moitié, dans celles qui sont au-dessous.

3° L'élément inférieur de la courbure que nous avons vu faire un angle nul ou presque nul avec la circonférence extérieure, lorsque la lame d'eau motrice était extrêmement mince, en fera un de 24°, 30°, et en général un d'autant plus grand qu'elle sera plus épaisse. On donne à cet élément la direction convenable et aux aubes la courbure qu'elles doivent avoir, à l'aide du tracé suivant : du point A, où la surface BA du courant rencontre la circonférence extérieure, élevez la perpendiculaire AK, et du point C, où elle coupe la circonférence intérieure, avec CA pour rayon, décrivez l'arc AE : il fixera la forme des aubes. — Elles seront faites avec des planches étroites et assemblées comme les douves d'un tonneau, ou avec une large planche courbée au feu, ou en forte tôle.

Figure 64.

4° Un peu au delà du diamètre vertical de la roue, on baisse, par un ressaut, le radier du canal de fuite, de manière que l'eau n'éprouve aucun

obstacle à sortir des aubes : autrement l'effet pourrait subir une diminution considérable. Ainsi M. Poncelet qui, dans la dernière expérience du tableau ci-dessus, a eu  $p'v = 0,63Ph$ , avec un ressaut de  $0^m30$ , n'a plus eu que  $0,54 Ph$ , le ressaut étant de  $0^m08$ .

340. Dans un lieu où un courant d'eau présente une chute de  $1^m60$ , on veut établir un moulin à scier du bois, lequel aurait à faire  $12^m$  de trait de scie en une heure, c'est-à-dire à fendre dans ce temps une pièce de  $1^m$  d'équarrissage et de  $12^m$  de long. La roue motrice doit être à aubes courbes, et il faut indiquer ses dimensions, ainsi que la quantité d'eau nécessaire pour mettre et tenir le moulin en jeu.

Exemple.  
Moulin  
à scie.

On sait qu'une scie mue immédiatement par une force égale à celle d'un cheval-vapeur, fend, terme moyen,  $5^m$  de bois en une heure, ou, plus généralement, qu'un trait de scie de  $1^m$  équivaut à un effet utile de  $45000$  à  $60000^k$ , suivant la qualité du bois à scier (1). Adoptons, pour prévenir tout mécompte, le dernier de ces deux nombres : les  $12^m$  à scier par heure, ou  $3600''$ , équivaudront à un effet utile de  $200^k$  en  $1''$ . Les résistances du chariot et des autres parties de l'équipage absorberont une quantité d'action à peu près égale; de sorte que l'effet dynamique à produire sera de  $400^k (= E)$ .

Sur la chute de  $1^m60$ , on prendra  $0^m15$  pour les dispositions relatives au coursier, et  $0^m12$  pour la demi-ouverture de la vanne: il ne restera ainsi pour la charge que  $1^m33 (= A)$ .

Avec ces valeurs numériques de  $E$  et de  $A$ , la formule  $E = 0,75PA$  donne  $P = 401^k$ . On aurait  $417^k$  par la formule  $E = 0,60 PH$ . On adoptera cette dernière valeur, et, en y faisant une petite augmentation, on comptera sur une dépense de  $0^m450$ .

La charge étant de  $1^m33$ ,  $5^m11$  sera la vitesse qui lui est due. Pour ses  $0,95$ , ou pour la vitesse du fluide dans le coursier à son arrivée à la roue, on aura  $4^m85$ ; la roue en prendra les  $0,55$  environ : ainsi sa vitesse à la périphérie sera de  $2^m67$ .

(1) *Architecture hydraulique* de Bélidor et M. Navier, Tom, I, p. 509 et suivantes.

*Calcul de l'effet des machines*, par M. Coriolis, p. 246.

Il convient au mécanisme adopté que la roue fasse près de huit tours par minute. On lui donnera en conséquence 6<sup>m</sup>50 de diamètre : les aubes, au nombre de soixante-huit, auraient 0<sup>m</sup>60 de hauteur dans le sens du rayon, et leur largeur entre les deux joues serait de 0<sup>m</sup>70. Je remarquerai, au sujet de cette dernière dimension, que l'épaisseur de la lame d'eau dans le coursier devant être d'environ 0<sup>m</sup>16, il convient que sa largeur en amont de la roue soit de 0<sup>m</sup>58  $\left( = \frac{0,450}{4,85 \times 0,16} \right)$ .

### 5. Roues à augets.

341. Ce sont les plus puissantes des roues. De tous les moteurs hydrauliques, aucun ne réunit au même point la force et la simplicité, ou du moins l'économie dans les frais d'établissement et d'entretien. Aussi sont-ils très fréquemment employés, et ils doivent l'être exclusivement à toute autre roue pour les chutes comprises entre 3<sup>m</sup> et 12<sup>m</sup>. L'importance du sujet va me porter à le traiter avec quelque étendue : c'est d'ailleurs l'espèce de roue dont j'ai eu le plus à m'occuper, et presque ma machine de prédilection.

#### a. Roues recevant l'eau au sommet.

Parties  
principales  
d'une roue  
à augets  
en bois.

342. Ces roues, appelées aussi *roues en dessus*, sont faites ou en bois ou en fonte. L'état de nos forêts, malgré leur dépérissement, permettra longtemps encore de se servir des premières, qui sont presque toujours bien plus économiques.

Une telle roue consiste : 1<sup>o</sup> en un *arbre tournant* avec ses *tourillons* ; 2<sup>o</sup> en divers *bras* avec leurs *renforts* ; 3<sup>o</sup> en une *couronne* avec son *fond* et ses *augets*.

343. L'arbre est formé d'une pièce de bon bois de chêne. Sa longueur dépend de la largeur de la roue; et on lui donne de 0<sup>m</sup>50 à 0<sup>m</sup>80 d'équarrissage. Ses deux extrémités sont arrondies et de forme légèrement conique, de manière à recevoir les gros cerclés de fer destinés à consolider ces extrémités affaiblies par les entailles qu'on y a pratiquées pour loger les tourillons.

Ceux-ci sont en fonte, et ils roulent sur des coussinets de même matière, ou de bronze dans les machines bien soignées. Leur diamètre, pour les grandes roues qui pèsent 12000 à 15000<sup>k</sup>, est de 0<sup>m</sup>20 à 0<sup>m</sup>25.

D'après une règle donnée par l'ingénieur anglais Tredgold, en appelant  $\varpi$  le poids que doit supporter un tourillon, son diamètre devrait être  $0^m0013 \sqrt{\varpi}$ ; la prudence doit le faire porter à  $0^m002 \sqrt{\varpi}$ . Le même ingénieur ne donne à la longueur du tourillon que les cinq sixièmes de son diamètre.

Les tourillons font partie des manivelles, qu'on emploie très souvent à transmettre le mouvement. Je remarquerai, au sujet de cette transmission, que, toutes les fois qu'une roue doit communiquer un mouvement d'oscillation à un balancier, par exemple, ou un mouvement de va-et-vient à des tirans, la manivelle, malgré l'irrégularité de vitesse à laquelle elle donne lieu, est encore le meilleur des moyens à employer; il est préférable aux cammes et même aux roues excentriques: elle accompagne mieux les pièces à mouvoir, et elle prévient ainsi mieux les chocs et les ballottements, grandes causes de la dégradation et de la ruine des machines.

344. Les bras ne doivent jamais traverser l'arbre, pour ne pas affaiblir cette pièce principale. On les réunit par paires; et les deux paires, disposées en croix, laissent au milieu un carré qui embrasse l'arbre, et sur lequel on le fixe, à l'aide de coins de

Fig. 54.

bois, que l'on chasse avec forcè, et parmi lesquels on entremêle quelques petits coins de fer : aucun assemblage n'est plus solide ni plus convenable. Chacune de ces croix à quatre bras soutient une des deux joues de la couronne; il faut ainsi huit *bras principaux*. On les renforce par des *traverses*, dans les roues exposées à de fortes secousses, comme celles qui mettent en jeu les marteaux des forges. Dans les grandes, le renfort s'effectue plus convenablement par huit *bras auxiliaires* placés et disposés comme on le voit dans la figure 54 (la couronne, proportionnellement aux bras, n'y devrait avoir que moitié de la largeur représentée).

Lorsque les bois, chênes ou sapins, sont sains et que des considérations particulières n'exigent pas que la roue ait un grand poids, on peut se dispenser de donner aux bras d'aussi fortes dimensions qu'on le fait d'ordinaire. Dans la plus grande et la plus élégante de celles que j'ai vues, elle était de 1<sup>m</sup>3 de diamètre et servait à l'épuisement des eaux de la mine de Huelgoat en Bretagne, les bras n'avaient que 0<sup>m</sup>19 d'équarrissage auprès de l'arbre et 0<sup>m</sup>14 vers leur extrémité.

Dans les constructions modernes, au lieu d'assembler les bras de la manière que nous venons d'indiquer, on les dispose, comme autant de rayons, ainsi qu'on le voit sur les figures 51 et 63. Ils sont maintenus, par leur extrémité opposée à la couronne, dans de grosses bagues, en fonte qu'on a préalablement fixées sur l'arbre tournant à l'aide de coins.

345. La couronne est formée par deux joues ou



plateaux annulaires, composés de madriers de 0<sup>m</sup>06 à 0<sup>m</sup>08 d'épaisseur, taillés et assemblés comme les jantes d'une roue de voiture. On les double, sur la face extérieure, avec des planches ayant moitié de leur épaisseur : quelquefois cette doublure ne couvre que les joints des jantes, et la partie de la couronne qui reçoit l'extrémité des bras. Autrefois on donnait aux joues 0<sup>m</sup>40 et même 0<sup>m</sup>50 de large : puis, on s'est réduit à 0<sup>m</sup>325 (un pied); et dans les belles roues anglaises on n'a que de 0<sup>m</sup>26 à 0<sup>m</sup>27. On peut adopter 0<sup>m</sup>30 pour les roues de toute grandeur, même pour celles qui ont à recevoir un grand volume d'eau et à se mouvoir avec une grande vitesse : dans ce cas, on augmente la largeur de la roue, c'est-à-dire la distance d'une joue à l'autre; nous verrons bientôt (349) d'après quelles considérations on la détermine.

Lorsqu'elle est fixée, et que les deux plateaux annulaires ont été placés en conséquence, on cloue contre leur tranche intérieure, celle qui est vers l'arbre, des planches transversales de 0<sup>m</sup>03 à 0<sup>m</sup>04 d'épaisseur, et qui vont d'un plateau à l'autre : les joint aussi bien que possible et comme les douves d'un tonneau; le cylindre que présente leur ensemble est le *fond* de la couronne.

Entre les deux plateaux, et dans les mortaises entaillées à cet effet sur leur face intérieure, on place les deux planches ou *palettes*, qui, avec le fond, constituent un auget. Comme c'est ici la partie essentielle de la roue, sous le rapport de l'effet dynamique qu'elle aura à produire, je m'arrête sur sa forme, c'est-à-dire sur la position à donner aux palettes.

Tracé  
des augets.

346. J'indique d'abord le tracé que l'expérience a fait reconnaître comme réunissant le plus d'avantages avec le plus de simplicité dans le pays où la construction des roues à augets a été le mieux soignée et raisonnée.

Fig. 55.

La hauteur, ou le diamètre de la roue étant une fois fixé, avec sa moitié, comme rayon, on décrit la circonférence *extérieure*; l'arc AS en fait partie: ensuite, avec un rayon moindre de AB, largeur de la couronne, on trace la circonférence *intérieure* BQ; AB, que nous avons fixé généralement à 0<sup>m</sup>30, est la *profondeur des augets*. Enfin, du centre commun, avec un rayon qui aboutit en C, CB étant le tiers de AB, on décrit la troisième circonférence CDE: le centre de gravité de l'eau contenue dans les augets se trouvant habituellement sur elle, on tout près d'elle, son rayon sera le *rayon dynamique* de la roue. La distance d'un auget à l'autre, mesurée sur cette dernière circonférence, est moyennement de 0<sup>m</sup>32; mais comme les constructeurs divisent ordinairement la roue par quarts, et que dans chacun ils mettent un nombre entier d'augets, cette distance éprouve une petite variation suivant la grandeur des roues. Le nombre des augets ne sera pas en conséquence exactement proportionnel au diamètre; il sera tel qu'il est indiqué à la seconde colonne ci-contre. Le diamètre désigné à la première est celui de la circonférence extérieure; c'est le diamètre de la roue proprement dit, et nous le désignons par D.

| DIAMÈTRE. | NOMBRE D'AUGETS. |
|-----------|------------------|
| mèt.      |                  |
| 3         | 24               |
| 4         | 36               |
| 5         | 44               |
| 6         | 56               |
| 8         | 76               |
| 10        | 96               |
| 12        | 108              |

La circonférence du rayon dynamique étant divisée en autant de points équidistans C, D, E, etc., qu'il doit y avoir d'augets, de chacun d'eux, on tire vers le centre les lignes CB, DF, EG, etc. : elles fixent la position des petites palettes. Celle des grandes, AD, HE, etc., se détermine par la considération suivante : il faut que l'angle HEG, compris entre les deux palettes du même auget, soit ouvert le moins possible, afin que l'auget retienne son eau plus longtemps; mais, en même temps, il faut qu'il soit assez ouvert pour que l'espace Db ne se trouve pas étranglé à tel point que l'eau n'arrive qu'avec difficulté sur la petite palette, et qu'il n'en rejaillisse une partie au dehors avant de l'avoir atteinte. Il est en conséquence nécessaire que Db soit notablement plus grand que l'épaisseur de la lame fluide qui tombe sur la roue : en élargissant, il est vrai, cette lame, ainsi que les augets, on peut diminuer cette épaisseur presque à volonté; malgré cela, il ne faut pas donner à Db moins de 0<sup>m</sup>11 à 0<sup>m</sup>12. Pour qu'il en soit ainsi, on fait l'angle HEG de 110° à 118°, suivant que les roues ont de 4<sup>m</sup> à 12<sup>m</sup>. de diamètre; de manière que l'inclinaison de la grande palette par rapport à la circonférence extérieure, c'est-à-dire à sa tangente au point de contact, soit d'environ 31° : elle ne doit pas être de plus de 33°. Dans la pratique, j'obtiens ces avantages d'une bonne construction, et très simplement, en portant l'extrémité de H de la grande palette à 3 ou 4 centimètres au delà du point d, extrémité du rayon passant par le point F.

347. Un autre tracé, fort en usage en France, con-

siste à faire  $IK = \frac{1}{2} IP$ , et à ne porter le bord de la grande palette qu'en L, extrémité du prolongement EL de la petite palette de l'auget antérieur.

Quelquefois on brise la grande palette, ainsi qu'on le voit en NOP ; l'eau est alors retenue plus longtemps. Mais les ouvriers se prêtent difficilement à des constructions qui ne sont pas d'une exécution ou d'une réparation extrêmement faciles : par suite, dans plusieurs endroits, ils placent la petite palette perpendiculairement à la grande, uniquement parce que le joint à angle droit est le plus simple et le plus aisé à bien exécuter. Sans un tel obstacle, le mieux serait de courber la grande palette, ainsi que l'indique l'arc RS, dont l'extrémité S ne fait qu'un angle très petit ou même nul avec la circonférence : dans cette méthode, qui est à recommander et qui s'exécute facilement avec des arcs en tôle, les augets conservent de l'eau jusqu'au bas de leur révolution. Au reste, si les dernières dispositions que nous venons d'indiquer sont plus favorables à la conservation de l'eau sur les roues, elles le sont un peu moins à son entrée dans les augets.

Souvent on perce la petite palette des augets de deux ou trois trous d'environ 0<sup>m</sup>04 de diamètre. Lorsqu'après avoir dépassé le bas de la roue, un auget se relève, l'air extérieur entrant par les trous, prévient le vide qui tend à s'y faire, qui s'y ferait s'il était exactement fermé, et par suite duquel l'auget emporterait avec lui une masse d'eau agissant en sens contraire du mouvement de la machine. C'est en outre par ces trous que se vident les augets, lorsqu'on arrête la roue.

348. Relativement au mode de donner l'eau aux roues en dessus, on a deux cas à distinguer : celui où le niveau du réservoir est à peu près constant, et celui où il présente d'assez grandes variations.

Mode de  
donner l'eau  
aux augets.

Dans le premier cas, à un ou deux décimètres en contre-bas du niveau, on établit le coursier, auquel on donne une largeur à peu près égale à celle de la roue. A son origine, il est évasé de manière à éviter la contraction ; et, à l'extrémité de l'évasement, on établit la vanne, qui sert à régler la quantité d'eau qu'on veut envoyer à la machine. Au-delà, le coursier se dirige en ligne droite vers la roue, et avec une pente de  $\frac{1}{15}$  environ : il passe à quelques centimètres seulement au-dessus de son sommet : il se continue encore sur une longueur de 0<sup>m</sup>50 à 0<sup>m</sup>60, en se rétrécissant graduellement, de manière à ce que sa largeur, à l'extrémité, soit d'un décimètre environ plus petite que celle des augets. La lame d'eau qu'il mène, arrivée au bout, tombe librement dans le deuxième ou le troisième auget, à compter du sommet.

Si le niveau du réservoir est sujet à de fréquentes hausses et baisses, on adapte au fond de ce réservoir un coursier fermé par le haut, et dont la face supérieure est inclinée, ainsi qu'on le voit à la figure 54. Il se termine par une buse, sorte de tronc de pyramide, dont les faces font avec l'axe un angle de 6° à 7° ; et cet axe est incliné et dirigé vers la partie supérieure de la petite palette de l'auget qui se trouve en face, de manière à ce qu'elle soit choquée aussi directement et aussi perpendiculairement que possible, l'action de la gravité, comme le mouvement

de la roue, rapprochant la direction du choc de la partie inférieure. La largeur de l'orifice, ou sa dimension horizontale, doit être un peu plus petite que celle des augets, et sa hauteur ne doit pas dépasser 0<sup>m</sup>1, presque toujours elle est bien moindre. Ces coursiers-buses, très en usage aux forges de la Dordogne et du Lot, y portent le nom assez significatif de *becs de cane*.

Dans plusieurs lieux, les buses sont adaptées à des caisses ou petits réservoirs établis dans l'intérieur des usines et au-dessus des roues; on les y nomme *cabinets d'eau*. Le fluide leur est amené du grand réservoir par de gros tuyaux ou conduits fermés. La résistance des parois de ces conduits, diminuant la force du courant, l'eau se tient toujours plus basse dans le cabinet que dans le réservoir (182); c'est une perte de chute sur la roue, et par suite une perte de force mouvante, et sans qu'elle soit compensée par aucun avantage.

Largeur  
de la roue.

349. La largeur des augets, celle de la roue entre ses deux joues, se détermine d'après le volume d'eau qu'elle doit recevoir et porter.

Soit  $Q$  le volume sortant du coursier en 1",  $d$  la distance d'un auget à l'autre comptée sur la circonférence extérieure, et  $v'$  la vitesse des points de cette circonférence; il est évident que, dans une seconde, il passera, devant la bouche qui verse l'eau, un nombre d'augets égal à  $\frac{v'}{d}$ , et par conséquent que chacun d'eux prendra un volume d'eau égal à  $Q$  divisé par  $\frac{v'}{d}$ , ou à  $Q \frac{d}{v'}$ . Il faut que l'auget puisse contenir non-seulement cette quantité, mais encore

une quantité environ trois fois plus considérable; autrement l'eau se verserait trop tôt. Si  $l$  représente la largeur d'un auget,  $S$  l'aire de sa section transversale, ou plutôt l'aire de la section de la masse fluide qu'il pourrait contenir au moment où il se trouve immédiatement sous le jet sortant du coursier,  $Sl$  sera sa capacité, et il faudra que  $Sl = 3 \frac{Qd}{v'}$   $= 180 \frac{Q}{MN}$ ,  $M$  étant le nombre d'augets de la roue, et  $N$  le nombre de tours qu'elle fait en une minute; puisque  $d = \frac{\pi D}{M}$ , et  $v' = \frac{\pi DN}{60}$ . Ainsi,  $l = 180 \frac{Q}{MNS}$ : telle sera la largeur à donner, dans l'œuvre, à la roue. La quantité d'eau  $Q$  à introduire dans cette expression est celle que la roue doit dépenser pour produire tout son effet, et nous verrons ultérieurement (366) quelle est cette quantité;  $N$  sera le nombre de tours faits en 1' dans cette même circonstance, et  $S$  se déterminera sur la coupe d'un auget.

Dans ma manière de disposer une roue et ses augets (346), on a, avec d'assez faibles variations,  $S = 0^{\text{mm}}072$  et  $M = \frac{\pi D}{0,34}$ , et par suite  $l = 270 \frac{Q}{ND}$ .

### *Effet théorique.*

350. La force d'un courant qui roule  $P$  d'eau en 1' et qui tombe d'une hauteur  $H$ , est  $PH$  (280). Si, dans sa chute sur une machine, il y exerçait toute l'action motrice dont il est capable, il lui imprimerait cette même force: mais il n'en est presque jamais ainsi, et la force réellement imprimée est moindre que  $PH$  (283). Dans une roue à augets,

De l'effet théorique ou de la force imprimée à la roue.

tout le fluide du courant agit sur elle, depuis le point où il la joint jusqu'à celui où il l'abandonne (car on peut toujours admettre, et nous admettrons qu'il la quitte instantanément); ainsi le facteur  $P$  ne subit pas de diminution. Elle sera donc éprouvée par l'autre facteur  $H$ , et par conséquent une partie de la chute totale sera comme perdue. *De sorte que, pour avoir la force imprimée effectivement à une roue à augets, il n'y a qu'à déterminer les diverses pertes de chute qui ont lieu depuis le niveau du réservoir jusqu'à la partie inférieure de la roue, et à les retrancher de  $H$ , dans l'expression  $PH$ .*

Fig. 54.

Soit une roue  $ERF$  recevant l'eau d'un réservoir  $M$ . Prenons  $AB$ , distance verticale entre le niveau de  $M$  et l'extrémité  $F$  du diamètre vertical, pour représenter la chute totale  $H$ . Divisons cette distance en trois parties :  $AC (=h)$ , comprise entre la surface du réservoir et le point où l'eau frappe la roue;  $CD$ , égale à  $fg$ , hauteur de l'arc chargé d'eau; et  $DB$ , distance entre le point où l'eau est censée sortir des augets et le bas de la roue. Signalons et évaluons les pertes sur chacune de ces parties.

Force  
imprimée  
par l'eau  
contenue  
dans  
les augets.

351. Il est d'abord manifeste qu'il n'y en a point sur la hauteur  $CD$  de l'arc chargé d'eau; le fluide  $P$ , agissant constamment et de tout son poids sur la partie de la roue correspondante à cette hauteur, lui imprime  $P.CD$  de force.

Quoique cette assertion soit regardée comme évidente, et qu'elle soit une conséquence immédiate de ce qui a été dit sur les moteurs et les effets, je vais cependant en donner une démonstration directe et synthétique.

En premier lieu, l'effort que fait, pour produire le mouvement de rotation, le poids du fluide porté par l'arc chargé d'eau, c'est-



à-dire le poids du fluide contenu dans les augets, depuis le niveau du point C jusqu'au niveau du point D, est égal à l'effort qui serait exercé par le poids d'un prisme d'eau GH, placé à l'extrémité R du rayon dynamique OR, dont  $GH = CD$  serait la hauteur, et qui aurait pour base la section de l'arc fluide (l'eau des augets étant supposée étendue uniformément sur cet arc). Pour le démontrer, il suffit de faire voir que les momens de ces deux efforts sont égaux. Supposons à cet effet que l'arc chargé d'eau soit divisé en une infinité de petits arcs élémentaires, tels que  $mn$ ; désignons par  $\sigma$  la section de l'arc fluide, et par  $\varphi$  le poids spécifique de l'eau;  $\sigma.mn.\varphi$  sera le poids du petit arc  $mn$ ; puisqu'il agit verticalement, la distance entre la direction de son effort et le centre de rotation sera l'horizontale  $rs$ ; ainsi, on aura, pour son moment,  $\sigma.mn.\varphi. rs$ ; les triangles semblables,  $mnr$  et  $rOs$ , donnant  $mn.rs = Or.pq$ , on aura aussi  $\sigma.\varphi.Or.pq$ . La somme de tous ces momens partiels, ou le moment de l'arc entier, sera donc le facteur commun ( $\sigma.\varphi.Or$ ), multiplié par la somme des petites hauteurs  $pq$  des arcs élémentaires: or, cette somme est évidemment  $fg$  ou  $CD$ ; ce moment sera par conséquent  $\sigma.\varphi.Or.CD$ . Celui du prisme GH est manifestement  $\sigma.\varphi.GH.OR$ . Et puisque  $GH = CD$  et  $Or = OR$ , les deux momens seront égaux. C.Q.F.D.

En second lieu, l'effort exercé en R, et dans le sens du mouvement, étant  $\sigma.\varphi.CD$ , et la vitesse du point R étant  $v$ , la force imprimée sera  $\sigma.\varphi.CD.v$  (278). Puisque Q est le volume d'eau écoulé en  $t''$ , et que durant ce temps ce volume doit passer par la section  $\sigma$  avec la vitesse  $v$ , qui est aussi celle du fluide après qu'il a atteint la roue, on aura  $Q = \sigma.v$ : on a de plus  $P = \varphi Q$ . Prenant les valeurs de  $\sigma$  et de  $\varphi$ , dans ces deux égalités, et les substituant dans l'expression ci-dessus de la force imprimée, elle devient  $\frac{Q}{v} \cdot \frac{P}{Q} \cdot CD.v = P.CD$ , ainsi que nous l'avions établi.

352. Venons aux pertes de chute qui ont lieu au-dessus de l'arc chargé d'eau, c'est-à-dire sur la hauteur AC.

AC ou  $h$  est la hauteur due à la vitesse avec laquelle le fluide arriverait à la roue, et avec laquelle il la choquerait, si elle n'avait éprouvé aucune diminution entre le réservoir et les augets: mais il n'en

Pertes  
de chute  
au-dessus  
de l'arc  
chargé d'eau.

est pas ainsi, et lorsque le fluide rencontre la roue, la hauteur due à sa vitesse n'est plus que  $h_1$ , quantité plus petite que  $h$  de  $\mu h$ , puisque  $h_1 = h(1 - \mu) = h - \mu h$  (300). La valeur du coefficient  $\mu$  dépend : 1° de la perte de vitesse qui a lieu à la suite de la contraction que la lame fluide subit à son passage par le pertuis du réservoir : 2° de la résistance qu'elle peut éprouver contre les parois du coursier qui la conduit aux augets : 3° de la dispersion des filets fluides, plusieurs allant frapper les bords et les parois de l'auget, et perdant une portion de leur vitesse avant d'atteindre la petite palette ou l'eau qui la recouvre : 4° de la direction oblique avec laquelle la lame arrive sur cette palette ; l'obliquité sera souvent de 30°, et il en résultera alors une diminution de 0,14 dans la valeur de  $h$ , et par suite de la force du choc. Toutes ces causes réunies peuvent porter  $\mu$  à 0,1 à 0,2 ou même à 0,3, suivant les circonstances locales, telles qu'une plus ou moins bonne disposition du vannage. On fixera sa valeur d'après ces circonstances : d'ailleurs, ce ne sera jamais qu'une approximation ; car, il y a impossibilité à une détermination rigoureuse. — Soit  $Aa$  la portion de la chute  $AC$  représentant cette valeur, la partie restante  $aC$  sera  $h$ , ou la hauteur réellement due à la vitesse  $V$  du fluide, et par conséquent égal à  $0,051 V^2$ .

353. D'après ce qui a été déjà dit (297), cette hauteur aura encore à subir deux diminutions ou pertes,  $ab$  et  $bd$  : l'une  $h'$  ( $= 0,051 v^2$ ), qui est la hauteur due à la vitesse  $v$  de la roue, croît avec cette vitesse : l'autre  $h''$ , ou  $0,051 (V - v)^2$ , qui est la hauteur due à la vitesse perdue par le choc, diminue

au contraire lorsque cette même vitesse  $v$  augmente.

La somme de ces deux pertes sera la plus petite possible, ou  $0,051 \{ v^2 + (V - v)^2 \}$  sera un *minimum*, lorsque  $v = \frac{1}{2} V$ ; alors elles seront égales entre elles, chacune sera  $\frac{1}{4} 0,051 V^2 = \frac{1}{4} h_1$ , et les deux ensemble (*ad*) égaleront  $\frac{1}{2} h_1$ . Dans ce cas, celui du *minimum* de perte, la partie restante  $dC$ , qui demeure seule la chute effective (car pour la force imprimée on n'a plus que  $P \times dC$ ) sera aussi égale à  $\frac{1}{2} h_1$  ( $= \frac{1}{2} aC$ ), et elle sera par conséquent plus petite que  $\frac{1}{2} h$  ( $= \frac{1}{2} AC$ ).

Si la somme des deux pertes,  $h'$  et  $h''$ , ne saurait être moindre que  $\frac{1}{2} h_1$ , elle peut être, et elle sera presque toujours notablement plus grande : elle le sera d'autant plus que l'inégalité entre  $h'$  et  $h''$  se trouvera plus considérable; elle serait à son *maximum*, si une de ces deux quantités,  $h''$  par exemple, devenait nulle, ce qui aurait lieu si l'on avait  $V = v$ ; dans ce cas, il viendrait  $h' = 0,051 V^2 = h_1$ , ou  $ab = aC$ ; et il ne resterait plus rien pour la chute effective. Mais dans la réalité il n'en sera point ainsi :  $V$ , qui ne saurait être plus petit que  $v$ , prédominera;  $h''$  aura une valeur réelle, et il y aura toujours une chute effective, quoique d'ailleurs elle puisse être fort petite.

354. Résumant, nous dirons : que cette chute est essentiellement plus petite que  $0,5h$ ; que, dans les très bonnes dispositions de roue, elle pourra être de  $0,4h$ ; et que, dans les bonnes dispositions ordinaires, elle ne sera guère que de  $0,33h$ . De sorte que dans les roues hydrauliques, les deux tiers environ de la hauteur comprise entre le niveau du réservoir et le point où le fluide atteint la roue sont perdus pour l'effet à produire.

L'effet dû à cette hauteur  $h$ , et qui est généralement  $P(h - \mu h - h' - h'')$ , sera donc, le plus souvent,  $P(h - \frac{2}{3}h) = \frac{1}{3}Ph$ . Résultat analogue à celui que l'expérience a donné pour les meilleures des roues mues uniquement par le choc de l'eau, ainsi qu'on l'a vu au n° 313.

355. Puisque un tiers seulement de la partie de la chute, prise au-dessus du point où l'eau atteint la roue, est utilisé, tandis que la partie qui est au-dessous jusqu'au versement des augets, c'est-à-dire la hauteur de l'arc chargé d'eau, l'est entièrement, il y a un avantage manifeste à augmenter celle-ci aux dépens de l'autre, c'est-à-dire qu'en établissant une roue à augets, pour qu'elle reçoive du courant moteur toute la force qu'il peut lui imprimer, il faut faire que la distance entre son sommet et le niveau du réservoir soit aussi petite que possible. Il n'y aurait toutefois aucune utilité à la diminuer au point que le fluide arrivât à la roue avec une vitesse moindre que celle des augets : il n'agirait sur eux qu'autant qu'en continuant à descendre il aurait pris une vitesse égale à la leur. (De là vient qu'au point où le fluide exerce son action, on ne saurait avoir  $v > V$ .)

Au reste, cette distance entre le point d'action et le niveau du réservoir aura toujours, en réalité, une valeur notable. On ne pourra guère établir le sommet de la roue à moins de 0<sup>m</sup>30 au-dessous de ce niveau ; et entre le sommet et le point où le fluide agira directement ou indirectement sur les palettes, il y aura toujours 0<sup>m</sup>30 environ ; de sorte qu'habituellement  $h$  sera de 0<sup>m</sup>60 au moins. Amettons une telle valeur : faisons  $\mu = 0,2$ , et par suite  $\mu h = 0<sup>m</sup>12$  ; il restera  $h_1 = 0<sup>m</sup>48$ . Prenant le quart de cette quantité pour  $h'$ , on aura  $v = 1<sup>m</sup>53$  ; ce sera la vitesse avec laquelle la roue rendra son plus grand effet (en faisant toutefois

abstraction d'une petite diminution, produite par la vitesse, dans la hauteur de l'arc chargé d'eau).

Si on diminue la vitesse  $1^m 55\frac{1}{2}$ , qu'on la baisse, par exemple à  $1^m$ , on diminuera l'effet; au lieu d'une charge effective de  $0^m 24$  ( $= 0,60 - 0,12 - 0,12 - 0,12$  ou  $h - \mu h - h' - h''$ ), on n'en aura plus qu'une de  $0^m 14$  ( $= 0,60 - 12 - 0,05 - 0,29$ ); et les deux effets seront entre eux comme  $\alpha + 0,24$  est à  $\alpha + 0,14$ ,  $\alpha$  étant la hauteur de l'arc chargé d'eau.

Dans le cas où l'on viendrait à bout de donner à la roue toute la vitesse qu'elle peut avoir avec  $h = 0^m 60$ , ce qui serait la vitesse du fluide  $V = \sqrt{2gh} = 3^m 07$ , il ne resterait plus de charge effective, et l'effet, comparativement aux précédens, ne serait plus que  $\alpha$ .

356. Examinons maintenant ce qui se passe au-dessous de l'arc chargé d'eau.

La portion de chute, DB, qui s'y trouve, est évidemment perdue dans son entier. Elle se compose de deux parties: l'une  $eB$  est perdue par suite de la forme des augets, c'est-à-dire de l'inclinaison de leur grande palette; et la partie  $De$  l'est par un effet de la vitesse de la roue ou plutôt de la force centrifuge qui en résulte.

Abstraction faite de l'action de cette force, la surface de l'eau contenue dans les augets est horizontale. A mesure que, par suite de la révolution de la roue, les augets descendent, cette surface approche graduellement du bord de la grande palette; un instant après qu'elle l'a atteint, et qu'elle a par conséquent pris la position  $hi$ , le versement de l'eau hors de l'auget commence; et il finit lorsque cette palette est arrivée à la position horizontale  $kl$ . L'arc  $Fh$ , qui mesure la distance du bas de la roue au point où l'eau commence à verser, sera l'arc du versement au commencement, et  $Fk$  sera l'arc du versement à la fin.

Pertes  
de chute  
au-dessous  
de l'arc  
chargé d'eau.

1<sup>o</sup> Perte due  
à la forme  
des augets.

Ce dernier est égal à l'angle  $ukl$  que la grande palette fait avec la tangente à la circonférence, angle qui est connu par suite des règles suivies dans le tracé des augets, et que nous désignerons par  $a$ . L'arc  $Fh$  est égal à  $Fk + kh$ , et  $kh$  est égal à l'angle  $xhi$  que la grande palette fait avec la surface de l'eau au commencement du versement, angle que nous appellerons  $z$ ; ainsi  $Fh = a + z$ .

Quelle que soit la grandeur des deux arcs de versement, ainsi que la loi suivant laquelle diminue le volume d'eau versé à chaque instant par un même auget, depuis qu'il a commencé jusqu'à ce qu'il ait fini de verser, on peut toujours admettre un *arc de versement moyen*; tel que la quantité d'action motrice due à l'eau portée par la roue demeure la même, soit lorsque toute l'eau  $P$  serait conservée en entier par les augets jusqu'à l'extrémité de cet arc moyen, où elle serait versée tout-à-coup; soit lorsque le versement s'effectue par degrés, depuis l'extrémité du premier arc jusqu'à celle du second. Habituellement la distance entre ces deux extrémités est peu considérable, et on peut, sans erreur sensible, prendre la moyenne arithmétique : l'arc moyen sera alors  $a + \frac{1}{2}z$ , ou  $Fe'$ , le point  $e'$  étant à égale distance de  $h$  et  $k$ .

Si sur  $AB$  on prend  $e$  au niveau de  $e'$ ,  $Be$  sera la perte de chute cherchée. Or  $Be$  est égal au sinus verse de l'arc moyen  $Fe'$ , arc dont le demi-diamètre de la roue est le rayon : ainsi,  $D$  étant le diamètre, on aura

$$Be = \frac{1}{2}D \left\{ 1 - \cos \left( a + \frac{1}{2}z \right) \right\}.$$

357. L'angle  $z$  que la surface fluide fait, au commencement

du versement, avec la grande palette, dépend du volume d'eau reçu par les augets, ainsi que de leur forme et de leurs dimensions; forme et dimensions qui seront connues ou par les règles suivies dans la construction de la roue, ou par les mesures que l'on en prendra directement. La détermination de cet angle étant une opération de pure géométrie, je me borne à l'indiquer: l'examen de la figure suffira d'ailleurs pour en rendre raison.

Soit  $ABa$  ou  $ABCa'$  la coupe de la portion de l'auget contenant l'eau au moment où le versement commence, et que l'on ait  $AB = \alpha$ ,  $BC = \epsilon$ ,  $AC = \gamma$ ; angle  $ACB = \alpha'$ ;  $BAC = \epsilon'$ ,  $ABC = \gamma'$ ; surface  $ABC = s'$ . D'après ce qui a été dit (349),  $s$  étant l'aire de la section de la masse fluide contenue dans l'auget,  $s = \frac{Qd}{lv}$ .

Fig. 56.

On a deux cas à distinguer: celui où la surface fluide  $Aa$  est au-dessous de  $AC$ , alors  $s < s'$ ; et celui où cette surface est au-dessus en  $Aa'$ , alors  $s > s'$ . Dans le premier, en faisant  $\frac{2s}{\alpha} = \omega$  (c'est

la ligne  $ab$  de la figure), on a  $\tan \omega = \frac{\alpha}{\alpha + s \cot(180 - \gamma')}$ ; dans le second,  $\omega = \epsilon' + \omega$ , et, en faisant  $\frac{2(s - s')}{\gamma} = \omega'$  (c'est la ligne  $a'e$ ),

on a, sans erreur sensible,  $\tan \omega = \frac{\gamma'}{\gamma - s' \tan \alpha'}$ .

358. Reste à déterminer la perte de chute provenant de la force centrifuge, perte souvent considérable, et qui cependant n'avait point encore été prise en considération. Dans ces dernières années, M. Poncelet, ayant porté son attention sur cet objet, a établi un théorème aussi remarquable par sa simplicité qu'heureux dans ses conséquences, et il l'a fait servir à une détermination complète de ce point important de la théorie du mouvement des roues à augets. Il a eu la bonté de me communiquer son travail, et j'en expose ici les principaux résultats.

2° Perte due à la force centrifuge.

Mais avant, je rappelle que lorsqu'un corps participe à un mouvement de rotation, chacune de

ses molécules est animée d'une force centrifuge. Si  $m$  est la masse d'une d'elles,  $u$  sa vitesse, et  $r$  sa distance du centre de rotation, sa force centrifuge sera  $\frac{mu^2}{r}$  (298) : elle sera encore exprimée par  $mr\omega^2$ , si  $\omega$  est la *vitesse angulaire* du corps, c'est-à-dire la vitesse des molécules placées à 1<sup>m</sup> du même centre, puisque  $u = \omega r$ .

Fig. 57.

Ainsi, chaque molécule du fluide contenu dans les augets d'une roue en mouvement est soumise à l'action de deux forces, la gravité et la force centrifuge. Soit  $e$  une des molécules; prenons verticalement  $ep$  pour représenter la première force  $mg$ , et, sur la direction du rayon  $Ce$ ,  $eq$  pour la seconde  $m\omega^2 r$ ; la diagonale  $er$  du parallélogramme sera leur résultante; et il en sera comme si la molécule n'était soumise qu'à la seule action de la force que  $er$  représente en intensité comme en direction. Si l'on prolonge  $er$  jusqu'à la verticale menée par le centre  $C$  de la roue, il la rencontrera en un point  $O$ , tel que  $CO = \frac{g}{\omega^2}$ ; puisque  $CO : Ce (=r) :: ep (=mg) : pr (=m\omega^2 r)$ . Or cette distance  $CO$ , ne dépendant nullement de la position des molécules, sera la même pour toutes; toutes les directions des forces coïncideront donc vers  $O$ , et ce point sera comme le centre d'action d'où elles sont dirigées.

La surface d'un fluide étant toujours perpendiculaire à la direction de la force qui agit sur ses molécules, celle de l'eau contenue dans les augets le sera donc aux lignes menées de  $O$  à ses divers points, et par conséquent la coupe de cette surface  $st$  sera toujours un arc de cercle ayant son centre en  $O$ .



Dans la révolution de la roue, l'extrémité *s* de cet arc s'approchera graduellement du bord de la grande palette, et elle l'atteindra lorsque l'auget sera parvenu dans la position ABI : alors ou immédiatement après le versement commencera. Il finira lorsque l'auget sera descendu dans la position A'B'I', telle que l'arc limite du fluide soit passé sous la palette A' B'.

Telles sont les bases posées par M. Poncelet.

359. Dans la plupart des cas, ceux où le diamètre de la roue n'est pas au-dessous de 4<sup>m</sup> et où la vitesse à la périphérie n'excède pas 3<sup>m</sup>, on peut regarder la surface de l'eau dans les augets comme plane ; et par suite elle sera perpendiculaire à une ligne menée du point O à son centre de figure. (Cas ordinaires.)

Dans cette supposition, je détermine les deux arcs de versement AE et A' E. — Le premier, ou l'angle ACE, à qui il sert de mesure, est égal à  $GAF = GAB + BAD + DAF = a + z + \gamma$ , en appelant  $\gamma$  l'angle DAF ou son égal  $aOC$ , le point *a* étant le milieu de AD. Menons *ag* perpendiculaire à *aC*, et nommons *b* l'angle que fait la première de ces lignes avec la tangente AG (en les supposant prolongées), angle qui est égal à  $ACa$  : l'angle  $OaC$ , ou son égal  $gaD = GAD - b$  : de plus le triangle  $OaC$  donne  $\sin aOC (= \sin \gamma) : aC (= r') :: \sin OaC (= a + z - b) : OC (= \frac{g}{10^3} = \frac{gr^2}{v^2})$ , d'où  $\sin \gamma = \frac{r' v^2 \sin(a + z - b)}{gr^2}$  ; *r'* est le demi-diamètre de la roue diminué de la moitié de la profondeur des augets. L'angle *b* sera généralement fort petit ; il n'aura qu'une faible influence dans la valeur de  $\gamma$ , et à

plus forte raison dans celle de l'arc de versement ; sans erreur sensible , on peut le négliger ; mais , par compensation , on substituera à  $r'$  le rayon dynamique  $r$  qui est un peu plus petit , et alors  $\sin \gamma = \frac{v^2}{gr} \cdot \sin (a + z)$ . — L'arc A'E est égal à l'angle  $a + \gamma'$ , en appelant  $\gamma'$  l'angle  $a'$ OE ; et , d'une manière analogue à celle qui vient d'être employée pour  $\gamma$ , on trouvera  $\sin \gamma' = \frac{v^2}{gr} \cdot \sin a$ .

Encore ici on peut admettre un arc de versement moyen ; et , sans erreur pour l'application , prenant une moyenne arithmétique entre les deux arcs déterminés , on aura pour sa valeur  $a + \frac{1}{2} z + \frac{1}{2} \gamma + \frac{1}{2} \gamma'$ .

Son sinus-verse, étant égal à BD (fig. 54), sera la perte de chute provenant à la fois de la forme des augets et de la force centrifuge ; en la nommant  $h'''$ , on aura

$$h''' = \frac{1}{2} D \{ 1 - \cos (a + \frac{1}{2} z + \frac{1}{2} \gamma + \frac{1}{2} \gamma') \}.$$

Je montre par un exemple la manière de calculer cette perte de chute.

La roue a  $11^m37$  de diamètre : elle porte quatre-vingt-douze augets, ayant  $1^m082$  de largeur,  $0^m325$  de profondeur, et les dimensions suivantes (fig. 56),  $AB = a = 0^m464$ ,  $AC = \gamma = 0^m513$ ; l'angle GAB, que AB fait avec la tangente AG à la circonférence, on  $a = 31^\circ 37'$ ,  $BAC = \epsilon' = 9^\circ 8'$ ,  $ACB = \alpha' = 53^\circ 10'$ ; la surface du triangle ABC  $= s' = 0^m0189$ ; enfin la distance d'un auget à l'autre ou  $d = 0^m3733$ .

Lors de l'observation qui a donné lieu au présent exemple, la roue recevait, en  $1''$ ,  $0^m00015$  d'eau ( $= Q$ ); sa vitesse, à l'extrémité d'un rayon dynamique de  $5^m468$  ( $= r$ ), était de  $2^m50$  ( $= v$ ).

La section de l'eau contenue dans un anget avant qu'il commençât à déverser ou  $s = \frac{Qd}{lv} = \frac{0,15 \times 0,3733}{1,082 \times 2,5} = 0^m02071$ .

Cette section étant plus grande que  $0^{\text{m}}0189 = x'$ , pour avoir l'angle  $x$  ( $35^\circ$ ), on aura  $x' = \frac{2(x-x')}{\gamma} = \frac{2 \times 0,00181}{0,513} = 0^{\text{m}}00702$ ;

et par conséquent  $\tan \omega = \frac{0,00702}{0,513 - 0,007}$ ,  $\tan 53^\circ 10'$ , qui donne  $\omega = 0^\circ 48'$ ; ainsi  $x = 6'' + \omega = 9^\circ 8' + 0^\circ 48' = 9^\circ 56'$ . Pour  $y$  et  $y'$ ,  $\sin y = \frac{(2,5)^2 \sin(31^\circ 37' + 9^\circ 56')}{9,809 \times 5,468}$  donne  $y = 4^\circ 26'$ , et  $\sin y' = \frac{(2,5)^2 \sin 31^\circ 37'}{9,809 \times 5,468}$  donne  $y' = 3^\circ 30'$ . D'après cela,  $\alpha + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}y' = 40^\circ 33'$ , et  $A''' = \frac{1}{2}11,37(1 - \cos 40^\circ 33') = 1^{\text{m}}366$ .

Décomposons cette double perte. Celle qui provient de la forme des augets, ou  $Be = \frac{1}{2}D[1 - \cos(\alpha + \frac{1}{2}x)] = \frac{1}{2} \cdot 11,37(1 - \cos 36^\circ 35') = 1^{\text{m}}120$ . Il reste ainsi pour  $eD$ , ou pour la perte due à la force centrifuge,  $0^{\text{m}}246$ : cette force a donc augmenté la perte de chute, au-dessous de l'arc chargé d'eau, dans le rapport de 100 à 122.

360. C'est d'une telle manière qu'il faudra calculer cette perte, lorsqu'on voudra déterminer l'effet dynamique d'une roue. Cependant, lorsqu'il s'agira d'une roue à établir, et que l'on voudra avoir par aperçu la perte d'effet résultant du versement de l'eau, on pourra avoir recours au tableau suivant, où les valeurs de  $A'''$  sont exprimées en fraction du diamètre.

| DIA-<br>MÈTRE<br>de<br>la roue. | PERTE DE CHUTE $A'''$ ,<br>la vitesse étant de |                  |                  |                  |                  |                  |
|---------------------------------|------------------------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
|                                 | 0 <sup>m</sup> .                               | 1 <sup>m</sup> . | 2 <sup>m</sup> . | 3 <sup>m</sup> . | 4 <sup>m</sup> . | 5 <sup>m</sup> . |
| 3 <sup>m</sup>                  | 0,15D                                          | 0,16D            | 0,23D            | 0,36D            |                  |                  |
| 4                               | 0,15.                                          | 0,16.            | 0,21.            | 0,25.            | 0,46D            |                  |
| 5                               | 0,14.                                          | 0,15.            | 0,20.            | 0,25.            | 0,36.            | 0,46D            |
| 6                               | 0,14.                                          | 0,15.            | 0,18.            | 0,23.            | 0,32.            | 0,45.            |
| 8                               | 0,14.                                          | 0,15.            | 0,17.            | 0,20.            | 0,26.            | 0,34.            |
| 10                              | 0,14.                                          | 0,14.            | 0,16.            | 0,18.            | 0,23.            | 0,29.            |
| 12                              | 0,13.                                          | 0,13.            | 0,14.            | 0,16.            | 0,20.            | 0,24.            |

Cette table a été calculée dans la supposition, 1<sup>o</sup> que les augets sont au nombre et de la forme indiqués au n<sup>o</sup> 346; 2<sup>o</sup> qu'ils portent la moitié de l'eau que peut recevoir celui qui le premier arrive sous le courant. Cette dernière supposition fait que la perte

ici notée sera presque toujours supérieure à celle qu'on aura en réalité. Par exemple, si, comme d'ordinaire, les augets n'avaient que le tiers de l'eau que peut contenir le premier, les six multiplicateurs de  $D$ , pour la roue de  $6^m$ , seraient 0,12, 0,13, 0,15, 0,195, 0,27 et 0,38. Les petites anomalies dans les nombres d'une même colonne, proviennent de ce que le nombre d'augets n'est pas exactement proportionnel au diamètre. Ce tableau met en évidence l'effet de la vitesse : ainsi, dans une roue de  $6^m$ , la vitesse étant de  $1^m$ , la perte de chute au-dessous de l'arc chargé d'eau n'a été que de  $0^m90$ , et elle sera de  $1^m92$ , plus que double, avec une vitesse de  $4^m$ .

(Cas de  
très grandes  
vitesses  
angulaires.)

Fig. 58.

361. Le mode de détermination des effets de la force centrifuge donné au n° 359, s'applique à presque tous les cas qui se présentent dans la pratique ; mais il ne saurait être employé pour les petites roues qui se meuvent avec une grande vitesse, telles sont la plupart de celles qui mettent en jeu les marteaux des grosses forges : il y en a qui n'ont pas plus de  $2^m50$  en diamètre, qui font jusqu'à trente-cinq tours par minute, et qui ont par conséquent une vitesse de  $4^m58$  à la périphérie. Le centre  $O$  des forces descend alors au-dessous de la couronne de la roue : il en résulte que les augets supérieurs ne peuvent pas même recevoir de l'eau, ou qu'ils n'en reçoivent que très peu ; les suivans en contiennent plus ; mais la quantité diminue rapidement, et bientôt le versement est fini. La figure 58, où les lignes ponctuées représentent la surface de l'eau dans chaque auget, montre cet état des choses.

Pour avoir la force imprimée à une telle roue, on partagera, par la pensée, l'arc chargé d'eau en un certain nombre de parties, en dix ou vingt ; on supposera un auget placé successivement dans la position correspondante à chacune de ces divisions :

du point O, CO étant toujours  $\frac{gr^2}{v^2}$ , on décrira dans un auget, et pour chacune de ses positions, l'arc limite du fluide, et l'on calculera, par les règles de la géométrie, la section de la masse d'eau qui est au-dessous. Soient  $q_1, q_2, q_3$ , etc., ces sections, et  $q$  celle dont la valeur est  $\frac{Qd}{lv}$  (349); soient encore  $h_1, h_2, h_3$ , etc., les parties du diamètre vertical, ou les chutes d'une position à l'autre: le poids de l'eau, passant en 1" dans l'auget, considéré à chacune de ses positions successives, sera  $P \frac{q_1}{q}, P \frac{q_2}{q}$ , etc., et par conséquent la force imprimée à la roue égalera  $\frac{P}{q}(q, h_1 + q_2, h_2 + \text{etc.})$ .

362. Conformément au principe de notre théorie (350), retranchant de la chute totale H les quatre pertes dont nous venons d'assigner la valeur, nous aurons, pour la force imprimée ou pour l'effet total produit,

Expression  
analytique  
de l'effet.

$$P(H - \mu h - h' - h'' - h''').$$

Mais cette expression n'est déduite que de considérations théoriques; et par conséquent elle ne saurait être employée, dans la pratique, qu'après avoir été mise en concordance avec les résultats de l'expérience. Soit, comme dessus (288),  $n$  le coefficient de réduction, on aura

$$E = nP(H - \mu h - h' - h'' - h''').$$

L'effet d'une roue à augets sera donc d'autant plus grand que les cinq quantités  $\mu, h, h', h''$  et  $h'''$  se-

ront plus petites, ou, d'après ce qui a été dit aux numéros 352 — 355 et 359,

1° Que le vannage et le coursier seront mieux disposés ;

2° Que le diamètre de la roue sera plus grand comparativement à la chute ;

3° et 4° Que pour une différence entre la chute et le diamètre, ou plutôt pour une valeur de  $h$  donnée,  $h'$  et  $h''$  approcheront plus de l'égalité; cette condition sera d'autant plus satisfaite, que la vitesse de la roue approchera plus d'être la moitié de celle du fluide à son arrivée sur les palettes ;

5° Enfin, que par suite de la bonne disposition des augets et d'une petite vitesse, ils conserveront l'eau sur une plus grande hauteur.

#### *Effet réel.*

Passons aux expériences qui doivent donner les valeurs des coefficients, et faire connaître les principales circonstances du mouvement de nos roues.

Expériences  
de Smeaton.

363. Smeaton avait déjà fait, en 1759, sur une très petite roue de 0<sup>m</sup>61 de diamètre, des suites d'expériences pareilles à celles qu'il avait exécutées sur une roue à aubes, et dont il a déjà été question (312). Mais divers détails, notamment sur les dimensions des augets, qui seraient nécessaires à l'application des formules, nous manquent. En conséquence, je me bornerai à donner les principaux résultats auxquels l'auteur est parvenu.

1° En suivant, dans ses expériences, le rapport entre la force employée et l'effet produit, il vit que, relativement à cet effet, la chute pouvait être divisée

en deux parties; l'une serait le diamètre, et l'autre se trouverait au-dessus : celle-ci rendait un bien moindre effet proportionnellement à sa grandeur; et il en conclut qu'il fallait donner à la roue toute la hauteur possible.

2° Vu la faible action de la partie supérieure de la chute, il chercha un rapport entre l'effet et la partie inférieure, c'est-à-dire le diamètre de la roue, et il eut assez constamment  $pv=0,80PD$ . (Quelques auteurs allemands, employant un rapport du même genre, admettent  $pv=\frac{2}{3}PD$ , c'est-à-dire que, d'après eux, l'effet serait les  $\frac{2}{3}$  de  $PD$ .)

3° Smeaton trouva d'ailleurs que lorsque la chute ne dépassait le diamètre que d'une petite quantité, on avait  $pv=0,72PH$ .

4° Il conclut encore, de ses diverses observations, notamment de celles qu'il avait faites sur les roues employées dans des usines, que la vitesse d'une roue à augets doit être de 1<sup>m</sup> à 2<sup>m</sup>. Il était d'ailleurs dominé par cet ancien principe : qu'une roue à augets rend d'autant plus d'effet, qu'elle tourne plus lentement. Ce que nous avons déjà vu (353, 355 et 362), met à même d'apprécier cette assertion à sa juste valeur; et nous avons posé une limite de vitesse, au-dessous de laquelle on ne doit point descendre, sous peine de diminuer l'effet. En définitive on peut faire subir à la vitesse de la roue à peu près toutes les variations que l'on jugera à propos; on peut la porter à 2<sup>m</sup>50 et plus, pourvu que la hauteur de l'arc chargé d'eau, ce grand élément de la force des roues à augets, n'en éprouve pas de diminution notable.

Je ne m'arrêterai pas sur des expériences que Bossut a exécutées avec une petite roue à augets, et qu'on peut d'ailleurs voir dans son *Hydrodynamique* (§§ 1048-1051) : il n'y a été tenu aucun compte des résistances passives; et, par suite, on ne saurait en tirer aucune conséquence.

Expériences  
faites à  
Poullaouen.

364. J'ai fait moi-même, en 1805, à la mine de Poullaouen en Bretagne, et de concert avec son directeur, M. Duchesne, quelques suites d'expériences sur une très grande roue employée à l'épuisement des eaux de cette mine. Les lourdes charges que nous lui faisons porter étaient comme pesées à l'aide d'un très fort dynamomètre que nous avons gradué nous-mêmes, en le chargeant successivement de divers poids jusqu'à 9000<sup>k</sup>. Nos expériences étant exposées en détail dans le tome XXI du *Journal des mines*, j'y renvoie le lecteur, et je me borne à en citer quelques-unes pour montrer les coefficients  $n$  et  $m$  qu'elles indiquent : mais avant je donne une idée de la machine.

La roue, qui avait 11<sup>m</sup>37 de diamètre, et dont nous avons donné les dimensions principales au n° 359, portait à chaque extrémité de l'arbre tournant une grosse manivelle, qui, par l'intermédiaire d'un tirant horizontal de 37<sup>m</sup> de long et d'un varlet ou levier angulaire, communiquait un mouvement de va-et-vient à un tirant vertical de 98<sup>m</sup> de long, lequel descendait dans un des puits de la mine : il y mettait en jeu sept pompes, placées les unes sous les autres, et qui avaient, terme moyen, 0<sup>m</sup>325 de diamètre et 9<sup>m</sup>48 de hauteur; leur piston s'accrochait à un bras de fer fixé en potence au tirant. Ainsi la machine, menant quatorze pompes, pouvait élever deux colonnes d'eau, pesant ensemble jusqu'à 11000<sup>k</sup>; habituellement elle n'en élevait que de 5 à 7 mille.

Lorsque nous avons voulu opérer, M. Duchesne a fait d'abord décrocher toutes les pompes des deux tirans, et nous avons examiné les circonstances du mouvement dans ce cas, où la charge



ne consistait qu'en ces deux tirans, lesquels s'équilibraient d'eux-mêmes l'un l'autre. Puis, à l'un d'eux, on a adapté d'abord quatre pistons (n'élevant point d'eau); ensuite et tout en les laissant, on a mis en jeu une première pompe; puis, et successivement, on a augmenté la charge de ce même tirant d'une seconde pompe, d'une troisième, d'une quatrième, d'une cinquième et finalement d'une sixième. La charge demeurant la même, on a quelquefois fait varier la vitesse. Le dynamomètre, qui était suspendu par un de ses bouts à l'extrémité du bras horizontal du levier et qui par l'autre portait le tirant, indiquait dans chaque expérience le poids de la charge élevée.

Cette charge, qui représente la résistance active, étant rapportée à l'extrémité du rayon dynamique de la roue, égalait les 0,0426 du poids indiqué par le dynamomètre. Les résistances passives qui provenaient du frottement aux tourillons de la roue, à ceux des supports des tirans horizontaux et du varlet, ont été calculées à diverses reprises. Toutefois, je ne dois pas dissimuler qu'il règne une petite incertitude sur leur vraie valeur, ainsi que sur celle de la quantité d'eau dépensée; mais les unes et les autres ne pouvant pêcher que par excès, et étant les unes au numérateur et les autres au dénominateur des valeurs des coefficients, je ne pense pas qu'il en résulte une erreur notable sur ces dernières valeurs.

La chute entière  $H$ , depuis le niveau du bassin jusqu'au bas de la roue, était de 11<sup>m</sup>87; et la partie  $A$ , comprise entre ce même niveau et le point où l'eau frappait les augets, avait 0<sup>m</sup>90. J'ai fait  $\mu=0,3$ , et par suite  $\mu A=0^m27$ : les autres pertes de chute  $A'$ ,  $A''$  et  $A'''$  ont été calculées par les méthodes sus-indiquées. Ces quatre pertes étant retranchées de  $H$  ont donné la *charge effective*  $H'$ , celle qui multipliée par  $P$  exprime la force imprimée à la roue.

Le tableau suivant présente les résultats de six de nos expériences: les quatre dernières, où les charges étaient plus proportionnées à la grandeur de la machine, doivent être principalement prises en considération.

| N° de l'expérience. | CHARGES indiquées par le dynamomètre. C | DISTANCES |       | VITESSE des augets, en m. p. | EFFET dyn. en m. p. | SAR dépensée en 1" | PARTIES de chute. |      |      | CHUTE effective. H. | RAPPORT de l'effet à la force        |                           |      |
|---------------------|-----------------------------------------|-----------|-------|------------------------------|---------------------|--------------------|-------------------|------|------|---------------------|--------------------------------------|---------------------------|------|
|                     |                                         | 0,0256 C  |       |                              |                     |                    | passiers.         |      |      |                     | impression du moteur. $\frac{P}{PH}$ | du moteur. $\frac{P}{PH}$ |      |
|                     |                                         | P         |       |                              |                     |                    |                   |      |      |                     |                                      |                           |      |
|                     |                                         | kil.      | kil.  |                              |                     |                    |                   | mét. | km.  |                     |                                      |                           | kil. |
| 1                   | 170                                     | 7,2       | 84,3  | 3,44                         | 315                 | 35,4               | 0,60              |      | 1,30 | 9,70                | 0,917                                | 0,749                     |      |
| 2                   | 995                                     | 42,4      | 87,5  | 2,45                         | 318                 | 36,0               | 0,31              | 0,06 | 1,10 | 10,12               | 0,874                                | 0,745                     |      |
| 3                   | 1850                                    | 78,8      | 90,8  | 2,60                         | 431                 | 48,3               | 0,35              | 0,04 | 1,17 | 10,04               | 0,909                                | 0,769                     |      |
| 4                   | 2722                                    | 116,0     | 95,4  | 2,56                         | 539                 | 59,7               | 0,33              | 0,05 | 1,20 | 10,02               | 0,901                                | 0,760                     |      |
| 5                   | 5501                                    | 234,4     | 109,2 | 2,26                         | 787                 | 86,9               | 0,27              | 0,07 | 1,24 | 10,02               | 0,904                                | 0,763                     |      |
| 6                   | 5501                                    | 234,4     | 109,2 | 2,50                         | 859                 | 96,8               | 0,32              | 0,05 | 1,29 | 9,94                | 0,893                                | 0,748                     |      |
|                     | 1                                       | 2         | 3     | 4                            | 5                   | 6                  | 7                 | 8    | 9    | 10                  | 11                                   | 12                        |      |

La moyenne des quatre dernières valeurs de  $n$  est donc. . . . . 0,902

Et celle des quatre valeurs de  $m$ . . . . . 0,760

En réalité, je crois ces coefficients plutôt trop faibles que trop forts pour la roue de Poullaouen.

Effet réel  
déduit  
de l'effet  
théorique.

365. Malgré cette remarque, et à défaut d'autres déterminations, j'admettrai pour  $n$  la valeur que je viens de trouver, et vu que  $P=1000Q$ , on aura

$$E=900Q(H-\mu h-h'-h''-h''').$$

Telle est la formule à laquelle nous avons été amenés, et dont on fera usage lorsqu'on voudra avoir toute l'exactitude que comporte la science dans son état actuel.

366. Mais elle peut être simplifiée de manière à en rendre l'application fort facile. Les trois quantités  $\mu h$ ,  $h'$  et  $h''$ , prises ensemble, équivalent à  $\frac{2}{3}h$  (354) : de plus, et à moins de cas extraordinaires,  $h'''$  ne varie que de  $\frac{1}{3}D$  à  $\frac{1}{3}D$  (360); de sorte que l'effet serait exprimé par  $n'Q(H-\frac{2}{3}h-\frac{1}{3}D)$ . Prenant le coefficient donné, pour cette nouvelle for-

me, par les expériences de Poullaouen, il vient

$$E = 950Q(H - \frac{3}{4}h - \frac{1}{4}D).$$

Cette expression servira aussi à déterminer la quantité d'eau nécessaire à la production d'un effet donné.

367. Dans les roues à augets, l'effet peut encore se conclure de la force du moteur dont on a à dispo-

Rapport  
de l'effet à la  
force  
du moteur.

ser. Nos expériences ont indiqué qu'il était à Poul-

laouen les 0,76 de cette force. Smeaton, il est vrai, ne l'a pas vu au-dessus de 0,73, dans ses observations sur sa petite roue de 0<sup>m</sup>61 de diamètre : mais il était lui-même peu satisfait des rapports qu'il trouvait entre l'effet et  $\Phi H$ ; et l'expression 0,80PD, qu'il admettait de préférence, correspond à très peu près à 0,75PH, pour les grandes roues dans lesquelles la chute ne dépasse le diamètre que de quelques décimètres.

Dans ces derniers temps M. Morin a fait plusieurs expériences, à l'aide du frein sur deux petites roues à augets, d'ailleurs bien établies : l'une de 3<sup>m</sup>42 de diamètre lui a donné, pour l'effet, y compris les résistances passives, 0,71PH moyennement, et 0,80PH quelquefois : pour l'autre, n'ayant que 2<sup>m</sup>28 de diamètre, il a eu, terme moyen, 0,81 PH; le coefficient y a d'ailleurs varié de 0,71 à 0,90.

Enfin, M. Egen, qui a fait un très grand nombre d'observations sur les roues de différente espèce, admet pour les bonnes roues à augets, de 0,75 à 0,80. (1)

(1) *Untersuchungen über den Effekt einiger in Rheinland-Westphalen bestehenden Wasserwerke*, p. 91 et passim.

Adoptant le plus faible de ces deux nombres, on a

$$E=0,75PH=750QH.$$

Je remarquerai que, dans les roues à augets, l'effet réel, la force réellement imprimée à la roue par un courant donné, s'obtient, par la simple mesure de la hauteur de l'arc chargé d'eau, d'une manière bien plus facile et plus sûre que par le frein dynamométrique et même que par l'élévation directe de poids; car ces deux moyens ne donnent pas toutes les résistances passives, il en reste toujours quelque-une qui doit être déterminée par le calcul, ce qui jette quelque incertitude dans les résultats, comme je l'ai éprouvé et remarqué au sujet de mes expériences de Poullaouen. Lorsque les augets prennent toute l'eau du courant et qu'ils la conservent jusqu'au point de versement, et il en est ainsi dans toutes les roues bien disposées, leur effet total est à la force du moteur au moins comme la hauteur de l'arc chargé d'eau est à la chute totale : je dis *au moins*, car il reste toujours quelque chose, en effet utile, de la portion de la chute qui est au-dessus de l'arc. Dans la plupart des cas, la hauteur de cet arc égalera les cinq sixièmes du diamètre, moins deux ou trois décimètres.

Exemple  
pris d'une  
machine  
d'extraction  
des produits  
d'une mine.

368. Montrons, par un exemple, le mode d'appliquer les formules que nous venons d'établir.

Près d'une mine de houille on a un cours d'eau sur lequel on peut se procurer une chute de 7<sup>m</sup>; on veut en profiter pour y établir une roue en dessus, à l'effet d'élever mille hectolitres de houille d'une profondeur de trois cents mètres en vingt-quatre heures. On demande quel est le volume d'eau qu'il faudra pour la mouvoir, et quelles sont les principales dimensions à lui donner.

L'hectolitre de houille sortant de la mine pèse moyennement 90<sup>k</sup>. Les vingt-quatre heures de travail, vu le temps perdu pour vider et remplir les tonnes qui portent la houille, se réduiront à 18<sup>h</sup> ou 64800". Ainsi l'effet à produire consistera à élever 90000<sup>k</sup> à 300<sup>m</sup> en 64800", ou 417<sup>k</sup> à 1<sup>m</sup> en 1" : c'est l'effet utile. Il faut l'augmenter d'un quart au moins pour tenir compte des résistances passives de la machine : elle consistera en un gros tour ou tambour à deux compartimens, monté sur l'arbre de la roue même : sur chaque compartiment s'enroulera un câble, passant sur une ou deux grosses poulies de renvoi (*molettes*), et portant à son extrémité une tonne ou *benne*; une des deux montera pendant que l'autre descendra. Nous estimerons en conséquence l'effet dynamique à 540<sup>k</sup>m=E.

La chute étant de 7<sup>m</sup>, on pourra établir une roue de 6<sup>m</sup>60 de diamètre. On lui donnera 64 augets ayant 0<sup>m</sup>30 de profondeur, et dont les deux palettes feront entre elles un angle de 114°; la largeur de la petite sera de 0<sup>m</sup>10 : de cette disposition il suit que la distance d'un auget à l'autre ou  $d = 0<sup>m</sup>3043 \left( = \frac{\pi(6,6-0,40)}{64} \right)$  et que l'angle  $\alpha$  que la grande palette fait avec la circonférence de la roue est de 30° 53' ( $\cos \alpha = \sin 114^\circ \frac{6,6-0,40}{6,6}$ ). L'eau atteindra la roue à 0<sup>m</sup>70 environ au-dessous de la surface du réservoir : ainsi l'on aura  $h = 0<sup>m</sup>70$ , et l'on admettra  $\mu = 0<sup>m</sup>2$ .

En conséquence, la hauteur  $h_1$ , due à la vitesse d'arrivée, sera 0,56 ( $= 0,7 - 0,2 \times 0,7$ ), et par conséquent cette vitesse ou  $V = 3<sup>m</sup>314$ . On fera faire à la roue cinq tours par minute; d'où résultera une vitesse  $v = 1<sup>m</sup>623 \left( = \frac{5 \cdot \pi(6,6-0,40)}{60} \right)$ . On a d'ailleurs  $H = 7<sup>m</sup>.$

La formule  $E = 750QH$  donne ici  $Q = \frac{540}{750 \times 7} = 0<sup>mm</sup>1025$  pour le volume d'eau à dépenser.

Voyons ce que donnera celle du n° 365. Pour les diminutions qu'y doit subir  $H$ , on a

- |                                        |                    |
|----------------------------------------|--------------------|
| 1° $\mu h = 0,2 \times 0,70$ . . . . . | 0 <sup>m</sup> 140 |
| 2° $h' = 0,051 v^2$ . . . . .          | 0 <sup>m</sup> 134 |
| 3° $h'' = 0,051 (V-v)^2$ . . . . .     | 0 <sup>m</sup> 146 |

Pour  $h'''$ , d'après ce que nous venons de dire sur la grandeur et la disposition des palettes des augets, on a

A reporter . . . 0<sup>m</sup>420

Report. . . . . 0<sup>m</sup>420

$S = 0^{\text{mm}}0710$ ; admettant qu'ils portent le tiers de l'eau qu'ils contiennent lorsqu'ils sont pleins, on aura  $s = 0^{\text{mm}}02371$ . Par les méthodes données (357 et 359), on trouve  $z = 12^{\circ} 59$ ,  $y = 3^{\circ} 26'$  et  $y' = 2^{\circ} 33'$ : la moitié de la somme de ces trois angles étant  $9^{\circ} 29'$ , il vient  $A''' = 3,3 \mid 1 - \cos(30^{\circ} 53' + 9^{\circ} 29') \mid = \dots\dots\dots$

0<sup>m</sup>786Somme des pertes de chute . . . . . 1<sup>m</sup>206

Ainsi  $Q = \frac{540}{900(7-1,206)} = 0^{\text{mm}}1036$ , valeur presque identique à la précédente.

Il en sera à peu près de même de la quantité  $0^{\text{mm}}1046 (= \frac{540}{950(7-1,567)})$ , donnée par la formule du n<sup>o</sup> 366.

Malgré cette concordance, pour avoir au moins tout l'effet voulu, on portera à  $0^{\text{mm}}12$  le volume d'eau à dépenser.

Avec une telle dépense, la largeur de la roue devrait être de  $(349) \frac{180 \times 0,12}{64 \times 5 \times 0,071} = 0^{\text{m}}953$ , on la fixera à 1<sup>m</sup>, et la largeur extérieure sera de 1<sup>m</sup>20.

Roues  
à augets avec  
grande hau-  
teur d'eau sur  
le sommet.

369. Les roues à augets, dont il vient d'être question, sont généralement d'un grand diamètre, toujours au-dessus de 3<sup>m</sup>, et leur sommet s'élève jusqu'à peu de distance du niveau du réservoir. Mais il est des cas où la destination de la machine ne permet pas d'en agir ainsi, et elle oblige, comme pour les roues emboîtées dans un coursier circulaire (328), à se départir de la disposition la plus favorable à la production d'un grand effet, et à laisser une grande hauteur entre le réservoir et le point où l'eau atteint la roue, laquelle n'a plus alors qu'un diamètre bien inférieur à la chute.

Ces cas ont ordinairement lieu pour les roues à augets qui mettent en jeu les marteaux des grosses forges. Les fortes secousses qu'éprouvent les diverses

parties du mécanisme ne permettent guère d'employer des engrenages, et comme il faut cependant de la rapidité dans le mouvement, on est contraint de faire faire aux roues trente tours et plus par minute, et de leur imprimer des vitesses de 4 à 5<sup>m</sup> : pour les obtenir, il faut des charges de 0<sup>m</sup>90 à 1<sup>m</sup>20 au moins. De plus, le jeu des marteaux est intermittent, et il est rare qu'ils battent pendant douze heures sur vingt-quatre : afin de ne pas perdre la force que donne continuellement le courant, on l'emmagasine en quelque sorte, pendant l'intermittence, dans un réservoir ou bassin établi un peu en amont de la forge : dans le temps du travail, il livre une force doublée, et, en certains momens, plus que triple de celle du courant naturel ; alors il dépense plus d'eau qu'il n'en reçoit et son niveau baisse ; de sorte que pour avoir, vers la fin d'une période de battement, 0<sup>m</sup>60 de charge d'eau par exemple, il en aura fallu une de 2<sup>m</sup> au commencement. De là vient qu'en plusieurs endroits, on voit des roues de 2<sup>m</sup> seulement de hauteur, avec des chutes de 4<sup>m</sup>. Dans de tels cas, une roue de forge serait encore assez bien disposée, si l'on avait 1<sup>m</sup>50 de hauteur d'eau sur le seuil de la vanne, 0<sup>m</sup>30 pour la pente du coursier, et 2<sup>m</sup>20 pour le diamètre.

370. Naturellement l'effet dynamique d'une pareille roue se déterminerait, ainsi que nous l'avons déjà remarqué, par la méthode due à M. Poncelet et qui a été exposée au n° 361.

La formule 900  $Q(H - \mu h - h' - h'' - h''')$  n'est plus applicable ;  $Q$  éprouve des pertes et  $h'''$  ne saurait se calculer par les règles du n° 359.

On a cependant cherché à savoir quel pouvait être le rapport entre l'effet et la force du moteur : M. Egen, qui s'est beaucoup occupé de cette recherche, l'a vu varier de 0,37 à 0,57.

L'eau tombant d'une grande hauteur et par suite avec impétuosité sur une roue qui se meut très vite, n'entre plus entièrement dans les augets : une partie, notamment celle qui frappe la tranche des palettes et des couronnes, est rejetée et emportée par la force centrifuge : cette force hâte en outre l'évacuation des augets. On prévient une partie de ces pertes, et l'on en atténue le mauvais effet en recouvrant le devant de la roue, depuis la partie qui reçoit le fluide jusqu'à son extrémité inférieure, d'un tablier ou manteau en bois, semblable à un coursier circulaire. Ce tablier, dont l'expérience a d'ailleurs montré le fort bon effet, renvoie dans les augets l'eau qui en avait été d'abord expulsée; si elle ne peut y rester, elle est toujours retenue, et, en descendant le long de sa concavité, une portion presse les palettes des augets, à peu près comme elle presse les aubes des roues contenues dans des coursiers courbes.

371. Une des données dont l'ingénieur des usines a le plus souvent besoin, est la connaissance de la quantité d'eau nécessaire à une roue pour mettre convenablement en jeu un marteau donné. La détermination rationnelle de cette quantité exigerait qu'on eût une théorie des marteaux; mais malgré l'esquisse que M. Poncelet a déjà tracée d'une telle théorie, nous n'en avons pas encore une complète; en attendant il faut y suppléer par l'expérience, et j'indique ici quelques-uns des résultats qu'elle a donnés : les trois premiers sont dus à M. Egen; il m'a fourni la connaissance du suivant, et j'ai observé les deux derniers.

| LIEU<br>DE L'OBSERVATION. | MARTEAU. |        |                | DIAM.<br>de<br>la roue. | CHUTE.<br>mèt. | EAU<br>dépensée<br>en l' | FORCE<br>du<br>moteur. |
|---------------------------|----------|--------|----------------|-------------------------|----------------|--------------------------|------------------------|
|                           | Poids.   | Levée. | Coups<br>en 1' |                         |                |                          |                        |
|                           | kil.     | mèt.   |                | mèt.                    | mèt.           | m. cub.                  | chev.                  |
| Westphalie . . . .        | 30       | 0,18   | 313            | 2,69                    | 4,96           | 0,306                    | 20,1                   |
| Idem. . . . .             | 70       | 0,47   | 224            | 2,28                    | 4,28           | 0,630                    | 35,5                   |
| Idem. . . . .             | 225      | 0,83   | 103            | 2,36                    | 3,78           | 0,610                    | 31,5                   |
| Suède. . . . .            | 320      |        | 90             | 2,80                    | 3,58           | 0,45                     | 21,5                   |
| Agennais, } cingler       | 600      | 0,65   | 85             | 2,05                    | 3,40           | 0,43                     | 19,5                   |
| pour } forger.            | 320      | 0,70   | 110            | 2,10                    | 3,60           | 0,45                     | 21,6                   |



Je remarquerai que la quantité d'eau qu'il faut pour un marteau croît dans un bien plus grand rapport que la vitesse à lui donner, presque comme le cube de cette vitesse, ainsi que le montrent les observations faites sur la première des machines notées au tableau ci-dessus, et dont les résultats sont ci-contre. Durant ces observations, la roue a fait de 20 à 37 tours par minute; avec cette dernière vitesse chaque auget ne recevait que 29 litres d'eau, et il pouvait en contenir plus de 80.

| EAU<br>en l' | VITESSE<br>de<br>la roue. | SÉRIE DES |          |        |
|--------------|---------------------------|-----------|----------|--------|
|              |                           | EAUX      | VITESSES |        |
|              |                           |           | simples. | cubes. |
| m. cub.      | mèt.                      |           |          |        |
| 0,044        | 2,78                      | 1,00      | 1,00     | 1,00   |
| 0,070        | 3,38                      | 1,59      | 1,21     | 1,78   |
| 0,125        | 4,31                      | 2,84      | 1,54     | 3,67   |
| 0,183        | 4,82                      | 4,16      | 1,73     | 5,16   |
| 0,291        | 5,24                      | 6,58      | 1,88     | 6,63   |

b. Roues recevant l'eau au-dessous du sommet.

372. Dans les roues en dessous, le coursier d'amenée, après être passé sur leur sommet, verse l'eau dans le deuxième ou troisième auget du devant. Leur partie inférieure se meut suivant une direction opposée à celle du courant dans le canal de fuite : de sorte que si une cause accidentelle, et il en arrive fréquemment dans les usines, vient à y faire regonfler les eaux, la roue plonge dans un fluide doué d'un mouvement contraire au sien; sa vitesse en est retardée, et l'effet en éprouve une diminution quelquefois notable. On remédie à ce mal, en versant l'eau sur le derrière de la roue; sa partie inférieure, se mouvant alors dans le même sens que le courant de fuite, peut y plonger de deux et trois décimètres sans que sa vitesse en soit sensiblement altérée; ce qui permet de la baisser d'autant, et par conséquent d'augmenter la chute utile : avantage réel, et quelquefois important.

Caractère  
et avantages  
de ces roues.

Les roues par derrière, ainsi qu'on les appelle

dans certaines localités (*Rückenschlächtige Räder*, roues frappées par le dos), en ont encore un autre. Puisqu'elles reçoivent l'eau au-dessous de leur sommet, on peut l'élever et on l'élève habituellement au-dessus du niveau du réservoir; leur diamètre est alors plus grand que la hauteur de la chute. Cet excès d'élévation est profitable, sous certains rapports, dans les petites chutes, celles de 2<sup>m</sup>50 à 5<sup>m</sup>: la roue étant d'un tiers, d'un quart ou d'un cinquième plus haute que ne serait une roue en dessus, dans le même lieu, prend plus de force, on plutôt conserve mieux celle qui lui a été imprimée. Il faut toutefois prendre garde que cet avantage ne soit plus que compensé par un inconvénient, une plus grande perte de chute au-dessous de l'arc chargé d'eau; perte sur laquelle nous reviendrons bientôt.

Manière  
de donner  
l'eau.

373. Dans les roues dont il est ici question, l'eau est ordinairement versée dans les augets ou immédiatement par le coursier d'amenée, qui est alors ouvert à son extrémité; mais il faut, dans ce cas, que la vitesse du fluide soit bien petite; ou elle est versée par une buse analogue à celle dont nous avons déjà parlé (348), et qu'on voit représentée à la figure 59.

Fig. 59.

Lorsque les roues peuvent être construites et entretenues avec beaucoup de soin, telles que les grandes roues en fonte, on donne aussi l'eau en la laissant déverser tranquillement sur un seuil établi immédiatement au-dessus des augets. La pelle AB, au lieu de se lever, comme dans les vannages ordinaires, se baisse, et d'autant plus qu'on veut fournir plus d'eau. Lorsqu'elle est baissée, son bord supé-

Fig. 60.

rier A constitue le seuil du déversoir : après l'avoir dépassé, le fluide tombe dans une sorte de râtelier ou système d'entonnoirs, qui le dirige dans les augets ; et à cet effet on dispose les grandes palettes de manière qu'en arrivant vis-à-vis des cloisons du râtelier, elles soient dans leur direction, laquelle est généralement verticale. — Ces vannages, ainsi que les roues en fonte auxquelles on les adapte, sont fort usités en Angleterre, d'où ils sont passés en France depuis quelques années.

Je ne m'arrêterai pas sur la description des roues en fonte ; on la trouvera dans plusieurs ouvrages de mécanique industrielle, dans le *Traité des machines* de M. Hachette (p. 127), etc. Je me bornerai à remarquer que l'arbre tournant de ces roues, comme celui de quelques-unes de nos roues en bois, est un cylindre, ou un prisme à six ou huit pans, en bonne fonte, creux, et souvent renflé dans le milieu. Son diamètre (celui du cercle inscrit au polygone que présente la coupe faite à une des extrémités) dépend de sa longueur et du poids qu'il a à supporter ; en désignant par  $\lambda$  cette longueur et par  $\varpi$  ce poids, il serait, d'après Tredgold,  $0^m 0.148 \sqrt{\varpi \lambda^3}$ . On donnera au diamètre intérieur les trois quarts de cette valeur. Les augets sont le plus souvent en forte tôle ; et leur largeur, qui est celle de la roue, va jusqu'à 5<sup>m</sup> et 6<sup>m</sup>.

374. L'effet dynamique des roues qui reçoivent l'eau au-dessous de leur sommet est aussi donné par Effet  
dynamique.

$$0,90P(H - \frac{2}{3}h - h''').$$

Dans cette expression,  $h'''$  sera plus fort que dans les roues en dessus, parce qu'il est proportionnel au diamètre, lequel est ici plus grand comparativement à  $H$ . De sorte qu'en résultat l'effet  $y$  serait plus petit, si on ne donnait pas à  $H$  une plus grande hauteur, et nous avons vu qu'elle peut ordinairement lui être donnée.

Voyons quel sera l'effet d'une bonne roue de ce genre, de la plus belle roue à l'anglaise qu'il y ait en France et peut-être sur le continent, celle qui met en jeu la filature de MM. Schlumberger, à Guebwiller dans le Haut-Rhin. Elle a 9<sup>m</sup>10 de diamètre, 3<sup>m</sup>15 de large : elle porte 96 augets, compris entre deux couronnes ayant 0<sup>m</sup>30 en largeur : elle est toute en fer ou fonte et pèse 25000<sup>k</sup>. L'eau lui est donnée, à 50° environ du sommet, par un vannage en déversoir, pareil à celui qui a été mentionné au numéro précédent. La chute varie entre 7<sup>m</sup>70 et 7<sup>m</sup>80. Parmi les expériences que M. Morin a faites sur cette roue, je rapporte celle qui semble avoir été exécutée dans les circonstances les plus favorables. La force mouvante employée, avec une dépense en eau de 0<sup>mm</sup>34, égalait 2626<sup>kg</sup> ou 35 chevaux; la vitesse était de 1<sup>m</sup>54 ou de 3,23 tours en 1' : l'effet produit, donné par le frein dynamométrique, en y ajoutant 161<sup>kg</sup> de résistances passives, se serait élevé à 2070<sup>kg</sup>; il aurait été les 0,788 de PH.

Un tel résultat est un *maximum* que l'on n'atteindra que très rarement; même dans les grandes roues fort bien établies, on sera habituellement au-dessous de 0,75; et en général, je pense qu'on doit seulement admettre

$$E = 0,70 \text{ PH.}$$

375. La perte de chute  $h'''$  étant proportionnelle au diamètre, il y aura de l'avantage à le faire aussi petit que possible, en le tenant au moins égal à la chute, puisque la nature des roues dont il est question, exige que leur sommet ne soit pas au-dessous

- du niveau du réservoir : en d'autres termes, l'effet dynamique sera d'autant plus grand que l'eau sera versée dans les augets à une moindre distance du sommet de la roue. Dans la plupart des cas, cette distance, mesurée sur la circonférence extérieure, pourra être de  $30^\circ$ , et même moins, pour les roues de 6<sup>m</sup> de diamètre et plus : dans les petites, il faudra l'éloigner à  $40^\circ$ . Les constructeurs anglais vont à  $52^\circ 45'$  ; c'est une règle qu'ils ont adoptée, et dont j'ai peine à me rendre raison.

Cette règle serait-elle commandée par la condition de tenir verticales les cloisons du râtelier du vannage ? Mais une telle condition ferait varier l'arc d'éloignement suivant la grandeur du diamètre, le nombre et la forme des augets. Quant à l'effet, il y a plutôt perte qu'avantage à le suivre.

Si, en donnant l'eau aux augets à  $52^\circ$  du sommet de la roue, on diminue l'effet, on le diminuera bien plus encore lorsqu'on la portera à  $90^\circ$ , c'est-à-dire sur le milieu de la roue, comme on le fait assez souvent.

Ce sera pire encore, si on la descend au-dessous de ce milieu, ainsi qu'on le pratique dans quelques contrées : à peine le fluide sera-t-il entré dans les augets, qu'il les abandonnera ; la hauteur de l'arc chargé d'eau, d'où dépend presque entièrement l'effet, sera trop petite ; il vaudrait mieux, dans ce cas, avoir une roue d'un moindre diamètre.

Enfin quand la chute sera au-dessous de 2<sup>m</sup>50, et qu'on voudra encore profiter de l'avantage qu'il y a à faire agir l'eau par son poids, au lieu de la porter dans des augets, on la versera dans un coursier embrassant de très près la partie de la roue qui

est au-dessous du niveau du réservoir, et l'on se trouvera dans le cas des roues à aubes emboîtées dans un coursier circulaire, et dont nous avons déjà traité (321-327). En agissant ainsi, on se procure deux avantages : celui de faire que l'eau motrice exerce son action sur la roue jusqu'au point le plus bas de sa révolution ; et celui de décharger la roue du poids de cette eau, elle ne pèse plus que sur le coursier. Mais, d'un autre côté, on tombe dans deux inconvéniens : 1° une partie de l'eau qui serait entrée dans les augets, s'enfuit par les intervalles laissés pour le jeu de la roue dans le coursier ; 2° la portion des aubes qui plonge dans l'eau du coursier, y perd une partie de son poids ; et cette perte est comme une nouvelle résistance au mouvement (323). Au reste, dans les chutes dont il est ici question, celles au-dessous de 2<sup>m</sup>.50, les avantages l'emporteront sur les inconvéniens.

#### ART. 2. *Des roues horizontales.*

Différentes  
sortes.

376. Si les roues verticales sont le plus généralement employées dans le nord de l'Europe, les roues horizontales sont plus en usage dans le midi : elles y mettent en jeu presque tous les moulins des départemens méridionaux de la France. Il faut convenir qu'elles sont éminemment propres à ce genre d'usines : elles y procurent le plus simple des mécanismes, et dispensent de tout engrenage, de tout renvoi de mouvement ; le même arbre qui reçoit la roue dans sa partie inférieure, porte la meule mobile à son extrémité supérieure. Dans les

constructions ordinaires, il tourne sur un pivot dans une crapaudine enchâssée au milieu d'une pièce de bois ou *palier* que l'on élève ou baisse à volonté, selon que l'on veut augmenter ou diminuer l'intervalle entre la meule tournante et la meule gisante.

Les roues de nos anciens moulins consistent en un simple moyen, sur le pourtour duquel sont implantées des ailes ou aubes presque toujours courbes et de différentes formes, ainsi qu'on peut le voir dans l'*Architecture hydraulique* de Bélidor. L'eau motrice est injectée sur les ailes, en veine isolée, par une buse; les autres, placées au fond d'une cuve ouverte par le bas, sont entraînées dans le tourbillon de l'eau qu'on y la.

Vers le milieu du dernier siècle et postérieurement, on a proposé et exécuté quelques machines rotatives, où l'eau agit principalement par réaction, et qui ont attiré l'attention des mathématiciens.

Plus tard, en 1825, M. l'ingénieur des mines Burdin, après s'être distingué par ses écrits sur la théorie des machines et par diverses inventions, a introduit en mécanique une nouvelle espèce de machines douées d'un mouvement rapide de rotation autour d'un arbre vertical, et auxquelles il a donné le nom de *turbines* : il les a disposées de manière à ce qu'elles remplissent les conditions du plus grand effet. Peu de temps après, un de ses élèves, M. Fourneyron, en a imaginé une d'un genre nouveau, et il l'a établie dans plusieurs endroits : partout, sous un dispositif assez simple, elle s'est recommandée par la grandeur de ses effets et par des avantages particuliers; dès son origine, elle s'est

placée parmi les meilleures machines hydrauliques , et maintenant elle est, pour les mécaniciens, comme à l'ordre du jour, si je puis m'exprimer ainsi.

Traisons de ces diverses roues, en suivant l'ordre du tableau synoptique donné au n° 295.

1. *Roues mues par le choc d'une veine isolée.*

Leur forme. 377. Elles sont très communes dans les pays de montagnes; dans les Alpes et les Pyrénées, elles meuvent les moulins qu'on y désigne sous le nom de *moulins à trompe* ou à *canelle*, etc.; parce que l'eau est lancée sur les aubes, ou par une trompe, sorte de buse pyramidale peu inclinée et analogue à celle dont il a été question au n° 51, ou par une auge inclinée de 20 à 45°, dite *canelle*.

Fig. 53.

La roue d'un des moulins de la première sorte, représentée à la figure 53, a 1<sup>m</sup>60 de diamètre et 0<sup>m</sup>20 seulement de hauteur. Les aubes, ou *cuillers* en terme du pays, au nombre de dix-huit, ont 0<sup>m</sup>40 de long dans le sens du rayon. Dans chacune, la partie qui reçoit l'action du choc est concave, et à surface gauche : ses intersections, par une suite de plans verticaux et perpendiculaires à la direction du rayon, forment des courbes dont la courbure augmente à mesure qu'elles s'éloignent du centre : leur élément supérieur est vertical, et l'élément inférieur est, d'après ce qui vient d'être dit, d'autant plus incliné qu'on approche plus de l'extrémité, où il est presque horizontal, et où, par suite, la courbe est à peu près un quart de cercle.

Effet.

378. L'eau motrice, lancée sur les aubes avec des vitesses de 7<sup>m</sup>, 8<sup>m</sup> et souvent plus, agit presque uni-



quement par le choc. Admettons d'abord qu'elle n'agit que de cette manière; et, pour réduire la question à sa plus simple expression, supposons qu'un filet fluide aille choquer un élément plan de l'aube. Si l'on désigne par  $i$  l'angle que le filet fait avec ce plan, et par  $j$  l'angle que ce même élément fait avec la direction du mouvement, laquelle est horizontale, l'effort du choc sera exprimé (243) par  $\frac{P'}{g}(V \sin i - v \sin j) \sin j$ ;  $P'$  étant le poids du fluide qui tombe en 1" sur l'élément. Multipliant par la vitesse  $v$  de cet élément, on aura pour son effet dynamique  $\frac{P'}{g} v \sin j (V \sin i - v \sin j)$ . La somme de tous ces effets élémentaires sera l'effet total.

Pour le *maximum* d'effet on trouve, par la méthode ordinaire,  $i = 90^\circ$  et  $v = \frac{V}{2 \sin j} = \frac{\sqrt{2gh_1}}{2 \sin j}$ . Ces valeurs mises dans l'expression ci-dessus, la changent en  $\frac{1}{2} P' h_1$ .

De sorte que si l'aube était entièrement plane,  $P$  étant la somme des  $P'$ , on aurait

$$E = \frac{1}{2} P h_1,$$

expression pareille à celle qu'on a eue pour les roues verticales à aubes (311).

379. L'effet réel sera naturellement au-dessous de l'effet théorique. Un grand nombre de filets fluides, en s'éparpillant, ne toucheront pas les aubes, dont la hauteur est très petite; la plupart des autres ne choqueront pas perpendiculairement les surfaces qu'ils frappent, condition réclamée par l'expression  $i = 90^\circ$ ; et ces surfaces n'auront pas la vitesse voulue

par la deuxième condition. D'un autre côté, et comparativement aux autres roues à aubes, le nombre des molécules fluides qui n'exercent point d'action est moins grand; celles qui en exercent choquent avec une vitesse due à la chute presque entière  $H$ ; et la concavité qui les reçoit fait l'office des rebords de Morosi (239). De plus, les molécules qui descendent sur la courbure des aubes, y agissent encore et par leur poids et par leur force centrifuge. Aussi voyons-nous ici l'effet dynamique dépasser très souvent le tiers de la force du courant moteur, tandis que dans les roues verticales à aubes planes il n'en est que rarement le quart (314). Malgré cela, je n'admettrai généralement que

$$E = \frac{1}{3} PH.$$

Voyons ce que l'expérience nous apprend à ce sujet.

En 1822, MM. Tardy et Piobert, officiers d'artillerie, alors en résidence à Toulouse, firent, à l'aide du frein dynamométrique, des expériences sur divers moulins des environs de cette ville, entre autres sur celui dit des *Minimes*, dont la roue, représentée à la figure 53, a été décrite plus haut (377). Malheureusement, ils quittèrent Toulouse avant d'avoir mis la dernière main à leur travail. Cependant les résultats qu'ils ont obtenus, et dont je dois la connaissance à une bienveillante communication, donneront au moins une bonne idée d'une matière importante et sur laquelle nous n'avions encore aucune notion positive.

Le frein qu'ils employaient était immédiatement adapté à l'arbre vertical; un dynamomètre indiquait l'effort avec lequel il tendait à être entraîné. On se rappellera que  $H$  étant cet effort,  $L$  la longueur du bras à l'extrémité duquel il s'exerce, et  $N$  le nombre de tours de la roue en une minute, l'effet est donné par l'expression  $0,105 H L N^3$  (292).

Je me borne à présenter, dans le tableau ci-dessous, les résultats de cinq des dix-huit expériences faites. Des observations préalables avaient donné 0,95 pour valeur de  $m$  dans l'expression

de la dépense en eau  $m\sqrt{2gH}$ . Je remarquerai que l'effet, et par conséquent le rapport de l'effet à la force, est un peu plus grand qu'il n'est porté au tableau, parce que la résistance du frottement du pivot contre la crapaudine n'est pas donnée par le frein.

| FORCE. |           | EFFET.  |                |                    | RAPPORT                |              |
|--------|-----------|---------|----------------|--------------------|------------------------|--------------|
| Chute. | Eau en l' | Effort. | Bras du frein. | Tour de roue en l' | de l'effet à la force. | de $r$ à $v$ |
| mèt.   | m. cub.   | kil.    | mèt.           |                    |                        |              |
| 4,26   | 0,303     | 30,7    | 1,14           | 110                | 0,312                  | 0,862        |
| 4,23   | 0,302     | 33,2    | 1,13           | 104                | 0,320                  | 0,818        |
| 4,17   | 0,299     | 35,2    | 1,12           | 102                | 0,330                  | 0,811        |
| 4,04   | 0,294     | 45,2    | 1,12           | 86                 | 0,403                  | 0,694        |
| 3,96   | 0,292     | 37,7    | 1,27           | 90                 | 0,382                  | 0,736        |

On voit, par les deux dernières colonnes, qu'à force égale l'effet augmente à mesure que la vitresse de la roue diminue comparativement à celle du courant; et peut-être si la vitesse avait baissé jusqu'à un certain terme, le rapport de l'effet à la force aurait atteint sa limite théorique, 0,50.

La simplicité des roues dont il est ici question, et par suite le peu de frais d'établissement et d'entretien qu'elles exigent, portera souvent à en faire usage; et il ne sera pas toujours convenable de les remplacer par d'autres qui leur seraient cependant supérieures en effet dynamique: elles sont du nombre des roues à établir avec avantage dans certaines localités.

## 2. Roues placées dans une cuve.

380. Les roues à percussion dont nous venons de parler, sont principalement employées pour de petits cours d'eau et de grandes chutes; mais sur les rivières, par exemple, sur la Garonne, l'Aude,

Principales dispositions.

le Tarn, l'Aveyron, le Lot, etc., où l'on a beaucoup d'eau et peu de chute, au lieu de moulins à buse, on établit des *moulins à cuve* : effectivement la roue y est placée dans une cuve ou cylindre en maçonnerie et quelquefois en charpente, ouvert par ses deux bases. Ce genre d'usines est connu des savans par la description que Bélidor a donnée, il y a plus de cent ans, du *moulin du Bazacle* à Toulouse, qu'il regarde comme le plus simple et le plus ingénieux des moulins à eau (*Architecture hydraulique*, tom. 1, § 669). Au reste, presque tous ceux qui existent sur les rivières que nous avons nommées et sur leurs affluens, sont à très peu près disposés de la même manière.

Fig. 65.

La roue, ou *roudet* (rouet) en laugage du pays, n'a d'ordinaire que 1<sup>m</sup> de diamètre et 0<sup>m</sup>20 de hauteur. Elle porte neuf aubes ayant à peu près la même forme que celles des roues dans les moulins à buse (377) : chaque moitié est faite d'une seule pièce de bois d'orme, que le meunier taille lui-même, et ces deux moitiés sont ensuite assemblées et maintenues par deux cercles en fer.

La cuve a généralement 1<sup>m</sup>02 de diamètre et 2<sup>m</sup> de profondeur ; la roue y est placée presque au fond. Le massif de maçonnerie, au milieu duquel elle se trouve, présente, sur toute la partie de sa hauteur qui est au-dessus du niveau de la roue, une entaille servant de coursier d'amenée : il va en se rétrécissant vers la cuve, et à son débouché dans elle, il n'a plus que 0<sup>m</sup>22 de large. Une de ses parois latérales est tangente à la paroi intérieure de la cuve, ainsi qu'on le voit dans la figure.

Mode  
d'action  
de l'eau.

381. L'eau motrice, après avoir passé sous la vanne qui est à l'entrée du coursier, se porte, avec rapidité, sur la partie adjacente de la paroi cylindrique de la cuve; elle s'y applique, s'y élève d'abord fortement: puis, en en suivant le pourtour et en tournoyant ainsi, elle descend et atteint les aubes, sur lesquelles elle agit par son impulsion et par son poids; elle les entraîne dans son tournoiement.

Par suite du mouvement circulaire, la force centrifuge pousse l'eau et la presse contre la paroi intérieure de la cuve, sur laquelle elle forme en conséquence un revêtement peu épais, de manière que si, dans la descente, elle trouve, entre cette paroi et la roue, un intervalle, et il a fallu en laisser un pour le jeu nécessaire au mouvement, elle y passe en grande partie sans exercer aucune action sur les aubes. Ce seul exposé montre combien est préjudiciable tout intervalle, quelque petit qu'il soit: aussi, dans les nouvelles constructions, celles que l'on fait depuis quelques années, on l'a supprimé. On place la roue immédiatement au-dessous de la cuve, et on lui donne un diamètre un peu plus grand que le sien; de sorte que presque toute l'eau motrice arrive sur les aubes. Quoiqu'elle y agisse après avoir perdu une partie de sa vitesse, et d'une manière assez peu avantageuse, j'ai cependant trouvé que par cette seule disposition on en économisait plus du tiers. Dans ces mêmes constructions, au lieu d'un long coursier de 2, 3 et 4<sup>m</sup>, on n'en a plus qu'un d'environ 0<sup>m</sup>30, et on le fait en fonte: on a réduit ainsi à fort peu de chose un massif de maçonnerie autrefois très considérable.

Théorie  
des roues  
à aubes  
courbes.

382. Avant d'examiner l'effet réellement produit, donnons la théorie des roues à aubes courbes en général, et déduisons-la du principe déjà mentionné (297) : pour qu'un fluide imprime toute son action dynamique à une roue, il faut qu'il y entre et y agisse sans choc, et qu'il en sorte sans vitesse.

Supposons, bien qu'une telle supposition paraisse fort difficile à réaliser dans une roue en mouvement, qu'une molécule ou une suite de molécules fluides A arrive suivant une direction AB sur la courbe BC, dans un plan vertical perpendiculaire, en B, à la partie de l'aube dont BC serait la coupe faite par ce plan.

Fig. 100.

Soient,

$BD = V = \sqrt{2g \cdot BH} = \sqrt{2gh}$  la vitesse de la molécule dans sa direction AB,

$BE = v$  la vitesse horizontale du point B de la roue,  $ABE' = i$  l'angle aigu que AB fait avec l'horizon.

Prenons  $BE' = BE$ , et construisons le parallélogramme BDFE'; la diagonale BF, résultante des deux vitesses V et v, ou plutôt V et  $= v$ , représentera, en direction et en grandeur, la vitesse relative du fluide au moment où il joint la courbe. Pour qu'il n'y ait pas de choc au point de rencontre, il faut que le premier élément de cette courbe soit aussi dirigé suivant BF.

Pour que le fluide agisse ensuite sans choc, en descendant de B en C, qu'il ne perde point de sa vitesse, il suffit que BC soit une courbe, quelle qu'en soit d'ailleurs la nature, pourvu qu'il n'y ait ni jarret ni saillie.

Pour que les molécules sortent sans vitesse, c'est-

à-dire, pour qu'en quittant l'extrémité C de la courbe, elles n'aient plus aucun mouvement, qu'elles tombent verticalement par leur seul poids, il faut que la vitesse qu'elles ont, sur le dernier élément de la courbe, soit égale et directement opposée à la vitesse  $v$  de cet élément. Puisque celle-ci est horizontale, il faudra donc que celle des molécules sur le dernier élément le soit aussi; et par suite il faudra que cet élément qui les dirige soit lui-même horizontal. La vitesse du fluide en B, sur le haut de l'aube, étant la diagonale BF du parallélogramme dont  $V$  et  $-v$  sont les côtés, égalera  $\sqrt{V^2 + v^2 - 2Vv\cos i}$ . Cette vitesse initiale, abstraction faite du frottement sur l'aube, n'éprouvera aucune perte de B en C; au contraire, elle s'accroîtra de la vitesse que la pesanteur imprimera aux molécules durant cette descente, dont la hauteur IC est la hauteur due à l'accroissement de vitesse; de sorte que la vitesse totale sera (38)

$$\sqrt{V^2 + v^2 - 2Vv\cos i + 2g.IC} =$$

$$\sqrt{2gh + v^2 - 2v\cos i\sqrt{2gh} + 2g.IC} = \sqrt{2gH + v^2 - 2v\cos i\sqrt{2gh}}$$

en observant que  $h$  ou BH plus IC égale la chute entière H. Telle est la vitesse avec laquelle le fluide tendra à quitter le point C et avec laquelle il le quitterait, dans la direction CG, si ce point était immobile. Cette vitesse, venons-nous de dire, doit

être égale à  $v$ , ainsi  $v = \sqrt{2gH + v^2 - 2v\cos i\sqrt{2gh}}$ :

$$\text{d'où } v = \frac{gH}{\cos i\sqrt{2gh}}.$$

Résumant les conditions du plus grand effet, il faudra : 1° que le premier élément de l'aube soit

dans la direction de la résultante des deux vitesses  $V$  et  $v$ , celle-ci étant prise en sens contraire; 2° que la concavité de l'aube présente une courbure continue (sans jarrets); 3° que la vitesse de l'aube ou  $v$  soit  $\frac{gH}{\cos i \sqrt{2gh}}$ . Ces conditions étant remplies, on aura

$$E = PH.$$

Expression  
générale  
de l'effet.

383. Ce qui vient d'être dit rendra fort facile la détermination d'une expression générale de l'effet dynamique.

La vitesse absolue que le fluide possède en quittant la roue, étant estimée dans le sens du mouvement, ou de  $G$  en  $C$ , sera la vitesse  $v$  de l'aube sur laquelle il est porté, moins celle qu'il a en sens contraire, et par conséquent elle sera

$$v - \sqrt{2gH + v^2 - 2v \cos i \sqrt{2gh}}.$$

Celle qu'il avait en arrivant à la roue, estimée aussi dans le sens du mouvement, était la composante horizontale de  $V$ , et par suite  $V \cos i = \cos i \sqrt{2gh}$ . Il a donc perdu  $\cos i \sqrt{2gh} - v + \sqrt{2gH + v^2 - 2v \cos i \sqrt{2gh}}$ . Multipliant cette valeur par la masse  $\frac{P}{g}$  du fluide qui frappe la roue, on aura la quantité de mouvement perdue, et par suite l'effort exercé par le fluide contre la roue (242). Cet effort, multiplié par la vitesse  $v$ , donnera l'effet  $E$ , et l'on aura l'équation établie par Borda dès 1767.

$$E = \frac{Pv}{g} \left\{ \cos i \sqrt{2gh} - v + \sqrt{2gH + v^2 - 2v \cos i \sqrt{2gh}} \right\}$$

Pour le *maximum* d'effet, on a  $v = \frac{gH}{\cos i \sqrt{2gh}}$ , et cette valeur mise dans l'égalité ci-dessus la réduit à  $E = PH$ , que nous avons déjà vu convenir à ce *maximum*.

Ainsi une roue horizontale à aubes courbes, avec les suppositions que l'on a faites, produirait un effet égal à la force entière du moteur; ce serait une machine parfaite.



384. Mais ce qui serait vrai pour un filet, pour une mince lame fluide convenablement dirigée sur une aube convenablement disposée, ne l'est plus pour les grands volumes d'eau arrivant en masse sur les rones de nos moulins à cuve. Une partie s'enfuit par des intervalles sans exercer aucune action sur ces roues; et l'autre est loin de l'exercer de la manière la plus avantageuse, elle rencontre et choque les aubes sous des angles souvent fort grands, et en les quittant elle conserve encore une vitesse notable. Le bord inférieur des aubes n'est pas horizontal, comme la théorie d'un filet fluide indiquait qu'il devait l'être; s'il l'était, la masse d'eau ne se dégagerait pas avec assez de facilité. Aussi cette espèce de roue, parfaite en théorie, est-elle une des plus imparfaites en réalité; et, même dans des circonstances favorables, son effet dynamique sera presque toujours au-dessous de  $\frac{1}{2}$  PH. Ce ne serait guère que dans les moulins où l'on a adopté toutes les nouvelles dispositions dont il a été parlé plus haut (381), que l'on pourrait avoir assez généralement

$$E = 0,25 \text{ PH.}$$

Encore ici des expériences de MM. Tardy et Piobert vont nous montrer ce qu'il en est réellement.

Ils en ont fait quelques suites sur une roue du moulin même du Bazacle, roue qui avait les dimensions ci-dessus indiquées (380). La chute était de 2<sup>m</sup>38 : le volume d'eau, passant par un orifice de vanne, a été déterminé par la formule ordinaire, avec 0,66 pour coefficient : au reste, les volumes d'eau notés au tableau ci-après ne peuvent être regardés que comme approximatifs, et l'on peut admettre qu'ils sont sensiblement les mêmes dans chacune des trois séries; séries que l'on a ordonnées par rapport aux vitesses. Un frein adapté immédiatement à l'arbre

indiquait l'effet, abstraction faite du frottement sur le pivot : par suite de cette dernière circonstance l'effet porté au tableau est un peu trop faible. Le terme moyen de son rapport à la force, ou des nombres de la dernière colonne, dans les 22 expériences de MM. Tardy et Pioberl (ici on n'en a donné que 12), a été de 0,125 ; c'est-à-dire, que l'effet n'aurait guère été que la huitième partie de la force employée à la produire.

Sur une autre roue du même moulin, ils ont eu 0,15.

Enfin, sur un autre moulin à cuve, mais mieux disposé, celui de l'*Hôpital*, ils ont vu ce rapport s'élever jusqu'à 0,27 et être moyennement de 0,20.

Dans ces diverses expériences, comme dans celles qui avaient été faites aux moulins à buse, l'effet a diminué et considérablement lorsque la vitesse a augmenté : vraisemblablement celle qui donne le *maximum* d'effet dynamique sera au-dessous des vitesses usitées dans l'art du meunier.

Ces roues  
travaillent  
sous l'eau.

385. Malgré le peu d'effet produit par les roues des moulins à cuve comparativement à l'eau qu'elles dépensent, la simplicité et la solidité du mécanisme porteront souvent encore à en faire usage, surtout dans les lieux où l'on a l'eau comme à discrétion.

Elles ont encore un avantage remarquable, celui de pouvoir travailler lorsqu'elles sont noyées, et par conséquent lors des crues des rivières, tant qu'il demeure une différence de niveau notable entre le bief supérieur et le bief inférieur. Il arrive même, dans certaines localités, où l'on a peu de chute et où il importe de n'en rien perdre, qu'on

| EAU<br>dépende<br>en 1' | EFFET.                    |                        |                       | RAPPORT<br>de<br>l'effet<br>à<br>la force. |
|-------------------------|---------------------------|------------------------|-----------------------|--------------------------------------------|
|                         | Tours<br>de roue<br>en 1' | Poids<br>ou<br>levier. | Bras<br>du<br>levier. |                                            |
| m. cub.                 |                           | kil.                   | mèt.                  |                                            |
| 0,523                   | 60                        | 14,3                   | 1,09                  | 0,188                                      |
| 0,507                   | 70                        | 39,7                   | 0,67                  | 0,162                                      |
| 0,528                   | 75                        | 21,5                   | 1,09                  | 0,148                                      |
| 0,526                   | 90                        | 13,0                   | 1,06                  | 0,103                                      |
| .....                   | .....                     | .....                  | .....                 | .....                                      |
| 0,874                   | 78                        | 34,0                   | 1,19                  | 0,157                                      |
| 0,865                   | 81                        | 30,5                   | 1,22                  | 0,153                                      |
| 0,895                   | 100                       | 20,5                   | 1,18                  | 0,113                                      |
| 0,903                   | 116                       | 11,5                   | 1,19                  | 0,077                                      |
| 0,886                   | 120                       | 9,0                    | 1,15                  | 0,062                                      |
| .....                   | .....                     | .....                  | .....                 | .....                                      |
| 1,075                   | 104                       | 31,5                   | 1,20                  | 0,162                                      |
| 1,099                   | 118                       | 19,5                   | 1,19                  | 0,111                                      |
| 1,146                   | 116                       | 12,5                   | 1,17                  | 0,071                                      |

les établit au-dessous du niveau de ce dernier bief : ainsi, sur l'Aude, où les chutes ne sont que de 1<sup>m</sup>30 à 1<sup>m</sup>60, on les place à 0<sup>m</sup>50 et à 0<sup>m</sup>70 au-dessous de la superficie des eaux ordinaires de cette rivière.

### 3. Turbine de M. Fourneyron.

386. La grande dépense en eau des roues horizontales à aubes courbes, alors que tout indiquait qu'elles devaient en exiger peu, dénotait un vice majeur dans leur disposition. Il avait été signalé par quelques auteurs, qui observaient qu'on remédierait au mal en faisant arriver l'eau par plusieurs bouches ou tuyaux inclinés distribués sur le pourtour de la roue (1). Quelques essais avaient été faits ; mais les machines proposées, quoique bien entendues (404), étaient lourdes ou compliquées ; et le problème restait à résoudre, sous le rapport de l'application à la pratique. Il l'a été, dans ces dernières années, et d'une manière à peu près aussi heureuse qu'on pouvait l'espérer, par M. Fourneyron.

Principe.

Ce jeune mécanicien, au lieu de mettre, comme aux moulins à cuve, la roue dans un cylindre, l'a placée en dehors. Pareille à un anneau, elle en a entouré la partie inférieure, en laissant un faible jeu pour le mouvement : cette partie, percée d'orifices tout à l'entour, lance l'eau, dans une direction qu'elle est contrainte de suivre, sur les aubes, lesquelles sont ainsi frappées convenablement et toutes à la fois. De cette simple disposition est résulté une des meilleures machines hydrauliques qui existent :

---

(1) *Architecture hydraulique* de Bélidor et Navier, Tom. I, p. 454.

Fig. 101  
et 102.

Notice  
historique.

un coup d'œil jeté sur les figures 101 et 102 en donnera une première idée.

387. M. Fourneyron, après l'avoir conçue, fit une étude approfondie des principes sur lesquels elle était basée, et des dispositions qui pouvaient en assurer la réussite : et en 1827, il en établit une de la force de six chevaux en Franche-Comté. Le succès dépassa toute attente : on y vit l'effet s'élever au-dessus des 0,80 de la force du courant ; et avec plus d'étonnement encore ; car dans cette contrée on ne connaissait pas les moulins à cuve, on vit que l'effet ne diminuait en aucune manière lorsqu'elle était entièrement recouverte d'eau.

Cependant quatre ans se passèrent encore avant que l'auteur eût occasion d'en faire une seconde. Elle fut employée à mouvoir la soufflerie du haut fourneau de Dampierre : c'est celle qu'on voit à la figure 101 : elle est remarquable par l'élégance de sa forme et par son peu de volume ; elle n'a que 0<sup>m</sup>62 de diamètre, quoique d'une force de sept à huit chevaux. Elle remplaça avec tant d'avantage une ancienne roue en bois, que le propriétaire de l'établissement en demanda une autre de la force de cinquante chevaux pour ses forges de Fraisans, à cinq lieues de Dôle. Elle y fut établie, en 1832, sur le Doubs, et au-dessous du niveau des eaux de la rivière. Nous la décrirons plus bas.

Un peu avant cette époque, la société d'encouragement pour l'industrie nationale proposa un prix de 6000 francs pour la meilleure application en grand, dans les usines et manufactures, des turbines hydrauliques ou roues à palettes courbes de Bélidor.

Après les constructions dont nous venons de parler, le prix fut, et très justement, décerné à M. Fourneyron. Aux termes du programme, il publia, dans le Bulletin de la société, la description de ses machines, ainsi qu'une instruction pratique destinée à servir de guide à ceux qui voudraient en entreprendre de pareilles (1). Je dois toutefois remarquer, à ce dernier sujet, que l'auteur ayant pris un brevet d'invention pour ses turbines, lui seul a le droit d'en construire pendant toute la durée du brevet.

En 1834, il en établit une à la filature d'Inval près de Gisors, à seize lieues nord-ouest de Paris; elle a été l'objet de plusieurs essais faits d'une manière presque officielle, et qui par conséquent peuvent mieux que d'autres fixer l'opinion sur les effets dont cette machine est capable : nous les rapporterons par la suite. Depuis, l'auteur n'a cessé de multiplier ses turbines, tant en Allemagne qu'en France. Dans le premier de ces pays, à Saint-Blaise dans la Forêt-Noire, il en a établi une de la force de quarante chevaux, quoiqu'elle n'ait que 0<sup>m</sup>55 de diamètre; elle travaille sous l'énorme chute de 108<sup>m</sup>. Enfin cette année même (1838) il vient d'en placer quatre près de Paris, au moulin de Saint-Maur, où elles font marcher quarante meules, dix chacune.

388. Les turbines se divisent en deux classes, assez différentes sous le rapport de leur construction : celles destinées à travailler

Description  
de ces  
machines.

---

(1) Bulletin de la société d'encouragement pour l'industrie nationale. Année 1834. Cahiers de Janvier, Février et Mars.

continuellement sous l'eau, ce sont les *turbines immergées*, et celles qui ne le sont pas. Faisons connaître les premières par une courte description de celle des forges de Fraisans. C'est une des plus grandes qu'il y ait; sa force est de cinquante chevaux: et elle peut dépenser jusqu'à quatre mètres cubes d'eau par seconde sous une chute de 1<sup>m</sup>40.

Fig 102.

Comme toutes les turbines, elle se compose de trois parties principales: la turbine proprement dite AB, avec son arbre C; le cylindre DEFG, avec son fond HH et son porte-fond LL; et la vanne MM. Le tout est en fonte ou en fer.

La turbine, ou partie rotative, consiste en deux plateaux annulaires ou couronnes en fonte, entre lesquelles sont placées les aubes. Le diamètre extérieur est de 2<sup>m</sup>90, et le diamètre intérieur de 2<sup>m</sup>40; la largeur des couronnes *ab* se trouve ainsi de 0<sup>m</sup>25. La distance qui les sépare ou la hauteur *bc* des aubes qu'elles comprennent est de 0<sup>m</sup>35: le nombre en est de 36. Elles sont verticales, faites en une forte tôle, et à simple courbure: leur premier élément *d* est à-peu-près perpendiculaire à la circonférence intérieure, et le dernier *e* fait un angle d'environ 15° avec la circonférence extérieure. La turbine est portée par une calotte sphérique // coulée d'un seul jet avec la couronne inférieure: son milieu est percé d'un trou *g* par lequel passe et se fixe l'arbre tournant C. Celui-ci est en fer forgé; il a 0<sup>m</sup>175 d'équarrissage et 5<sup>m</sup>35 de hauteur. Il est terminé à sa partie inférieure par un pivot en acier *A*, lequel tourne dans une crapaudine // contenue dans un fort patin en fonte *U*. Par un mécanisme ingénieux, la crapaudine, et par suite l'arbre, peut être élevée à mesure que le pivot s'use, de manière à ce que le système reste toujours à la même hauteur.

Cette situation du pivot ainsi que de la crapaudine avait un grand inconvénient. Les surfaces frottantes, travaillant continuellement dans une eau très souvent sale, quelquefois chargée de sable, etc., s'usaient en très peu de temps, et il fallait les changer. Dans ses constructions subséquentes, M. Fourneyron a porté remède au mal d'une manière aussi simple qu'habile et efficace. Il a fixé à l'arbre tournant la crapaudine; elle y est comme un étui ou petit bocal renversé; au-dessous et en dedans se trouve le pivot à tête d'acier, contenu dans le patin en fonte et pouvant s'élever par le mécanisme susmentionné: entre sa paroi extérieure et la paroi intérieure de la crapaudine règne un petit intervalle. Un mince tube, dont l'extrémité inférieure traverse le corps du pivot

où elle est fixée, débouche dans l'intervalle; de l'autre part il passe sous la machine, et s'élève dans l'édifice qui est au-dessus: là, on y verse de l'huile; elle descend par le tube, arrive dans l'espace entre le pivot et la crapaudine; en vertu de sa moindre pesanteur spécifique, elle se porte à sa partie supérieure, force l'eau qui s'y trouvait à descendre et à sortir; et les faces flottantes roulant toujours de cette manière dans un bain d'huile, présentent à peine un indice d'usure au bout d'un an.

Revenons à la machine de Fraisans. Le cylindre a 2<sup>m</sup>40 de diamètre DG, et 0<sup>m</sup>50 seulement de hauteur DE. A sa partie supérieure il porte un rebord ou collet de 0<sup>m</sup>18 de large, par lequel on le fixe sur le plancher NN, formant le dessus de l'emplacement de la turbine, et qui n'a d'autre ouverture que celle qu'occupe le cylindre. Celui-ci ne descend pas jusqu'à la roue; sa partie inférieure est comme remplacée par la vanne circulaire MM. Lorsqu'elle est baissée, l'eau du bief supérieur, qui remplit le cylindre, ne peut en sortir: mais sitôt que cette vanne est levée, elle se précipite sur les anches, les force à céder, à se mouvoir; puis passant au-delà, elle entre et se perd dans le bief intérieur. — Le fond du cylindre HH, qui s'établit au niveau de la couronne inférieure de la roue, est un fort disque en fonte; il porte au milieu une tubulure II de 0<sup>m</sup>60 de diamètre et autant de hauteur. Contre elle et sur le fond se fixent les cloisons ou *courbes directrices* O, O, O, au nombre de 12, ayant 0<sup>m</sup>60 de haut, et d'une forme représentée dans la figure: peu importe d'ailleurs la nature de la courbe: leur partie extrême *mn*, sur une longueur de près de 0<sup>m</sup>25, est dirigée en ligne droite et fait un angle d'environ 30° avec la circonférence extérieure. — Ce fond est assis sur une saillie que présente dans sa partie inférieure le tuyau *porte-fond* LL, lequel a 0<sup>m</sup>40 de diamètre et 3<sup>m</sup>50 de haut. Par sa partie supérieure, laquelle est disposée à cet effet, il est comme suspendu à une *chaise* ou palier enchâssé dans une pièce de charpente. Voyez le Mémoire de M. Fourneyron pour tous les détails de construction et d'établissement.

La vanne est encore un cylindre qu'on place au-dessous et en dedans du premier, comme le montre la figure. Sa hauteur est aussi de 0<sup>m</sup>50; mais son diamètre, au lieu de 2<sup>m</sup>40, n'a que 2<sup>m</sup>25: l'intervalle entre eux est fermé par un gros cuir ambouti *q* qui met obstacle au passage de l'eau. La partie intérieure de ce cylindre mobile porte une doublure formée de pièces de bois *p, p*, ayant 0<sup>m</sup>18 d'épaisseur, et allant chacune d'une cloison directrice

à la subséquente. Par cette disposition, lorsque la vanne est levée d'une certaine quantité, la partie inférieure du cylindre ou réservoir, présente, sur tout son pourtour, comme une suite d'orifices prismatiques, dont la partie inférieure est le fond du cylindre, les côtés latéraux sont les cloisons directrices, et dont le dessous de la vanne forme la partie supérieure : ce sont une suite de tubes additionnels qui lancent l'eau sur la turbine dans la direction des cloisons. Sans les doublures en bois, le fluide dévierait de cette direction, et se rapprocherait de la perpendiculaire à la circonférence. Naturellement l'arête inférieure de la doublure sera arrondie de manière à réduire la contraction de la veine. On verra encore dans le mémoire de M. Fourneyron, le mécanisme bien entendu avec lequel il lève et baisse à volonté ces vannes circulaires.

389. Disons aussi quelques mots de la jolie petite machine représentée en élévation à la figure 101, espèce de machine principalement destinée aux grandes chutes, et aux roues non immergées, bien que d'ailleurs elle puisse aussi travailler sous l'eau.

Le cylindre B est ici entier, fermé par le haut et rétréci dans le bas; il a 0<sup>m</sup>90 de diamètre et 1<sup>m</sup>33 de hauteur. En C il porte la tubulure du tuyau D qui lui amène l'eau motrice.

Au-dessous est la turbine AA, qui a 0<sup>m</sup>90 de diamètre extérieur et 0<sup>m</sup>65 à l'intérieur. Elle est garnie de 27 aubes ayant 0<sup>m</sup>09 de hauteur seulement; elles sont en fonte et coulées d'un seul jet avec le reste de la turbine. Contre le rétrécissement inférieur du cylindre et en dedans, est la vanne circulaire aa', disposée comme celle de Fraissias, et qu'on lève ou baisse à l'aide d'un système de roues dentées et de trois tiges en fer, dont l'extrémité filetée se voit en b, b, b : sur le haut de l'arbre est une roue d'angle par laquelle le mouvement se transmet à la machine soufflante.

Une telle turbine, quelque grande que soit la chute, peut être établie dans la partie de l'usine que l'on juge à propos, dans une salle même où, comme le remarque M. Fourneyron, elle n'occuperait pas plus de place qu'un poêle ou calorifère.

Effet  
théorique.

390. L'expression de l'effet dynamique donnée (383), d'après la théorie de Borda, pour d'autres roues horizontales à aubes courbes, ne saurait convenir aux turbines. Dans ces roues, l'eau, en descendant le long d'aubes composées d'éléments de plus



en plus inclinés à l'horizon, leur imprime, à chaque instant de la descente, la nouvelle quantité d'action motrice qu'elle reçoit de la gravité. Il n'en est plus ainsi pour les aubes des turbines, qui sont formées d'une suite d'éléments verticaux; l'eau ne pèse plus sur elles : mais pendant qu'elle s'y avance, depuis son entrée jusqu'à sa sortie, une autre force, la force centrifuge, la presse contre cette suite d'éléments, et produit ainsi le mouvement de rotation. De sorte que, dans une turbine bien disposée, l'eau n'agit plus ni par son poids, ni par son choc, ni même par réaction, mais et uniquement en vertu de sa force centrifuge; c'est peut-être la seule espèce de machine hydraulique où il en soit ainsi. Cette considération nous porte à nous arrêter sur quelques effets de cette force: ils se reproduisent, il est vrai, et d'une manière plus ou moins marquée, sur la plupart des machines de rotation; mais bien plus fortement dans les turbines.

391. Soit ABCD un vase cylindrique contenant de l'eau jusqu'en IK. Si on lui imprime un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe vertical EF, la surface fluide, par suite de la force centrifuge, quittera la forme plane et horizontale; elle s'abaissera vers le milieu O, et s'élèvera vers les bords en prenant, dans sa coupe verticale, la forme courbe GOH, courbe qu'il s'agit de déterminer.

Puisque le mouvement de rotation est uniforme, la surface fluide aura une figure permanente; ses molécules seront donc en équilibre, et par conséquent elles seront également pressées dans tous les sens; de sorte que si sur l'horizontale OR on prend une molécule quelconque, en P par exemple, elle sera autant pressée de haut en bas par le filet vertical MP, que de gauche à droite par le filet horizontal OP: ces deux pressions seront égales. Conformément à ce qui se fait dans les questions d'hydrostatique, nous ne considérerons que les deux filets, en faisant abstraction du reste de la masse fluide, et nous les supposerons renfermés

Fig. 67.

(Forme que prend la surface de l'eau contenue dans un vase doué d'un mouvement de rotation).

dans le petit canal OPM ouvert à ses deux extrémités. Pour le filet MP, l'action de la force centrifuge sur ses molécules, étant dirigée perpendiculairement aux parois du petit canal, sera détruite par leur résistance : les molécules n'éprouveront d'autre action que celle que leur communique la gravité, et par conséquent la pression en P sera égale à la somme de leur poids : le poids de chacune est  $mg$ ; la hauteur MP, que nous désignerons par  $x$ , ou le nombre de ses points, pourra représenter la somme des molécules du filet : de sorte que leur poids total sera  $mgx$ . Pour le filet OP, ses molécules reposant sur un plan horizontal, l'action de la gravité sur elles sera détruite; elles ne seront plus animées que de la force centrifuge; la force de celle qui est en O, sur l'axe de rotation, sera zéro; et la force de celle qui est en P, faisant  $OP = y$ , sera  $m\omega^2 y$  en nommant  $\omega$  la vitesse angulaire : du point O au point P, les forces, comme les distances auxquelles elles sont proportionnelles, croîtront en progression arithmétique, et leur somme sera  $m\omega^2 y \cdot \frac{1}{2} y$ ,  $y$  représentant ici le nombre des termes de la progression : cette somme sera celle des efforts que font les molécules du filet OP, pour se porter de O en P, ou pour presser ce dernier point. On aura donc  $\frac{1}{2} m\omega^2 y^2 = mgx$  : d'où l'on déduit  $y^2 = \frac{2g}{\omega^2} x$ , équation d'une parabole ordinaire dont  $\frac{2g}{\omega^2}$  serait le paramètre.

(Action de la force centrifuge sur la vitesse de sortie, en supposant que l'eau dans le vase à la région de l'orifice, a pris toute la vitesse angulaire du vase.)

398. Supposons maintenant qu'au point R, sur le prolongement de OP, on ait percé un orifice, par lequel l'eau sort du vase, pendant qu'il tourne autour de son axe; supposons encore qu'il reçoive constamment autant d'eau qu'il en perd : nommons X et Y les coordonnées HR et RO du point R, et  $v$  sa vitesse de rotation, on a  $v = \omega Y$  : de plus, l'équation de la courbe OMH donne  $X = \frac{\omega^2 Y^2}{2g}$  : donc  $X = \frac{v^2}{2g}$ ; c'est-à-dire que la hauteur à laquelle la force centrifuge élève l'eau au-dessus de l'orifice R ouvert au niveau de O, est égale à la hauteur due à la vitesse de rotation de cet orifice. X est aussi la charge en R, et par conséquent la vitesse de l'écoulement y sera aussi due à  $\frac{v^2}{2g}$ , c'est-à-dire qu'elle sera égale à la vitesse de rotation de l'orifice.

Si l'eau était fournie au vase par un tuyau, ayant le même axe, d'une section horizontale considérablement plus grande que celle de l'orifice de sortie, et dans lequel le fluide se maintien-

draient L, pendant la durée du mouvement de rotation, l'eau sortirait en R, en vertu et de la hauteur X et de la nouvelle charge LO (= H'); ainsi, la hauteur due à la vitesse de sortie serait  $H' + \frac{v^2}{g}$ , et la vitesse =  $\sqrt{2gH' + v^2}$ .

Lors même qu'un obstacle physique, tel qu'un diaphragme horizontal, placé dans le vase un peu au-dessus du point O, mettrait obstacle à l'élévation du fluide au-dessus de l'orifice R, l'effort X résultant de la tendance à s'élever ou de la force centrifuge, n'en aurait pas moins lieu, n'en produirait pas moins son effet sur la vitesse de sortie, qui sera toujours  $\sqrt{2gH' + v^2}$ .

Si, dans le plan horizontal passant par OP, on se procure, en R' par exemple, un second orifice, placé à une distance Y, de l'axe de rotation, la hauteur due à la vitesse de l'eau qui en sortira sera  $H' + \frac{w^2 Y^2}{g}$ , tout comme elle était au premier orifice

$H' + \frac{w^2 Y^2}{g}$ . Admettons que, par l'un comme par l'autre, il sort une même quantité d'eau P<sup>1</sup> en 1'', sa force dynamique à ce premier orifice égalera (280) P ( $H' + \frac{w^2 Y^2}{g}$ ), et au second elle sera P ( $H' + \frac{w^2 Y^2}{g}$ ). Retranchant de celle-ci la précédente, on aura pour l'accroissement de force d'une même quantité d'eau, d'un point à un autre, accroissement uniquement dû à la force centrifuge,  $\frac{P}{g} w^2 (Y_2^2 - Y_1^2)$ ; valeur identique à celle que nous avons déjà donnée au n° 298, en observant que  $\frac{P}{g}$  est égal à m, masse de l'eau écoulée.

393. Voyons quelles seront sur les turbines en mouvement les conséquences physiques des deux théorèmes que nous venons de démontrer.

Puisque l'eau contenue dans un vase doué d'un mouvement de rotation autour d'un axe vertical, baisse près de cet axe, l'eau du bassin dans lequel tourne une turbine immergée, baissera ou tendra à baisser autour du cylindre qui lance le fluide moteur. De cette tendance naîtra, contre les orifices

de sortie de ce cylindre, une moindre pression, ou une *non-pression* analogue, par sa nature et son effet, à celle dont il a été question aux n<sup>os</sup> 244 et 245 : la pression intérieure, en vertu de laquelle l'écoulement se fait, et qui, dans l'état de repos, était H, ou la différence des deux biefs, en sera accrue, la vitesse de sortie et la dépense en eau seront plus considérables, et la force de la machine se trouvera augmentée : elle le sera d'autant plus que la roue tournera plus vite. Il pourra même arriver que cette augmentation de force fera plus que compenser l'accroissement de la résistance qu'éprouve la turbine en se mouvant dans un fluide 800 fois plus dense que l'air ; et l'on verra, ce qui semble paradoxal, mais que l'expérience a cependant montré être vrai, une turbine donner un effet sensiblement plus grand lorsqu'elle est immergée (la différence de niveau des deux biefs étant prise pour la chute).

En vertu de la seconde proposition, que dans une machine rotative la vitesse du fluide qui en sort augmente à mesure qu'il s'éloigne de l'axe, l'eau tendra à sortir de la turbine avec une vitesse plus grande que celle avec laquelle elle y était entrée. Encore ici, par suite de cette tendance, malgré l'interposition du fluide qui se trouve entre le cylindre et la roue, et quoiqu'il y ait discontinuité entre les canaux de ces deux parties de la machine, l'eau, en quittant la turbine, pourra entraîner celle qui sort du cylindre et en augmenter la vitesse ; cet entraînement serait à peu près de même espèce que celui qui donne lieu à la communication latérale du mouvement des fluides (106).

L'accroissement de vitesse et par suite de dépense en eau à mesure que le mouvement de rotation de la turbine devient plus rapide, accroissement que j'avais signalé il y a plus de quatre ans (p. 394 de la première édition de ce Traité), vient d'être mis en évidence par quelques suites d'expériences que M. Morin a faites sur une turbine établie à Mühlbach, en Alsace : elle avait 2<sup>m</sup> de diamètre et 0<sup>m</sup>33 de hauteur ; la différence de niveau entre les deux biefs était de 5<sup>m</sup>22. Je cite une de ces expériences faite sous une levée de vanne de 0<sup>m</sup>09 : avec le faible poids de 35<sup>k</sup> mis à l'extrémité du bras du frein, la turbine faisait 75 tours en 1', et elle dépensait 1<sup>mm</sup>17 d'eau en 1'' ; le poids ayant été porté à 180<sup>k</sup>, la vitesse n'a plus été que de 27  $\frac{1}{2}$  tours et la dépense de 0<sup>mm</sup>98 : ainsi, les vitesses ayant diminué dans le rapport de 273 à 100, les dépenses en eau ont été comme 120 à 100. Dans une autre expérience, avec une levée de vanne de 0<sup>m</sup>15, le premier des deux rapports s'étant élevé de 100 à 289, on a eu de 100 à 128 pour le second (1).

394. Il restait encore à mettre en œuvre les divers élémens que nous venons de mentionner et à en déduire une expression analytique de l'effet des turbines en général. Ce travail vient d'être fait par le savant le plus capable de le bien faire, M. Poncelet : naturellement un des grands propagateurs du principe des forces vives en aura fait un fréquent usage pour arriver à la solution des diverses parties du problème qu'il s'était proposé, et il l'a fait avec une rare dextérité. Je me borne à donner l'expression de l'effet dynamique, en indiquant la marche suivie par l'auteur, et pour les détails je renvoie à son mémoire (2).

Théorie  
de  
M. Poncelet.

(1) *Expériences sur les roues hydrauliques appelées turbines*, par M. Arthur Morin, capitaine d'artillerie. 1838.

(2) *Théorie des effets mécaniques de la turbine-Fourneyron*. Dans les *comptes rendus des séances de l'Académie des sciences*. Séance du 30 juillet 1838.

Soient :

- A la section horizontale de l'intérieur du cylindre ;  
 O la somme des sections contractées des orifices par lesquels l'eau motrice sort du cylindre : chaque section étant faite par un plan vertical, passant à l'extrémité d'une courbe directrice, et dirigé perpendiculairement sur la convexité de la courbe subséquente ;  
 $\mu$  le coefficient relatif à la contraction que le fluide éprouve à son entrée dans le cylindre ;  
 U la vitesse avec laquelle il en sort. On a  $Q = OU$  ;  
 O' la somme des sections contractées des orifices par lesquels l'eau sort de la turbine ;  
 R' et R'' les rayons des circonférences extérieures et intérieures de la roue ;  
 $v'$  et  $v''$  les vitesses respectives de ces deux circonférences ; vitesses qui sont aussi  $\omega R'$  et  $\omega R''$ ,  $\omega$  étant la vitesse angulaire ;  
 $u$  la vitesse relative avec laquelle le fluide moteur entre dans la turbine ;  
 $u'$  la vitesse relative avec laquelle il en sort ;  
 $i$  l'angle qu'à son entrée il fait avec la circonférence intérieure ;  
 $\varphi$  l'angle qu'à sa sortie il fait avec la circonférence extérieure.

Remarquons :

1° Que  $u'$  étant la vitesse avec laquelle l'eau sort de la roue, abstraction faite du mouvement de celle-ci, on a aussi  $Q = O' u'$ , et par suite  $U = \frac{O'}{O} u'$ .

2° Que  $u$  est la résultante des deux vitesses U et  $-v'$ , et qu'en conséquence

$$u = \sqrt{\frac{O'^2}{O^2} u'^2 + v'^2 - 2 \frac{O'}{O} u' v' \cos i.}$$

3° Que la vitesse absolue de sortie, étant la résultante de la vitesse relative  $u'$  et de  $-v'$ , est

$$\sqrt{u'^2 + v'^2 - 2 u' v' \cos \varphi.}$$

Cela posé, M. Poncelet détermine toutes les pertes de force vive éprouvées par le fluide depuis son entrée dans le cylindre jusqu'à la turbine inclusivement, en admettant, ce qui est à peu près la réalité, que dans les roues de M. Fourneyron le premier élément

de chaque aube est perpendiculaire à la circonférence intérieure :

il trouve, pour la somme de ces pertes,  $\frac{P}{g}(u^2 + b^2 u'^2 - 2bcu'^2)$ ;

expression dans laquelle  $b = k' \frac{R'}{R''} \sin \varphi$  et  $c = \frac{O'}{O} \sin i$ ,  $k'$  étant le coefficient des perturbations que le fluide éprouve entre les aubes.

Egalant ensuite la force vive de l'eau à sa sortie de la turbine à la force vive à l'entrée, augmentée du double des quantités d'action imprimées et diminuée des forces vives perdues, il obtient une équation qui, toute réduction faite, et en supposant

$$\gamma = \left[ 1 + \frac{O'}{A^2} \left( \frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 \right] \frac{O'^2}{O^2} + b^2 - 2bc, \text{ est}$$

$$w^2 (1 + \gamma) = 2gH + w^2 (R'^2 - R''^2).$$

Elle donne immédiatement la valeur de  $w$ , et puisque  $Q = O' w$ , on a

$$Q = \frac{O'}{\sqrt{1 + \gamma}} \sqrt{2gH + w^2 (R'^2 - R''^2)}.$$

Le premier des deux facteurs de la dépense dépend uniquement des dimensions de la machine : l'autre exprime, par son premier terme, l'action de la gravité pour produire la vitesse avec laquelle l'eau sort du cylindre ; et, par le second, il exprime l'action de la force centrifuge. Cette équation montre que, par suite de cette dernière force, la dépense en eau excède celle qui serait due à la simple différence de niveau des deux biefs, et qu'elle l'excède d'autant plus que la vitesse angulaire est plus considérable ; ainsi que nous l'avons déjà remarqué (393).

Quant à l'expression de l'effet, M. Poncelet l'établit à l'aide du principe mentionné au n° 297 : l'effet est égal à la force du moteur, moins la moitié et des forces vives perdues et de la force vive que l'eau conserve immédiatement après sa sortie : de sorte qu'avec les valeurs déjà données, on a

$$pv = PH - \frac{P}{2g}(u^2 + b^2 u'^2 - 2bcu'^2) - \frac{P}{2g}(u'^2 + v'^2 - 2u'v' \cos \varphi).$$

L'auteur, passant ensuite à la recherche de l'effet *maximum*, évite une partie des difficultés qu'elle présentait, en prenant le rapport *maximum* de  $pv$  à  $PH$ , et en ne faisant varier que la vitesse  $v'$  ou plutôt le rapport de  $v'$  à  $\sqrt{2gH}$ . Il donne l'expression générale du premier de ces rapports, puis celle du second pour le cas du *maximum* d'effet, et finalement celle du rapport

*maximum*. De ces valeurs, et admettant une règle de construction suivie par M. Fourneyron, il conclut que, dans les turbines,  $p_v$  ne peut devenir égal à  $PH$ ; mais qu'il en approchera d'autant plus que l'élévation de la vanne sera plus proche de la hauteur des aubes, et que les angles  $\dot{\iota}$  et  $\varphi$  seront plus petits. S'ils étaient nuls, on aurait  $p_v = PH$ , et  $v'' = 0,71 \sqrt{2gH}$ .

M. Poncelet conclut encore de ses calculs : 1° que  $H$  n'entrant point dans l'expression des deux rapports  $\frac{p_v}{PH}$  et  $\frac{v''}{\sqrt{2gH}}$ , la grandeur de l'effet, comparativement à la force du moteur, est indépendante de la chute : 2° que les variations de l'effet autour de son *maximum* sont peu considérables, quoique celles des vitesses de la roue qui leur correspondent le soient beaucoup.

Faisant ensuite diverses applications de ses formules aux expériences de M. Morin sur la turbine de Mühlbach, il trouve un accord assez satisfaisant. Il remarque toutefois que dans les grandes vitesses, et à mesure que la vitesse augmente, les effets réels décroissent bien plus rapidement que ne l'indique le calcul : il en attribue la cause à la forte résistance que la turbine éprouve lorsqu'elle se meut avec célérité dans l'eau qui la submerge, résistance dont l'action n'a pas été introduite dans les formules (1).

Enfin, M. Poncelet examine successivement et succinctement quelle peut être cette résistance; quelle peut être l'influence du jeu annulaire compris entre le cylindre et la turbine, ainsi que celle des diaphragmes qui divisent la hauteur de certaines turbines. Voyez, sur tous ces objets, le mémoire même de l'auteur.

(1) Parmi les expériences faites à Mühlbach, et dont les résultats montrent la justesse des conséquences que M. Poncelet a tirées de sa théorie, il est deux suites qui mettent à même d'apprécier avec exactitude deux circonstances importantes du mouvement dans les turbines; j'en rapporte une partie.

1° Parmi le premier des tableaux ici annexés, on voit que l'effet  $p_v$ , comparativement à la force  $PH$ , a été d'autant plus fort que la levée de la vanne s'est plus rapprochée de la hauteur des aubes, qui était 0<sup>m</sup>33. On avait  $H = 3^m22$ . Le rapport donné à la dernière colonne est celui qui correspond au *maximum* obtenu avec la levée qui est vis-à-vis.

2° À partir de la vitesse que prend la roue lorsqu'elle ne porte point de charge, à mesure que la charge aug-

| LEVÉE<br>de<br>la vanne. | $\frac{p_v}{PH}$<br>% |
|--------------------------|-----------------------|
| mèt.                     |                       |
| 0,05                     | 0,37                  |
| 0,09                     | 0,53                  |
| 0,15                     | 0,69                  |
| 0,20                     | 0,74                  |
| 0,27                     | 0,79                  |



395. Passons aux effets réels des turbines. Il est peu de machines sur lesquelles nous ayons, à cet égard, plus de documens et des documens plus précis.

Effet réel.

Arrêtons-nous d'abord sur ceux qui ont été fournis par la turbine de Gisors déjà mentionnée (387). Elle est de la forme et à peu près de la grandeur de celle de Fraisans représentée à la figure 102; son diamètre extérieur est de 2<sup>m</sup>90, et le diamètre intérieur de 2<sup>m</sup>40 : les aubes, au nombre de 36, ont environ 0<sup>m</sup>30 de hauteur; leur premier élément fait un angle de près de 80° avec la circonférence intérieure, et le dernier un angle de 10 à 12° avec la circonférence extérieure. Le cylindre porte 16 cloisons directrices aboutissant à sa surface sous un angle d'environ 27°.

Peu après sa construction, en 1835, M. Fourneyron voulut en mesurer l'effet à l'aide d'un frein dynamométrique : mais il ne put l'adapter immédiatement à l'arbre vertical, et il l'établit sur un arbre de couche qui engrenait avec lui : de sorte

mente et par suite que la vitesse diminue, l'effet augmente d'abord rapidement, puis peu à peu, il atteint son *maximum*, et ensuite il décroît encore peu à peu, la vitesse diminuant toujours considérablement; ainsi qu'on le voit par les résultats ci-contre, obtenus avec une même dépense d'eau. Les vitesses y ayant varié de 34 à 73, les effets ne se sont pas écartés de  $\frac{1}{2}$  de l'effet *maximum*.

N.B. Les quantités d'eau P ont été déterminées, à Mühlbach, par la formule ordinaire des déversoirs, avec 0,41 pour coefficient; les expériences de M. Castel auraient indiqué 0,43; ainsi les rapports ci-dessus seraient trop forts d'environ 5 par 100 : mais d'un autre côté, *pv* a été pris sur l'arbre de la turbine, et vu le frottement au pivot, il serait trop faible : il y aura à peu près compensation.

| TOURS<br>de roue<br>en 1' | $\frac{pv}{PH}$ |
|---------------------------|-----------------|
| 99,5                      | 0,105           |
| 90                        | 0,305           |
| 73                        | 0,621           |
| 63,2                      | 0,624           |
| 58,2                      | 0,696           |
| 48,4                      | 0,685           |
| 34,4                      | 0,826           |

que le frein ne lui donna que l'effet utile  $p'v$  mesuré sur l'arbre de couche. Cependant il put aussi avoir, par l'observation, toutes les résistances passives, et par suite l'effet total  $pv$ , ou la force imprimée par le courant à la turbine. Ses expériences, au nombre de 26, ont été divisées en quatre séries; je donne, ci-contre, le résultat moyen pour chacune : dans toutes, la turbine était entièrement immergée.

| EAU<br>en m. | CHUTE | PH    | $\frac{p'v}{PH}$ | $\frac{pv}{PH}$ |
|--------------|-------|-------|------------------|-----------------|
| m. emb.      | mît.  | chev. |                  |                 |
| 1,83         | 2,09  | 50    | 0,57             | 0,66            |
| 2,15         | 2,95  | 57    | 0,69             | 0,77            |
| 3,62         | 2,96  | 95    | 0,68             | 0,76            |
| 4,11         | 1,04  | 107   | 0,71             | 0,78            |

Des résultats si avantageux attirèrent l'attention des savans et des administrateurs : M. Arago, membre du conseil municipal de Paris, pensa qu'on pourrait établir convenablement des turbines, au milieu même de la capitale, dans la Seine, pour en élever les eaux. Sur sa proposition, M. le préfet du département nomma une commission d'ingénieurs, afin d'aller de nouveau revoir les effets de la machine de Gisors et de les constater sous de petites chutes; car, à Paris, on ne pouvait en avoir d'autres : M. Fourneyron fut adjoint à la commission. Seize expériences furent faites, avec soin et discussion, le 23 Janvier 1837; et le compte en fut rendu à l'Académie, le 27 du mois suivant. On en a eu trois séries, distinctes par hauteur de la chute; la turbine avait de 0<sup>m</sup>77 à 1<sup>m</sup>12 d'eau sur sa partie supérieure. L'eau dépensée était jaugée à l'aide d'un déversoir et de la formule  $1.80/h \sqrt{h}$  (le coefficient 1,80 a été très vraisemblablement trop faible de 4 à 5 par 100 : de sorte que les rapports de  $p'v$  à PH seraient de 4 à 5 centièmes trop forts). L'effet a été mesuré à

l'aide d'un frein dynamométrique placé sur l'arbre de couche susmentionné, et ayant un bras de levier de 4<sup>m</sup>103.

Je cite, dans le tableau suivant, trois expériences de chaque série.

| FORCE. |               |       | EFFET.  |                |       | $\frac{P^0}{PH}$ |
|--------|---------------|-------|---------|----------------|-------|------------------|
| Chute. | Eau<br>en 1'' | PH    | FARIN.  |                | $P^0$ |                  |
|        |               |       | Charge. | Tours<br>en 1' |       |                  |
| mét.   | m. cub.       | chev. | kil.    |                | chev. |                  |
| 1,170  | 2,787         | 43,93 | 110     | 44,25          | 27,88 | 0,641            |
| 1,142  | 2,703         | 41,16 | 150     | 35             | 30,07 | 0,731            |
| 1,141  | 2,672         | 40,64 | 210     | 26             | 31,27 | 0,769            |
| 0,598  | 1,877         | 14,96 | 130     | 12,33          | 9,18  | 0,614            |
| 0,623  | 1,845         | 15,74 | 120     | 15             | 10,31 | 0,656            |
| 0,625  | 1,913         | 15,90 | 110     | 18             | 11,34 | 0,713            |
| 0,302  | 1,290         | 5,20  | 50      | 10             | 1,86  | 0,552            |
| 0,307  | 1,316         | 5,38  | 45      | 13             | 3,35  | 0,622            |
| 0,317  | 1,348         | 5,70  | 40      | 14,50          | 3,32  | 0,542            |

Quelle machine, autre qu'une turbine, sous la petite chute de 1<sup>m</sup>15, prendrait plus des trois quarts de la force du moteur, et une force de trente chevaux? qui, sous la très faible chute de 0<sup>m</sup>30, en prendrait plus des trois cinquièmes, et cela étant entièrement plongée dans l'eau? Vraiment la roue de M. Fourneyron a sur toutes les autres une supériorité incontestable à certains égards; c'est une admirable machine.

Au reste, ce n'est pas la seule turbine de Gisors qui a donné de si bons effets: qu'on se rappelle que dans la première de celles que M. Fourneyron a établies, celle de 1827, l'effet a été les 0,80 de la force du moteur (387). Dans les dernières construites, en 1837, si, à celle de Moussai, M. Morin n'a pu

élever ce rapport à 0,70, dans celle de Mühlbach, il l'a vu aller jusqu'à 0,793.

En résumé, et tout en reconnaissant que, dans plusieurs cas, les turbines prennent les trois quarts et plus de la force du moteur, nous admettrons généralement, avec M. Fourneyron lui-même, pour les turbines ordinaires, d'ailleurs bien construites et bien menées,

$$E = 0,70 PH.$$

Avantages  
particuliers  
aux turbines.

396. Ainsi, sous le rapport de la grandeur de l'effet à produire, les turbines ne seraient surpassées que par quelques hautes roues à augets.

Mais elles ont sur ces roues, comme sur toutes les autres, des avantages importants. Nous avons déjà remarqué qu'aucune ne saurait donner d'aussi bons effets sous de très petites chutes, de 0<sup>m</sup>30 par exemple. Nous ajouterons qu'aucune ne peut travailler sous d'aussi grandes : je doute qu'aucune ait été employée avec une chute de 15<sup>m</sup>; et, à Saint-Blaise (387), il y a une turbine qui travaille sous celle de 108<sup>m</sup>; et l'effet y excède, dit-on, 0,75 PH.

L'emplacement nécessité par cette espèce de machine est peu considérable : nous en avons vu une de la force de huit chevaux, qui, assez semblable à un meuble, pouvait être placée dans une salle (389).

La vitesse des turbines, comme celles des autres roues horizontales (car il y a bien des rapports entre leurs mouvemens et quelques-unes de leurs propriétés), sera très souvent de plus de cent tours par minute. Mais les turbines pouvant opérer sous de bien plus fortes chutes, elles se mouvront assez souvent incomparablement plus vite : celle de Saint-Blaise

ferait jusqu'à 2500 tours par minute (*Expériences sur les turbines*, par M. Morin, pag. 52) : rarement les turbines donnant de bons effets auront-elles une vitesse moindre de la moitié ou du tiers de celle due à la chute. — Si, dans quelques cas, une grande vitesse dispense de l'emploi des engrenages pour la transmission des mouvemens; dans d'autres, lorsque les parties opérantes de la machine devront travailler lentement, elle obligerait à y avoir recours. En général, et autant que possible, leur usage doit être évité; moins encore parce qu'ils absorbent sans effet une portion de la force mouvante, que parce qu'ils multiplient, dans les usines, les chances d'accident et de chômage.

397. Je désirerais donner ici les règles à suivre dans la construction des turbines pour en obtenir les effets et les avantages dont il vient d'être question : mais celles que M. Fourneyron a publiées, dans l'origine, sont en très petit nombre, et vraisemblablement l'expérience qu'il a acquise depuis le porterait maintenant à y faire de notables modifications : toutefois comme elles ont été suivies dans les premiers établissemens, et qu'il en est résulté de très bonnes machines, rendant d'après l'auteur lui-même jusqu'aux 0,80 de la force du moteur, je crois devoir les exposer.

Préceptes  
relatifs à la  
construction  
des turbines.

La grandeur d'une turbine doit être proportionnée à l'effet qu'elle est destinée à produire, et par suite aux quantités  $P$  ou  $Q$  et  $H$ . Mettons la principale des dimensions, le diamètre intérieur  $d$ , en rapport avec elles. La turbine doit présenter au volume d'eau  $Q$ , qui lui arrive avec la vitesse  $V$ , des orifices d'une grandeur suffisante; et, à cet effet, il faut que l'on ait  $Q = SV$  (108),  $S$  étant la somme des orifices d'admission. Or l'eau arrivant en même temps sur tout le pourtour intérieur de la turbine, sur la surface latérale du cylindre formant ce pourtour,  $S$  sera égal à cette surface (abstraction faite de l'épaisseur des aubes), et par conséquent à  $\pi dA$ , en désignant par  $A$ , la hauteur des aubes. M. Fourneyron la fait d'ordinaire égale à  $\frac{1}{2}d$ ; ainsi  $S = 0,45 d^2$ , et par conséquent  $Q = 0,45 d^2 V = 199 d^2 \sqrt{H}$ ; d'où  $d = 0,71 \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H}}}$ . Cette valeur doit être affectée d'un coefficient

exprimant l'effet des contractions et étranglemens que le fluide éprouve dans le cylindre et à l'entrée de la turbine, l'effet de l'obliquité avec laquelle les cloisons directrices du cylindre le lancent sur le pourtour de la roue, etc. : d'après les supputations et les pratiques de M. Fourneyron, je trouve que ce coefficient multiplié par 0,71 est 1,64 ; et par suite que l'on a

$$d = 1,64 \sqrt{\frac{Q}{H}}$$

La valeur  $Q$  à admettre dans cette expression sera le plus grand volume d'eau que la machine aura à dépenser, car une turbine peut marcher avec des quantités d'eau très différentes, sans que l'effet varie notablement, comparativement à la force employée.

Le diamètre  $d$  peut aussi être exprimé en fonction de la force de la machine, c'est-à-dire de l'effet  $E$  qu'elle devra produire : on a  $(395) E = 0,70 PH = 700 QH^{\frac{1}{2}} = 9 \frac{1}{2} QH$  chevaux : la valeur de  $Q$ , tirée de cette égalité, et mise dans l'expression ci-dessus du diamètre, la change en

$$d = 0,54 \sqrt{\frac{E}{H}}$$

$E$  étant exprimé en chevaux.

Quant au diamètre extérieur, M. Fourneyron le fait de 1,20  $d$  à 1,44  $d$ , suivant que  $d$  est plus ou moins grand. Dans les turbines qui me sont connues,  $d$  a varié de 2<sup>m</sup>40 à 0<sup>m</sup>45.

Le nombre d'aubes varie aussi avec le diamètre, mais non proportionnellement : dans les roues que je viens de mentionner, il a été de 30 à 18, et celui des courbes directrices de 16 à 9.

On a donné ci-dessus aux aubes, pour hauteur, la septième partie du diamètre intérieur. Mais lorsque la vanne n'est levée que d'une faible quantité comparativement à cette hauteur, et il faut qu'il en soit ainsi dans les momens où l'on a peu d'eau, l'effet n'est que fort petit, comme nous l'avons déjà observé : l'action motrice de l'eau se perd en quelque sorte dans un trop grand espace. C'est vraisemblablement pour prévenir une telle perte, que M. Fourneyron, dans quelques-unes de ses dernières constructions, a divisé les turbines, dans leur hauteur, en deux ou trois étages, à l'aide d'un ou de deux diaphragmes horizontaux faits en tôle.

La théorie (382) de Borda a d'abord guidé ce mécanicien dans la disposition à donner à ses aubes. Pour que l'eau lancée par le cylindre les atteigne sans choc, il a établi leur premier élément dans la direction de la résultante entre la vitesse d'arrivée et celle de la roue ; mais comme, dans une turbine, celle-ci peut varier

considérablement, quelquefois du simple au double, sans qu'il y ait de changement notable dans l'effet, il a fallu prendre un terme moyen; et assez généralement M. Fourneyron a placé le premier élément à peu près perpendiculaire à la circonférence intérieure; et il a fait faire, avec cette même circonférence, un angle d'une trentaine de degrés aux courbes directrices. Pour que l'eau sortît sans vitesse, il faudrait que les filets fluides en quittant la roue sortissent tangentielllement à sa circonférence extérieure, et par conséquent qu'ils fissent un angle nul avec elle: mais alors ils se dégageraient difficilement; et cette considération a porté à placer le dernier élément de l'aube, lequel a une grande influence sur la direction de l'eau à sa sortie, de manière à faire un angle de 10 à 14° avec la circonférence.

Tels sont les principaux préceptes à suivre dans la confection des turbines: mais ils ne doivent être pris qu'avec une certaine latitude et en se guidant d'après les circonstances locales: c'est ainsi qu'en agit M. Fourneyron lui-même. L'expérience de plus de cinquante turbines qu'il a peut-être établies, depuis la publication de son mémoire, doit lui avoir suggéré et de nouvelles règles et de nombreux perfectionnemens. Mais il n'a rien publié à leur sujet; c'est comme un secret qu'il garde par devers lui, voulant probablement exploiter, avec tout l'avantage possible, son brevet d'invention. Espérons toutefois que lorsque le terme en sera expiré, il fera jouir le public de ses précieuses observations; et qu'alors, la concurrence diminuant le prix des turbines, nous pourrons en jouir pleinement. En attendant, là où il ne pourra lui-même les établir, et où l'on aura facilement des bois convenables, construisons de bonnes roues à augets, etc.; elles ont aussi leurs avantages.

#### 4. *Roues à couloirs.*

398. M. Burdin a aussi, de son côté, résolu le problème consistant à donner convenablement l'eau à une roue horizontale à aubes courbes. Il a aussi composé sa machine de deux parties, l'une fixe et l'autre mobile; mais au lieu de les placer concentriquement l'une à l'autre, il a mis la seconde au-dessous de la première.

Turbine  
de  
M. Burdin;

Pour se faire une idée de sa turbine, figurons-nous un bassin en forme d'auge circulaire, et dont le fond très épais serait percé de trous ou *orifices injecteurs*, évasés par le haut pour prévenir la contraction, et dirigés de manière à lancer le fluide sous l'angle indiqué par la théorie.

Immédiatement au-dessous de ce bassin alimentaire est la roue. Sa partie supérieure présente encore une auge circulaire, mais d'une très petite profondeur, sur le fond de laquelle sont une suite de très courts entonnoirs, attenant les uns aux autres : au bas de chacun d'eux est un tuyau ou *couloir* (petit canal en tôle), coudé de manière que sa partie supérieure soit verticale et sa partie inférieure presque horizontale. L'eau, à sa sortie des injecteurs, est reçue dans l'auge, ou plutôt par les entonnoirs qui en forment le fond : elle descend le long des couloirs, elle en presse le fond ; et, agissant ainsi par son poids comme par sa force centrifuge, elle fait tourner la machine. Les plans verticaux qu'on imaginerait passer par les couloirs ne sont pas tous perpendiculaires aux rayons de la roue aboutissant à l'origine de chacun d'eux : à l'alternative, un plan dévie un peu à droite, le suivant est perpendiculaire au rayon, et le troisième dévie un peu à gauche ; de sorte que l'extrémité des tuyaux ou couloirs se trouve alternativement, de trois en trois, sur trois circonférences d'un rayon différent, mais ayant un centre commun, au même point de l'axe de rotation. De cette manière l'eau est versée sur trois circonférences distinctes ; le fluide qui sort d'un couloir, et presque sans mouvement progressif, ne court



pas le risque d'être choqué par celui qui sort du couloir subséquent. Une telle disposition a porté M. Burdin à donner à sa machine le nom de *turbine à évacuation alternative*.

Il en a établi une à Pontgibaud, en Auvergne. Mais, simplifiant les constructions, au lieu d'un bassin annulaire établi au-dessus de la roue, il s'est contenté du coursier d'amenée : il en a fermé l'extrémité ; et il a fixé sur le fond un bloc de bois dans lequel il a placé quelques injecteurs : de sorte qu'il ne versait de l'eau, à la fois, que sur la partie du pourtour de la roue qui se trouvait immédiatement au-dessous du canal. Malgré cela, l'effet obtenu, mesuré par le frein, s'est élevé à 0,67 PH ; et on n'a plus dépensé en eau que 0<sup>mm</sup>093, au lieu de 0<sup>mm</sup>28, qu'exigeait la roue à percussion que cette turbine a remplacée (1).

399. Je citerai encore ici la roue à couloirs sur noyau conique, désignée quelquefois sous le nom de *roue en poire*, et que Bélidor a fait connaître dans ces termes : « On voit à quelques endroits, sur la Garonne, des moulins qui sont d'une construction assez singulière. La roue est une espèce de tambour ayant la figure d'un cône renversé et qui tourne dans une cuve de maçonnerie faite exprès. Les aubes sont appliquées obliquement sur la surface du tambour où elles forment des portions de spirale. Ces aubes ainsi disposées obligent la roue à tourner avec une extrême vitesse, et par conséquent la meule qui

Roue à noyau  
conique.

(1) Voyez la description de cette machine dans les *Annales des mines*, 3<sup>e</sup> série, tome III, 1833. Sa roue avait 1<sup>m</sup>40 de diamètre et 0<sup>m</sup>40 de hauteur : elle portait 36 couloirs.

répond à son essieu, et pour cela il ne faut qu'un filet d'eau. » (*Archit. hydr.*, § 668.)

Si au lieu d'emboîter ce mobile dans un emplacement à peu près de même forme, ce qui exige qu'on laisse entre eux un intervalle par lequel l'eau, repoussée par la force centrifuge, s'échappe sans produire d'effet, on eût entouré ses aubes d'une enveloppe conique concentrique à la surface du noyau, on aurait eu une excellente machine à couloirs, et la meilleure des *danaïdes*, dit M. Navier.

#### Danaïdes.

400. Le nom de danaïde a été d'abord donné, par Carnot, à une machine de M. Manouri d'Ectot, dont la pièce principale était un tonneau ou petite cuve faite en fer-blanc, et percée au fond d'un trou par lequel sortait le fluide, qui entraît à sa partie supérieure. L'axe de rotation y passait aussi. Dans cette cuve se trouvait un tambour fermé à ses deux bases, d'un diamètre plus petit que la cuve au point qu'il demeurait entre eux un intervalle de 4 à 5 centimètres. On avait une pareille distance entre la base inférieure du tambour et le fond de la cuve. Ce dernier espace était divisé en compartimens, par des cloisons verticales qui se terminaient au bord de l'orifice circulaire ouvert au milieu du fond.

La motrice était lancée, par des ajutages, tangentiellement à la surface intérieure de la cuve. Elle s'avancait sur cette surface, frottant contre elle, et imprimant ainsi un mouvement de rotation à la machine. Tout en tournoyant elle descendait; arrivée au fond, elle entraît dans les compartimens, et se dirigeait vers l'orifice de sortie; mais comme la force centrifuge agissait à l'encontre, elle sortait presque sans vitesse, ayant dépensé presque toute sa force sur la machine. Carnot ayant voulu en constater l'effet, lui a fait élever divers poids, et il a trouvé que cet effet excédait 0,70PH, et quelquefois même 0,75PH (1).

Je n'ai mentionné ici cette machine que parce qu'elle est comme le type d'un genre nouveau, souvent cité par les auteurs: car, d'ailleurs, elle n'est point exécutée en grand.

(1) Rapport de M. Carnot à l'Institut dans le Journal des mines. Tom. 34, pag. 213.

Danaïde  
de  
M. Burdin.

Il n'en est pas de même de la danaïde que M. Burdin a établie sur une scierie près de Bourg-Lastic (Puy-de-Dôme) (1). C'est encore un tonneau dont le fond est percé à son milieu d'un orifice circulaire d'environ 0<sup>m</sup>30; celui du tonneau est de 1<sup>m</sup>20 et sa hauteur de 2<sup>m</sup>30. A 0<sup>m</sup>10 au-dessus de l'orifice est un tuyau vertical de même diamètre, qui s'élève jusqu'au haut du tonneau, et dans lequel passe l'axe de rotation. Entre sa surface convexe et la surface concave du tonneau sont huit cloisons verticales qui descendent jusqu'au fond.

L'eau sortant d'un réservoir dont la hauteur, comme dans la plupart des turbines de M. Burdin, égale celle de la partie mobile, afin qu'elle y arrive avec une vitesse due à la moitié de la chute, l'eau, dis-je, lancée sous une faible inclinaison et tangentielle-ment à la surface intérieure du tonneau, se porte contre les cloisons; elle les presse, les pousse, et met ainsi la machine en mouvement: arrivée au fond, la vitesse horizontale qu'elle tend à y prendre, pour s'échapper par l'orifice du milieu, est en très grande partie détruite par la force centrifuge, et il ne lui en reste presque plus à sa sortie.

#### 5. Des machines à réaction.

De  
la réaction.

401. Nous désignons sous ce nom les machines dans lesquelles l'eau, qui y est contenue et qui en sort avec un certain effort, réagit sur les parties de la machine opposées aux orifices de sortie, en exerçant un effort égal, par suite duquel elle contraint ces parties au recul, et donne ainsi lieu au mouvement de rotation. L'exemple qui va suivre mettra à même d'apprécier ce mode d'action: mais avant de le donner, je rappelle un principe.

L'égalité entre l'action et la réaction, qui est regardée presque comme un axiome en mécanique, a été démontrée directement, par Daniel Bernoulli, pour le cas d'un jet qui sort d'un vase (*Hydrodyna-*

(1) *Annales des mines* de 1836, p. 504.

*mica*, p. 279 et 303). Il a trouvé, par le calcul et par l'expérience, que l'effort exercé sur le vase par la réaction du jet était égal au poids d'un prisme d'eau qui aurait pour base l'orifice, et pour hauteur deux fois la hauteur due à la vitesse de sortie; et l'on sait que telle est la mesure de l'effort dont le jet est capable (234).

Fig. 66.

Soit un vase ou gros tuyau vertical dont A est la base, qui est mobile autour de son axe C, et au bas duquel serait adapté un tube horizontal BD ouvert en B, et fermé sur tout le reste de son étendue. Si l'on remplit d'eau cet appareil, le fluide exercera une pression égale sur tous les points du tube; celle qui a lieu sur un point sera détruite par la pression sur le point diamétralement opposé, et il y aura équilibre. Mais si l'on ouvre un orifice, en *a*, par exemple, il n'y aura plus de pression sur ce point; celle qui s'exerce à l'opposite ne sera plus contrebalancée, et elle poussera le tube dans la direction de *a* en *e*: le jet qui sortira en *a*, agissant par réaction, fera tourner la machine autour de l'axe C, et dans une direction opposée à la sienne; de la même manière que le fluide élastique provenant de l'inflammation de la poudre contenue dans la cartouche d'une fusée, sortant de haut en bas, la porte avec rapidité de bas en haut.

Machine  
de Segner.

402. Si de la partie inférieure du gros tuyau vertical A, il part, en rayonnant, plusieurs tubes pareils à BD, et semblablement percés, on aura la machine à réaction proposée, vers le milieu du dernier siècle, par Segner, professeur de mathématiques à Göttingue, et que les Allemands nomment

en conséquence roue de Segner (*Segnersche Wasserrad*).

Euler, en ayant fait l'objet de ses études (*Académie de Berlin*, 1750), proposa : 1° de donner une forme courbe aux tuyaux horizontaux, afin d'obtenir encore une pression résultant de la force centrifuge ; 2° de faire sortir l'eau par l'extrémité des tubes, extrémité qu'il recourbait de manière à la rendre perpendiculaire au rayon de la roue dirigé sur elle.

403. Dans ces derniers temps, M. Manouri d'Ectot mettant à profit l'indication de ces perfectionnements, composa sa machine ainsi qu'on le voit dans la figure 68. Ses tubes, renflés dans le milieu, sont courbés en  $\infty$ , assemblés et maintenus par des barres de fer. L'eau motrice leur est donnée à l'aide d'un gros tuyau vertical, qui se recourbe horizontalement en B, passe sous le volant, se relève verticalement, et vient aboutir au centre commun C.

Machine  
de Manouri.

Fig. 68.

De telles roues ont été établies avec succès dans des usines de Bretagne, de Normandie, et des environs de Paris : « d'après des expériences authentiques, elles y produisent un effet supérieur à celui des roues à pots les mieux exécutées, » dit Carnot, au nom de la commission de l'Institut chargée de l'examen de cette machine (*Journal des mines*, 1813, tom. 33). Je crains toutefois que, dans la pratique ordinaire, on ne puisse tenir assez facilement étanche la jonction de la partie immobile, le tuyau menant l'eau, avec la partie mobile, le volant. D'ailleurs cette roue, plus que toute autre, semble propre à bien transmettre l'action d'un courant d'eau dirigé

de bas en haut, tel que celui qui sort de certains puits artésiens.

Machines  
d'Euler.

404. Euler, dont les idées avaient été dirigées sur les machines à réaction par celle de Segner, en composa une qui lui parut plus propre à tirer meilleur parti de ce mode d'action de l'eau. Elle avait la forme d'une grande cloche, ou plutôt c'était un tronc de cône évidé dans le milieu; consistant en deux surfaces concentriques, composées de feuilles de tôle, et laissant entre elles un intervalle, qui était ouvert par le haut et fermé par le bas: au fond et tout autour étaient adaptés verticalement de petits tuyaux coudés et dont l'extrémité se trouvait horizontale et dirigée dans le sens du mouvement, ou plutôt en sens directement opposé. L'eau motrice, entrant par le haut de la machine, remplissait l'intervalle compris entre les deux enveloppes coniques et sortait par les petits tuyaux. Quoique lourde, cette machine a été employée en France avec avantage.

Fig. 68 bis.

Trois ans après, Euler donna une théorie plus complète des machines à réaction; et à ce sujet il en projeta une seconde, qui est décrite dans les *Mémoires de l'Académie de Berlin*, année 1754. Elle consistait en deux parties placées l'une sous l'autre. Celle de dessus était immobile et formait un réservoir de forme cylindrique et annulaire: de petits tubes, adaptés au fond, rectilignes, mais inclinés sous un angle déterminé par le calcul, lançaient l'eau sur la partie inférieure. Celle-ci, mobile autour d'un axe, présentait en haut une auge également annulaire, du fond de laquelle partaient une

vingtaine de tuyaux qui descendent en divergeant et dont le bout, recourbé horizontalement, versait l'eau dans l'atmosphère. L'ensemble de ces tuyaux était recouvert, jusqu'au voisinage du coude, par une surface unie en tôle, destinée à amoindrir la résistance de l'air.

Une telle machine, dont les tuyaux uniformément courbés ne seraient point étranglés à leur extrémité, et ne seraient pas entièrement pleins d'eau, aurait une bien grande analogie avec la machine à conloirs de M. Burdin, n° 398; comme à elle, la théorie de Borda lui serait complètement applicable.

405. Le savant ingénieur que nous venons de nommer, et auquel les travaux d'Euler étaient inconnus, a aussi fait une machine ou *turbine à réaction*, qui a encore de bien grands rapports avec celle de cet illustre géomètre. Faisons-la connaître par une courte description de celle qu'il a établie au moulin d'Ardes, dans le département du Puy-de-Dôme.

Machines  
de  
M. Burdin.  
Turbine  
à réaction.

La chute est de 2<sup>m</sup>. Sous un bassin en bois, où l'eau se maintient à une hauteur constante de 1<sup>m</sup>, se trouve la machine de rotation représentée à la figure 69. Trois orifices injecteurs, adaptés au fond du bassin, lancent l'eau horizontalement dans la couronne ou petit bassin annulaire qui en forme la partie supérieure. Elle entre ensuite dans trois poches pyramidales, dont l'axe est vertical, et dont l'extrémité recourbée horizontalement porte un orifice de sortie. La hauteur de la machine est de 1<sup>m</sup>; en général, elle sera la moitié de la chute.

Fig. 69.

On fait en sorte que la turbine ait, sous les orifices injecteurs, une vitesse de  $4^m43$ , celle due à la hauteur de  $1^m$ . L'eau arrivant alors sur la machine avec une vitesse égale à celle des points qui la reçoivent, il n'y a point de choc. De plus, la charge sur les orifices des poches étant de  $1^m$ , l'eau en sort également avec une vitesse relative de  $4^m43$ ; et comme celle que les orifices ont en sens contraire à une même valeur, la vitesse absolue du fluide à sa sortie sera nulle. Les deux conditions nécessaires au *maximum* d'effet se trouvent ainsi remplies, et l'effet dynamique de la turbine sera PH.

Mais, dans la pratique, plusieurs circonstances altèrent toujours les conditions de ce plus grand effet. Cependant M. Burdin n'a pas vu l'effet utile de ses turbines à réaction au-dessous de 0,65 PH, et quelquefois il s'est élevé à 0,75 PH. *Annales des mines*, tom. III. 1828).

Note  
sur la théorie  
des roues à  
réaction.

408. Il y a déjà près d'un siècle que la théorie des machines à réaction avait été l'objet d'études d'Euler (303, 404) : ses mémoires à ce sujet, que je ne suis point d'ailleurs en état d'apprécier convenablement, portent, d'après des juges compétents, l'empreinte de son génie analytique. Mais depuis leur publication, et en partie par suite des travaux de ce grand homme, la théorie des machines en mouvement, notamment en ce qui concerne leur effet dynamique, a reçu un plus grand degré de généralité et de simplicité.

Pour faire aux machines à réaction une application sommaire de cette théorie, dont j'ai fait connaître les principaux points au n° 297, je supposerai, comme l'a fait M. Navier, que l'eau y entre sans choc et qu'elle les parcourt sans changement de vitesse; je n'aurai plus alors à m'occuper que de sa vitesse absolue immédiatement après la sortie de la machine. On a démontré (392) que lorsque l'eau sort par des orifices pratiqués à la circonférence d'une roue en mouvement autour d'un axe



vertical, sa vitesse, relativement à celle de la machine, est, sur le dernier élément des orifices,  $\sqrt{2gh + v^2}$ ,  $h$  étant la hauteur du réservoir au-dessus de ces orifices, et  $v$  leur vitesse de rotation. On suppose que leur extrémité est horizontale et perpendiculaire au rayon de la circonférence décrite; alors, leur vitesse  $v$  se trouve directement opposée à celle que le fluide possède sur cette extrémité, et sa vitesse absolue, immédiatement après l'avoir quittée, est donc  $\sqrt{2gh + v^2} - v$ . Mais l'effet dynamique est égal à la force du moteur, moins la moitié de la force vive que l'eau conserve après être sortie de la machine (297), on aura ainsi

$$E = Ph - \frac{P}{2g} (\sqrt{2gh + v^2} - v).$$

Cette équation montre que l'effet sera d'autant plus grand que le facteur complexe du second terme dans le second membre sera plus petit, et qu'il sera à son *maximum* et égal à  $Ph$ , lorsque ce facteur sera nul : or, on ne peut avoir  $\sqrt{2gh + v^2} - v = 0$ , qu'autant que  $v$  est infini. D'où l'on conclut que dans les machines à réaction l'effet ne saurait, même en théorie, égaler la force du moteur, et qu'il est d'autant plus grand que la vitesse de rotation est plus considérable.

En dernier lieu, cette année même (1841), M. l'ingénieur des mines Combes a repris et étendu à toutes les circonstances du mouvement la théorie des machines à réaction : après avoir fait une étude particulière de celle d'Euler, il en a établi une générale, qu'il a présentée à l'Académie des sciences : mais elle n'est point encore publiée. D'après la courte notice insérée à son sujet dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences* (séance du 6 Août), les formules de M. Combes indiquent dans les machines à réaction, comme celles de M. Poncelet l'ont montré pour les turbines, que la vitesse de la roue peut éprouver des *écarts* même grands, en plus ou en moins, autour de celle qui donne le *maximum* d'effet, sans que la grandeur de cet effet subisse une diminution notable : il est nécessaire, pour l'auteur, que le vannage de la roue à réaction soit adapté à la roue elle-même; et pour que l'effet utile demeure toujours le même, malgré les variations du volume d'eau, il faut encore que le vannage agisse à la fois sur les grandeurs des orifices d'entrée et de sortie des canaux mobiles, qui doivent être entre eux dans un rapport constant déterminé par les équations du mouvement.

*Appendice contenant quelques observations sur  
l'effet des moulins.*

Les roues horizontales dont nous venons de traiter, notamment les roues proprement dites (377, 380), sont presque toujours affectées aux moulins; ils offrent encore le plus fréquent emploi des roues verticales: ils forment l'espèce d'usine la plus générale, celle qui tient de plus près à nos premiers besoins; ces considérations me portent à consigner ici le peu que l'on sait de précis sur leur effet utile.

Effet utile.

407. Quelle est la résistance que le grain oppose à la meule? ce serait la première question à résoudre. Sa solution différerait pour chaque espèce de grain; restreignons-la au plus important de tous, le blé ou froment.

Fabre, d'après quelques observations sur les moulins de la Provence, estime que la résistance ou l'effort opposé par le blé à la mouture, en supposant que cet effort agit aux deux tiers du rayon de la meule tournante, est la 22<sup>e</sup> partie du poids de cette meule, y compris l'attirail qui lui est fixé (1).

Nommant  $\delta$  le diamètre de la meule,  $\omega$  son épaisseur,  $\pi$  le poids du mètre cube de la matière qui la constitue, et  $n$  le nombre de tours qu'elle fait en une minute; son poids est  $\frac{\pi}{4} \delta^2 \omega$ , et sa vitesse à l'extrémité du rayon  $\frac{\pi \delta \omega}{60}$ . L'effet dynamique, étant l'effort de la résistance multiplié par la vitesse de son point d'application, sera  $\frac{1}{22} \times \frac{\pi}{4} \delta^2 \omega \times \frac{\pi \delta \omega}{60} = 0,001258 \delta^3 \omega$ . Le poids spécifique des pierres siliceuses ou calcaires dont on fait les meules, ne varie guère qu'entre 2500 et 2700<sup>k</sup>; à cause de leur attirail, portons-le à 3000<sup>k</sup>, ce sera la valeur de  $\pi$ ; et nous aurons pour expression de l'effet utile d'une meule

$$3,75 \delta^3 \omega.$$

Cette valeur ne doit d'ailleurs être regardée que comme du premier essai.

Force  
pour moudre  
une quantité  
de blé  
donnée.

408. La question de l'effet utile des moulins peut être résolue d'une manière ayant un intérêt plus direct pour nous, en déter-

(1) *Essai sur les machines hydrauliques, et en particulier sur les moulins à blé, page 234.*

minant, par l'expérience, la force qui est nécessaire pour moudre une quantité de blé donnée.

M. Navier, réunissant et discutant les divers documents publiés à cet égard, a conclu que pour moudre un kilogramme de blé, il fallait imprimer à la meule une force dynamique ou quantité d'action égale à  $5556^{km}$  (1) : ce serait ainsi  $416700^{km}$  pour un hectolitre de blé, son poids étant de  $75^k$  terme moyen. On estime habituellement le travail d'une meule par le nombre d'hectolitres moulus en une heure, de sorte que la quantité d'action qu'elle aura à développer pendant ce temps, sera, par hectolitre, de  $416700^{km}$ , ou de  $116^{km}$  en une seconde, force équivalente à celle de 1,54 cheval. Cette valeur est beaucoup trop faible. M. Hachette, mesurant la force à l'aide d'un frein dynamométrique adapté à l'arbre de la roue motrice d'un moulin, près de Paris qui ne travaillait même qu'en mouture à la grosse, a eu 2,26 chevaux. Sur les moulins des environs de Toulouse, MM. Tardy et Piobert, avec un frein adapté à l'arbre portant la meule, et donnant ainsi immédiatement la force de cette meule, l'ont trouvée de 2,80 et 2,87 chevaux. M. Egen, dans ses nombreuses observations dynamométriques, a eu 3,56 sur un des bons moulins de la Westphalie, moulins dont le produit est, à la vérité, fort faible.

De ces faits et de quelques autres encore je conclurai que la force d'une meule, pour moudre un hectolitre de blé par heure, excède celle de deux chevaux; le plus souvent elle sera plus proche de trois. Pour prévenir tout mécompte, on adoptera cette dernière estime; surtout si on la rapporte à la roue motrice du moulin, roue qui d'ordinaire transmet son action à la meule par l'intermédiaire d'un engrenage, lequel absorbe une partie de cette action. Nous admettrons en conséquence qu'en général la force que doit posséder une roue de moulin est de trois chevaux-*vapeur* par hectolitre de blé à moudre en une heure.

409. Comme une roue ne prend que la même partie de la force du courant moteur, la force de ce courant, d'après la base que nous venons de poser, devra être de  $\frac{3}{m}$ , la valeur de  $m$ , pour les diverses roues qu'on peut employer, a été donnée dans ce chapitre. Elle est d'environ 0,70 pour les bonnes roues verticales et les turbines; ainsi, en employant de telles machines, il

(1) *Architecte hydraulique*, par Bélidor et Navier, Tom. 1, pag. 464.

fandra (compter sur une force d'eau de quatre chevaux au moins, par chaque hectolitre à moudre en une heure. Pour une roue quelconque, ce sera la force du courant, 13;QH (282), divisée par  $\frac{3}{m}$ , ou  $4,4mQH$ .

Effet  
des moulins  
d'après  
l'expérience.

410. Afin de mettre à même de juger ce qu'il en est réellement du travail des divers moulins et de leur effet, tant mécanique qu'économique, je vais donner, dans le tableau suivant, les résultats de quelques observations authentiques. J'y indique l'espèce de roue employée, ainsi que la valeur de  $m$  qui lui correspondrait, d'après la base établie ci-dessus (408). Dans une note, concernant chaque observation, je fournirai quelques données sur le moulin qui en a été l'objet.

Mais avant je dois remarquer que la même meule, avec une même dépense d'eau et une même chute, peut moudre, dans un même temps, des quantités de blé qui varieront dans le rapport de un à trois et même plus, selon qu'elle moudra du blé gros ou fin, dur ou tendre, selon qu'elle sera *lasse* ou piquée de frais, selon qu'elle fera de la belle farine pour la boulangerie ou de la grosse farine pour les munitions militaires. De sorte qu'on ne saurait regarder que comme des termes moyens les rapports indiqués dans ce tableau, ainsi que dans les ouvrages des divers auteurs, entre la quantité de blé moulu et la force employée à le moudre.

| ESPÈCE DE ROUE.          | EAU<br>dépensée<br>en 1 <sup>re</sup> | HAUT.<br>de la<br>chute. | BLÉ<br>moulu<br>en<br>1 heure. | FORCE<br>par<br>hectolit. | $m$  |
|--------------------------|---------------------------------------|--------------------------|--------------------------------|---------------------------|------|
|                          | m. cub.                               | met.                     | hect.                          | chev.                     |      |
|                          | (a) 0,893                             | 0,305                    |                                | 3                         | 1,00 |
| Roue à augets (bonne)    | (b) 0,651                             | 1,137                    | 2,48                           | 3,9                       | 0,77 |
| Roue à augets (médiocre) | (c) 0,345                             | 1,72                     | 1,76                           | 7,3                       | 0,44 |
| Roue à aubes (ordinaire) | (d) 0,204                             | 3,08                     | 2,00                           | 14,8                      | 0,20 |
|                          | (e) 0,251                             | 4,05                     | 1,33                           | 8,4                       | 0,35 |
| Roue des moulins à buse  | (f) 0,250                             | 4,00                     | 2,16                           | 6,9                       | 0,43 |
|                          | (g) 0,307                             | 4,36                     | 1,25                           | 10,0                      | 0,30 |
|                          | (h) 0,732                             | 2,16                     | 1,25                           | 8,2                       | 0,36 |
| Roue des moulins à cuve  | (i) 0,737                             | 2,29                     | 1,25                           | 11,7                      | 0,25 |
|                          | (k) 0,852                             | 2,35                     | 1,25                           | 18,0                      | 0,17 |
|                          | (l) 0,852                             | 2,35                     | 1,25                           | 21,4                      | 0,14 |

(n) «J'ai appris, dit Évens (p. 131 de son *Guide du meunier*

et du constructeur de moulins, traduit par M. Henoit), que par des expériences exactes, faites aux frais du gouvernement anglais, on s'est assuré que la puissance de quarante mille pieds cubes d'eau ( $1:53^{\text{mm}}$ ), descendant de un pied ( $10^{\text{mm}}$ ), peut moulin et bluter un buschel ( $6^{\text{mm}}03^{\text{mm}}$ ) de blé. Cette puissance agissait-elle directement sur le meule? S'il y avait une machine intermédiaire, quelle était-elle? Evans ne le dit pas. Le fait qu'il rapporte indique une force de 3,6 chevaux par hectolitre pour moulin et bluter : j'en prends 3 pour la mouture seulement.

(b) Observation faite par M. l'ingénieur Mallet sur un moulin à l'anglaise des environs de Paris. La meule avait  $1^{\text{m}}30$  de diamètre et faisait de 190 à 120 tours par minute.

(c) Résultat général des très nombreuses observations d'Evans sur les moulins des États-Unis d'Amérique. Les roues à auge employées sont assez mal construites et mal disposées, elles présentent une trop grande hauteur d'eau sur le sommet. Les meules ont généralement  $1^{\text{m}}30$  de diamètre et font 100 tours à la minute. (*Guide du meunier*, pages 118-124).

(d) Egen a fait cette observation sur un moulin de la Westphalie. La roue, qui avait  $3^{\text{m}}86$  de diamètre, ne menait qu'une meule ayant  $1^{\text{m}}42$  de diamètre et faisant 62 tours à la minute. Elle ne donnait à l'heure que  $40^{\text{k}}$  de fine farine : les autres moulins du pays ne donnent pas davantage, au rapport de l'auteur.

(e) Ce fait concerne un moulin établi sur un petit ruisseau près de Montauban et ne marchant que par écluses : selon qu'il a plus ou moins d'eau, il donne 50, 75 et  $60^{\text{k}}$  de farine.

(f) J'ai fait cette observation sur un des meilleurs moulins des environs de Toulouse, le moulin de Bayard établi sur le canal de Languedoc. Il travaillait pour le commerce et il donnait un produit inusité : une des deux meules moulait, par heure, deux hectolitres de blé ; et l'autre, nouvellement piquée, allait jusqu'à quatre.

(g) Le produit ordinaire des bons moulins de ce canal, que j'indique dans cette ligne, n'est guère que de  $100^{\text{k}}$  de farine, lorsqu'ils travaillent pour la boulangerie.

(h) A  $1600^{\text{m}}$  en aval du moulin de Bayard est celui des Minimes, sur lequel MM. Piobert et Tardy, après avoir exécuté les expériences dynamométriques mentionnées au n° 379, ont fait aussi diverses observations sur la mouture : celle qui est notée au tableau, a été effectuée sur une meule fraîchement piquée et

travaillant pour le commerce : elle donnait plus de deux hectolitres. Mais à côté était une autre meule, qui n'avait pas été piquée depuis un mois et demi, et qui, sous une force à peu près pareille, ne faisait que 1,05 hectolitre, en belle farine, il est vrai ; elle dépensait ainsi par hectolitre une puissance de plus de 16 chevaux, bien que le mécanisme fût convenablement disposé.

(2, 4, 1) Ces trois observations ont été faites, encore par MM. Tardy et Piobert, sur trois meules différentes du moulin du Bazacle. La première était piquée depuis une heure et demie seulement, et faisait de la farine pour pain de munition. La seconde avait été piquée depuis huit jours et travaillait pour du boulanger. Enfin, dans la dernière, on faisait de la très belle farine, et la meule n'avait été que légèrement piquée quelques jours avant. — Ces meules, comme toutes celles des moulins de la contrée, sont en silex caverneux ; elles ont généralement 1<sup>m</sup> 75 de diamètre, et font 80 tours par minute environ. Elles n'exigent, par heure, que de un à un et demi hectolitre, rarement deux, et les propriétaires des moulins sont satisfaits lorsqu'ils obtiennent régulièrement un hectolitre. — Ailleurs on fait, dit-on, bien davantage ; et d'après M. Taffe des moulins à cannelle de la Provence rendraient plus de six hectolitres par heure, et ne dépenseraient pas une force de six chevaux par hectolitre (1).

### CHAPITRE III.

#### DES MACHINES A MOUVEMENT ALTERNATIF.

Les machines hydrauliques qui, au lieu d'un mouvement de rotation, marchent d'un mouvement alternatif, sont peu employées dans les arts industriels ; je n'en connais que deux dont l'usage soit assez répandu, la *machine à colonne d'eau* et le *bélier hydraulique*.

(1) *Application des principes de mécanique aux diverses machines.*

Un courant fournissant 0<sup>m</sup><sup>m</sup><sup>m</sup> 409 en 1'', avec une chute de 6<sup>m</sup> 10, donnait, par heure, 480<sup>k</sup> de farine : c'est 6,40 hectolitres, et une force de 5,62 chevaux par hectolitre.

ART. 1<sup>er</sup>. *De la machine à colonne d'eau.*

411. Cette machine consiste en un cylindre ou gros corps de pompe dans lequel se mient un piston poussé par le poids d'une haute colonne d'eau contenue dans un tuyau montant. On adapte à la tige de ce piston un tirant ou un balancier, qui transmet le mouvement à des pompes ordinaires ou autres *opérateurs*; quelquefois, bien que rarement, on y adapte un mécanisme qui transforme le mouvement de va et vient en un mouvement de rotation.

Idee  
et historique  
de cette  
machine.

La première idée d'une telle machine appartient à Bélidor, qui, dans le tome second de son *Architecture hydraulique*, publié en 1739, fit connaître les considérations qui l'avaient mené à cette découverte, et il entra dans tous les détails de la construction. Ce ne fut toutefois que dix ans après qu'une machine de cette espèce fut exécutée; elle le fut par Hœll, aux mines de Schemnitz en Hongrie. On en établit ensuite quelques autres à ces mêmes mines, ainsi qu'à celles des différentes parties de l'Allemagne, où on les appela *machines de Hœll*.

Mais leur construction et leur établissement demandoient des artistes d'un ordre supérieur à ceux qu'on employait d'ordinaire; elles exigeaient, surtout pour leur entretien, beaucoup de soins et de frais; et l'effet qu'elles rendaient n'était pas en rapport avec la dépense. Aussi étaient-elles comme tombées en désuétude et en défaveur, lorsqu'une circonstance particulière attira sur ce genre de machines, il y a une trentaine d'années, l'attention d'un homme de génie, d'un des plus habiles méca-

miciens de notre époque, Reichenbach. Ayant eu à s'occuper, par ordre de son souverain, des salines que la Bavière possède dans les dernières ramifications des Alpes tyroliennes, et dont l'exploitation devenant de plus en plus coûteuse, était au moment d'être abandonnée, il conçut et il exécuta le grand et hardi dessein de prendre les eaux salées immédiatement à leur sortie des sources et de les mener, à travers un pays montagneux jusqu'à 27 lieues (109 kilomètres) de distance, dans une contrée où l'on aurait abondamment le bois nécessaire à leur traitement. Onze machines à colonne, les unes à simple et les autres à double effet, et toutes sur un principe nouveau, furent employées avec un grand succès à cet objet : une d'elles, celle d'Illsang, éleva d'un seul jet, les eaux à une hauteur verticale de 356<sup>m</sup>, et elle leur fit ainsi franchir une profonde vallée.

Quelques années après que ce gigantesque ouvrage eut été terminé, et il le fut en 1817, un bruit, d'ailleurs assez vague, en vint à M. l'ingénieur Juncker, directeur des mines de Poullaouen et de Huelgoat en Bretagne, dans le temps où il était lui-même occupé de l'établissement d'une machine à colonne d'eau sur la dernière de ces mines. Il se rendit en Bavière ; il y vit Reichenbach et ses étonnantes constructions, il lui soumit ses plans, il en reçut les avis, et, après son retour, en 1831, il exécuta la plus grande et la plus belle machine hydraulique que nous ayons en France.

Machines  
de Huelgoat.  
Fig. 30.

412. Cette machine, ou plutôt ces deux machines, car on en a deux exactement pareilles, l'une à côté



de l'autre, sont destinées à puiser les eaux qui filtrent dans la mine, et dont la quantité pourra s'élever à deux cents mètres cubes par heure. M. Juncker a établi ces machines à 110<sup>m</sup> environ au-dessous de la surface du sol, au milieu même du puits au fond duquel toutes les eaux seront menées, et dont la profondeur atteindra 330<sup>m</sup>. A cet effet, il a fait jeter, sur le vide de ce puits, un pont en fonte de fer; il l'a appuyé sur des culées en pierre de taille, et il a mis en usage tous les moyens que fournit l'art des constructions pour en bien assurer la stabilité.

C'est sur ce pont qu'il a assis les deux grands cylindres A, pièces principales des machines.

Ils sont en fonte et ouverts par le haut : chacun à 1<sup>m</sup>03 de diamètre et 2<sup>m</sup>75 de hauteur. Le piston B est en bronze et n'a qu'une simple garniture en cuir (425) : sa course est de 2<sup>m</sup>30, et il en fait jusqu'à 5 $\frac{1}{2}$  par minute. A son centre est adaptée une tige en fer C, qui traverse la base du cylindre, et qui descend verticalement jusqu'au fond du puits, où elle s'adapte immédiatement au piston d'une pompe qui y est établie, et qui d'un même jet élève les eaux à 230<sup>m</sup> de hauteur verticale; là elles se versent dans une galerie d'écoulement.

Au bas du cylindre se trouve le tube D, par lequel entre l'eau motrice destinée à soulever le piston, et par lequel elle sort ensuite lorsqu'il descend. Un autre piston, le *régulateur* E, qui oscille dans la boîte cylindrique F, met alternativement ce tube en communication avec le tuyau de chute aboutissant en G, et avec le tuyau d'émission H, lequel, se recourbant verticalement, la remonte à 14<sup>m</sup> d'élé-

vation jusqu'à la galerie d'écoulement. La hauteur du tuyau de chute est de  $74^m$ ; c'est la charge qui pousse en haut le piston B : comme en sens contraire, on a la charge de  $14^m$ , à cause de la remontée dont il vient d'être question : de sorte que la charge ou chute effective n'est que de  $60^m$ . Si la machine eût été établie au niveau de la galerie d'écoulement, le tuyau de chute n'eût eu que cette dernière hauteur, et on n'eût pas eu à remonter de  $14^m$  toute l'eau motrice. Mais on a voulu qu'elle équilibrât, en partie, l'énorme poids,  $16000^k$  environ, de la tige C, lequel eût tiré trop fortement le piston dans sa descente, et eût trop augmenté la charge à lever : l'équilibre est ainsi produit par le poids d'une colonne d'eau ayant le piston pour base et  $14^m$  de hauteur. Un tel *balancier hydraulique* est digne de remarque.

Malgré tout l'intérêt que présente la machine de M. l'ingénieur Juncker, je ne saurais entrer dans les détails de sa construction, du mécanisme-régulateur, ni même parler des accessoires, tels que le pont en fonte, les puits, les galeries-aqueducs, etc. Tous ces objets sont d'ailleurs amplement traités dans la description complète et raisonnée que l'auteur lui-même en a publiée. (*Annales des mines*, tom. VIII, 1835.)

Système  
régulateur.

433. Cependant je vais chercher à donner une idée de son *système de régulation*, système dont le fond est dû à Reichenbach, et qui passe pour être le plus convenable aux machines à colonne d'eau.

La pièce principale en est le piston régulateur B. C'est un cylindre creux en bronze, et parfaitement tourné et poli. sa hauteur, qui est triple de celle de la tubulure D, est divisée en trois

parties, celle du milieu, ayant un peu plus du tiers de la hauteur, est unie à sa surface extérieure; les deux autres sont cannelées, chacune porte huit cannelures dont la profondeur, d'abord nulle, augmente à mesure qu'on approche de la base respective; de sorte que leur coupe verticale est un triangle rectangle. — Supposons maintenant que le grand piston B soit au bas de sa course, que le régulateur, se trouvant au milieu de sa marche descendante, bouche entièrement la tubulure, et qu'il continue à descendre, le tout ainsi qu'il est représenté sur la figure (faite à l'échelle de  $\frac{1}{10}$ ). L'eau, qui est sur la tête du régulateur, sous la pression de la chute entière, passant d'abord par le bas des cannelures, ne commencera à arriver, sous le piston, qu'en très petite quantité, et elle ne le poussera en haut qu'avec une vitesse extrêmement petite. L'affluence de l'eau, et par suite la vitesse, augmenteront peu à peu, et elles seront à leur *maximum*, lorsque la base supérieure du régulateur, toujours en descendant, se trouvera au niveau du bord inférieur de la tubulure; alors le piston B sera au milieu de sa course ascensionnelle. Dans ce moment, le régulateur, par l'effet du mécanisme dont nous parlerons bientôt, prendra une marche ascendante, et il rétrécira les orifices d'entrée de l'eau dans le même rapport qu'il les avait ouverts en descendant; de sorte qu'au milieu de sa marche il bouchera entièrement l'ouverture: il n'arrivera plus d'eau dans le cylindre, et le piston B, qui a atteint le haut de sa course, s'arrêtera. Le régulateur continuant à monter, ses cannelures inférieures se présenteront peu à peu devant la tubulure: l'eau qui est dans le cylindre, pressée par le poids du piston et de son attirail, sortira par ces cannelures et gagnera le tuyau d'émission. Il d'abord en très petite quantité, et le piston B commencera à descendre très lentement; puis il ira de plus en plus vite, jusqu'à ce que le régulateur soit au bout de sa course: alors il redescendra, et il diminuera l'émission de plus en plus jusqu'à la rendre nulle. — Il suit de là que la vitesse du piston, soit en montant, soit en descendant, est d'abord extrêmement petite, qu'elle augmente ensuite graduellement jusqu'au milieu de la course; qu'au delà, elle diminue peu à peu jusqu'à zéro. De cette manière on a évité toute action brusque et toute secousse à tel point qu'en se tenant tout près de la machine on n'entend pas le moindre bruit; l'oil y est étourdi de la douceur et comme du moelleux avec lequel elle exécute ses grands mouvements. Par de

simples entailles convenablement faites à la partie supérieure ainsi qu'à la partie inférieure d'un petit piston, on a ainsi complètement résolu et le grand problème théorique, prévenir toute perte de force vice, et le problème pratique non moins important, prévenir les commotions, cause principale de la ruine des machines.

Pour contre-balancer l'effort que la colonne exerce sur la tête du régulateur ou piston E, on a établi, immédiatement au-dessus, un autre piston I, qui se meut dans la boîte K ayant un diamètre un peu plus grand que celui de la boîte F, et qui est lié avec le premier par une verge en fer. De cette manière, l'eau contenue et pressée dans les deux boîtes exercera sur le piston I, et de bas en haut, un effort un peu plus grand que celui qu'elle exerce, de haut en bas, sur le piston E; par suite le système montera, et il se tiendra naturellement au haut de la cour commune. Pour le faire descendre, on a surmonté le piston I d'une autre boîte cylindrique renversée L, et de façon qu'il y ait un vide annulaire entre sa paroi extérieure et la paroi intérieure du cylindre K; une garniture en cuir établie au haut de ce cylindre ferme la partie supérieure du vide. On a de plus le petit tuyau coudé *abc*, et le tuyau rectiligne *gf*, dans ce dernier se meuvent les deux petits pistons *m* et *n*, les uns disposés entre eux comme le sont E et I. L'eau qui est dans le cylindre K, entre par l'orifice *a*, suit le tuyau *abc*, puis *cd*, traverse le petit tube de communication *de*, débouche dans le vide annulaire qui est tout autour de la boîte L, et elle le remplit. Elle agit alors, sous la charge entière de la colonne de chute, sur le bord annulaire de la surface supérieure du piston I; cet effort, joignant celui qui s'exerce sur la tête du régulateur, dépasse celui qui a lieu de bas en haut sur le piston I, et le système descend. Si, après que la descente est effectuée, on élève et place le petit piston *m* entre les orifices *c* et *d*, la communication entre la colonne de chute et le pécun annulaire est interceptée, l'eau s'élève à la surface supérieure du piston I; n'existe plus, et le régulateur remonte. Ainsi, pour le faire monter ou descendre, il suffit de porter le petit piston *m* au-dessus ou au-dessous de l'orifice *d*. La force nécessaire à cet effet sera peu considérable, l'effort que le fluide exerce sur ce piston étant en grande partie équilibré par celui qui a lieu en sens inverse sur le piston *n*. — Lorsqu'on met la machine en mouvement, c'est le machiniste lui-même qui, pressant de sa main le levier *to*, porte successivement le piston *m* à la place

convenable. Mais ensuite c'est le grand piston B qui continue ce travail. A cet effet, près d'un de ses bords, on a implanté la tringle *pq* portant deux cames *s* et *t*, fixées sur deux de ses faces opposées. Elles agissent sur deux mentonnets placés également sur deux faces opposées du secteur adapté à l'extrémité *l* du levier *lo* : lorsque le piston monte, une des cames lève le levier et par suite les petits pistons ; il les baisse dans sa descente.

Ces cames peuvent être fixées sur différens points de la tringle *pq*, et suivant qu'elles sont plus ou moins espacées, la course du grand piston est plus ou moins longue. On fait encore varier cette course en ouvrant plus ou moins les robinets *b* et *f*, par lesquels l'eau entre dans l'espace annulaire où en sort. On a encore, dans le tuyau de chute, ainsi que dans celui d'émission, une valve circulaire ou registre à l'aide duquel on rétrécit à volonté le passage de l'eau affluente, et celui de l'eau effluente. le rétrécissement du premier diminue la vitesse ascensionnelle du piston, et celui du second diminue la vitesse descendante.

Tels sont les moyens par lesquels on gouverne à volonté, et avec une extrême facilité, les deux énormes machines de Huelgoat. En les voyant comme suspendues au milieu du vide d'un puits, à plus de deux cents mètres au-dessus du fond ; en les voyant élever un aussi grand volume d'eau d'un seul jet, à une hauteur de 230<sup>m</sup>, sans intermédiaire aucun de leviers, engrenages, etc. ; en les voyant opérer leurs grands mouvemens avec une douceur et dans un silence surprenant, je ne puis m'empêcher de dire de ces machines de M. Joutier, ce que lui-même dit, à Hlsang, à la vue de celle de Reichenbach : tout y est admirable de hardiesse, de simplicité et de précision.

414. Dans les machines à colonne, le piston reçoit immédiatement tout le poids de l'eau motrice, sauf la petite quantité qui en est prise pour mettre et tenir en jeu le régulateur ; de plus, la chute presque entière *II* y est utilisée ; de sorte que leur effet dynamique doit être, à très peu de chose près, exprimé par *PH*. Mais ensuite les frottemens des pistons dans leurs cylindres respectifs, les résistances que l'eau éprouve dans les tuyaux et en passant par de nom-

Effet  
des machines  
à colonne.

breux étranglemens; absorbent une portion notable de la force du moteur; et l'effet utile n'est guère plus, même pour les bonnes constructions, des deux tiers de cette force.

Dans les anciennes machines, celles de Huel, on ne l'a trouvé que de 0,33PH à 0,46PH; dans un cependant il se serait élevé à 0,52PH (1). Mais il est plus considérable sur les établissemens faits, en dernier lieu, aux mines de la Hongrie, du Hartz, etc. A celles de Freyberg en Saxe, au rapport du sous-directeur des machines des mines de ce royaume, l'effet utile, d'après de très exactes observations, ne serait pas au-dessous de 0,70PH; et dans quelques unes, lorsque les pompes qu'elles conduisent travaillent avec toute l'eau qu'elles peuvent contenir, il s'élèverait à 0,75PH. (2)

Tel sera vraisemblablement aussi le cas des machines de Huelgoat, quand elles auront leur entière charge. D'après un jaugeage des eaux de filtration de cette mine, le volume n'en aurait été que de 0<sup>m</sup><sup>m</sup><sup>m</sup> 0299 par seconde; mais lorsque les travaux souterrains auront atteint la profondeur qu'on travailla à leur donner, et que les filtrations seront abondantes, on présume que ce volume sera double, et qu'ainsi chacune des deux machines pourra servir à élever 0<sup>m</sup><sup>m</sup><sup>m</sup> 030 en 1<sup>re</sup>; ses dimensions ont été déterminées en conséquence. De sorte que l'effort utile

(1) Bachelin, *Traité des machines*, pages 17 et 323.

(2) Page 418 de la traduction en allemand de la 6<sup>me</sup> édition de son *Traité d'hydraulique*, faite avec quelques additions par le sous-directeur que je viens de mentionner, M. Théodore Fischer. *Hydraulik*,... Leipsig, 1832.

qu'elle aurait à produire sera de 30<sup>k</sup> élevés à 230<sup>m</sup>, ou de 6900<sup>kg</sup>. La chute étant de 60<sup>m</sup>, on présume, qu'il faudra de 160 à 175<sup>k</sup> d'eau motrice, ce qui donnerait un effet de 0,72 à 0,66PH. M. Juncker, pour plus de sûreté encore, ne compte que sur 178<sup>k</sup> d'eau et sur 0,65PH d'effet utile. Dans ce moment, où la hauteur de l'élévation n'est que de 179<sup>m</sup> et où il n'y a que peu d'eau à élever, on n'a en réalité que 0,45PH.

De ce qui vient d'être dit sur l'effet des machines à colonne d'eau, sur leur effet utile seulement, on conclura que, sous le rapport de l'effet dynamique en général, elles ne le cèdent à aucune autre sorte de machines; et qu'il convient de les employer de préférence dans plusieurs circonstances, comme lorsqu'il s'agit de tirer le meilleur parti d'une grande chute d'eau, surtout si le travail doit être effectué par un mouvement de va-et-vient, tel que celui des pompes. M. Juncker a montré, dans son mémoire, la très grande économie que les machines à colonne de Huelgoat avaient apportée dans les frais d'épuisement des eaux de cette mine.

## ART. 2. *Du bélier hydraulique.*

415. Cette machine, d'une espèce toute particulière, remarquable par sa simplicité comme par sa manière d'agir, est due à M. Montgolfier, qui prit à son sujet, et en 1797, un brevet d'invention.

Ses parties.

Elle se compose, indépendamment du réservoir alimentaire ou conduit d'amenée M, d'un tuyau ou *corps de bélier* AB, qui porte l'eau à la partie opé-

Fig 71.

rante de la machine : cette partie, ou *tête du béliet*, consiste en un court tuyau CD, ouvert, à sa partie supérieure, d'un orifice *e*, contre les bords duquel s'applique la plaque ou *soupape d'arrêt a*, destinée à le fermer : l'extrémité de cette tête porte la soupape ou *clapet d'ascension b* : elle entre dans une cloche dont la partie supérieure demeure pleine d'air et que l'on nomme en conséquence le *réservoir d'air* : il reçoit, dans sa partie inférieure, celle qui est occupée par l'eau, l'extrémité E du *tuyau d'ascension*.

Fig. 72.

La disposition réciproque, comme la forme des pièces que nous venons de nommer, peut d'ailleurs éprouver des variations; ainsi, elle est tout autre dans la figure 72 que dans la figure 71. Dans celle-ci, aux clapets et soupapes ordinaires, on a substitué des globes ou boulets creux, d'une pesanteur spécifique environ deux fois plus grande que celle de l'eau : ils sont retenus dans une cage de fer, qui leur laisse toutefois le jeu nécessaire; le bord des ouvertures qu'ils doivent fermer est garni de bandes de linge goudronnées.

Je cite, comme exemple, le plus grand de ceux qui ont été exécutés, au moins en France : il a été établi par M. Montgolfier fils, à Mello, auprès de Clermont-sur-Oise. Le corps est un tuyau en fonte de 0<sup>m</sup>108 de diamètre intérieur, 33<sup>m</sup> de long et pesant 1450<sup>k</sup> : la tête en pèse 200 : la capacité du réservoir d'air n'est que de 6 litres. La soupape d'arrêt consiste en une platine horizontale, percée de sept ouvertures recouvertes par autant de boulets creux de 0<sup>m</sup>04 de diamètre : elle bat 60 coups par minute.

Jeu  
du béliet.

416. Donnons une idée du jeu de cette singulière machine.

Fig. 71.

Supposons-la d'abord en repos : l'eau se tiendra, dans le tuyau d'ascension, au même niveau que



dans le réservoir M : la soupape en *e* sera fermée par la pression du fluide contre les parois du bélier : et celle en *b* le sera par son propre poids. Qu'on baisse maintenant la plaque ou battant d'arrêt *a*, en pressant sur sa queue : l'eau sortira, par l'ouverture *e*, en vertu de la charge du réservoir : il s'établira, dans le corps du bélier, un courant de A en C; arrivé à la tête, il y prendra un mouvement ascensionnel de *a* en *e*, par suite duquel il poussera, de bas en haut, la plaque *a*, qui ira battre contre les bords de l'ouverture *e*, laquelle se trouvera ainsi brusquement fermée. L'écoulement cessera, il est vrai; mais la colonne fluide AB, en vertu de sa vitesse acquise, agira encore avec toute sa force vive; elle ira heurter, à l'instar d'un bélier, contre le clapet *b*, et elle l'ouvrira : le fluide pénétrera dans le réservoir N; il comprimera l'air qui s'y trouve, et il fera monter l'eau qui était déjà dans le tuyau d'ascension. Elle continuera d'y monter, suivie par celle du réservoir; mais en diminuant progressivement de vitesse, jusqu'à ce que le mouvement imprimé à la colonne AD, graduellement affaibli par l'effet continu de la résistance que lui oppose le ressort de l'air à comprimer et le poids de l'eau à élever, soit entièrement éteint. Alors ces résistances, reprenant le dessus et devenant actives à leur tour, en imprimeront un autre, mais en sens contraire, à l'eau qui était dans le réservoir et dans le bélier : phénomène analogue à celui d'un fluide qui, oscillant dans un tube, redescend après s'y être élevé à une certaine hauteur. Au premier instant où le mouvement rétrograde commencera, le clapet *b* se

fermera : mais, après sa fermeture, le mouvement de D en A se continuera : par suite, il se fera comme un vide sous la soupape d'arrêt ; le battant *ae*, pressé par le poids de l'atmosphère, descendra ; le collet ou renflement de sa queue, destiné à mettre un terme à la descente, frappera avec force contre la bande qui le retient ; et l'orifice *e* se trouvera rouvert. Dès que le mouvement rétrograde sera épuisé, le fluide AD, poussé de nouveau par la charge du réservoir, reviendra sur lui-même ; il sortira par l'ouverture *e*, refermera la soupape *a* ; et il se reproduira, une seconde fois, un ordre de faits pareil au premier.

Ces ordres se succéderont, sans interruption, tant que le réservoir alimentaire fournira de nouvelle eau, ou jusqu'à ce que sa communication avec la tête du bélier soit interceptée à l'aide d'une vanne ou de toute autre manière.

Effet réel  
du bélier.

417. Le mouvement oscillatoire de l'eau dans le bélier hydraulique, avec l'indication du mécanisme qui le produit et l'entretient, explique bien la cause physique du jeu de la machine ; mais ses circonstances sont encore loin d'être assez connues pour fournir des bases à une théorie mathématique : l'expérience seule peut nous instruire de leur effet utile. Quant à l'effet dynamique total, les résistances passives et surtout celles qui proviennent du choc des soupapes présenteraient dans leur appréciation des difficultés qui rendent sa détermination presque impossible.

Avant de rapporter les résultats des expériences, j'observe que dans l'estimation de l'effet du bélier on n'a pas besoin, comme dans les roues hydrauliques, de prendre en considération la vitesse du mouve-

ment, et, par suite, de tout rapporter à l'unité du temps. L'effet sera le poids de l'eau élevée à une certaine hauteur, en un temps quelconque, mais déterminé; en appelant  $p''$  ce poids et  $H_1$  cette hauteur, il sera  $p''H_1$ . La force correspondante,  $P$  étant le poids du fluide fourni par le courant dans le même temps et  $H$  la hauteur de la chute, aura  $PH$  pour valeur; et par conséquent le rapport égalera  $\frac{p''H_1}{PH}$ : il sera encore  $\frac{qH_1}{QH}$ , en désignant par  $q$  le volume d'eau élevé, et par  $Q$  le volume d'eau dépensée; puisque  $Q : q :: P : p''$ .

418. Le tableau suivant montre quel est et ce rapport et l'effet de nos béliers ordinaires. La première des observations qui y est rapportée a été faite sur le bélier que Montgolfier lui-même avait établi dans son habitation à Paris; la seconde se rapporte au grand bélier construit par son fils et que nous avons déjà cité (415); les suivans concernent trois béliers existans aux environs de la capitale, et dont il est fait mention dans le *Traité des machines* (p. 161).

| NUMÉRO<br>de l'ex-<br>périence. | HAUTEUR            |                       | EAU EN l',      |               | $\frac{qH_1}{QH}$ |
|---------------------------------|--------------------|-----------------------|-----------------|---------------|-------------------|
|                                 | de la chute<br>$H$ | de l'élévat.<br>$H_1$ | dépensée<br>$Q$ | élevée<br>$q$ |                   |
|                                 | mèt.               | mèt.                  | mèt. cub.       | mèt. cub.     |                   |
| 1                               | 2,60               | 16,06                 | 0,068           | 0,00624       | 0,570             |
| 2                               | 11,37              | 59,44                 | 0,140           | 0,0175        | 0,653             |
| 3                               | 10,60              | 34,10                 | 0,084           | 0,017         | 0,651             |
| 4                               | 0,98               | 4,55                  | 1,987           | 0,269         | 0,629             |
| 5                               | 7,00               | 60,00                 | 0,013           | 0,00097       | 0,671             |

L'ensemble de ces expériences donne 0,65 pour le rapport moyen de  $qH_1$  à  $QH$ .

La marche de ce rapport a été suivie par un des plus savans et des plus habiles hydrauliciens, Eytelwein, sur deux béliers qu'il avait fait faire, en 1804, à Berlin: En exécutant un plan arrêté et raisonné d'avance, il a fait varier graduellement et successivement les dimensions des diverses parties de ces machines: par 1123 expériences, il a constaté l'effet produit dans chacun de ces cas, et il en a déduit des règles sur les dispositions et dimensions de ces parties convenables au meilleur effet (1).

Je me borne à donner, dans le tableau suivant, quelques-unes des expériences faites avec le plus grand des deux béliers, tel qu'il était lorsqu'il a été reconnu être disposé de la manière la plus avantageuse. Il avait alors, en

Longueur du corps. . . . . 13<sup>m</sup>33,  
 Diamètre . . . . . 0<sup>m</sup>0567  
 Capacité du réservoir d'air. . . . . 0<sup>m</sup>000088  
 Aire de l'ouverture de la soupape d'arrêt . . . . . 0<sup>m</sup>0024  
 Cette aire, dans la première expérience, s'élevait à 0<sup>m</sup>0040

Les deux soupapes étaient d'ailleurs disposées ainsi qu'il est indiqué dans la figure 71.

| NOMBRE<br>de<br>battemens<br>en 1'. | HAUTEUR       |                | EAU EN 1'           |                     | QH.<br>QH<br>d'après |             |
|-------------------------------------|---------------|----------------|---------------------|---------------------|----------------------|-------------|
|                                     | de la chute   | de l'élevat.   | dépensée            | élevée              | l'expér.             | la formule. |
|                                     | H             | H <sub>1</sub> | Q                   | q                   |                      |             |
| 66                                  | mèt.<br>3,066 | mèt.<br>8,017  | mèt. cub.<br>0,0684 | mèt. cub.<br>0,0154 | 9,900                | 0,97        |
| 54                                  | 3,099         | 9,86           | 0,0635              | 0,01744             | 0,873                | 0,92        |
| 50                                  | 3,027         | 11,78          | 0,0546              | 0,01192             | 0,850                | 0,87        |
| 52                                  | 2,437         | 9,86           | 0,0371              | 0,00767             | 0,847                | 0,85        |
| 45                                  | 2,664         | 11,78          | 0,0498              | 0,00952             | 0,845                | 0,94        |
| 42                                  | 2,262         | 11,78          | 0,0451              | 0,00682             | 0,787                | 0,78        |
| 36                                  | 1,843         | 14,78          | 0,0404              | 0,00478             | 0,754                | 0,71        |
| 26                                  | 1,386         | 9,86           | 0,0238              | 0,00225             | 0,672                | 0,67        |
| 31                                  | 1,543         | 11,76          | 0,0366              | 0,00320             | 0,667                | 0,65        |
| 23                                  | 1,255         | 11,78          | 0,0505              | 0,00295             | 0,548                | 0,56        |
| 17                                  | 0,915         | 9,81           | 0,0491              | 0,00218             | 0,473                | 0,51        |
| 15                                  | 0,981         | 11,78          | 0,0561              | 0,00165             | 0,352                | 0,45        |
| 14                                  | 0,758         | 11,78          | 0,0548              | 0,00100             | 0,284                | 0,32        |
| 10                                  | 0,601         | 11,78          | 0,0446              | 0,00041             | 0,181                | 0,18        |

(1) Observations sur les effets et l'application avantageuse du bélier hydraulique, par Eytelwein, Traduit de l'allemand.

419. La première de ces expériences a donné le plus grand effet : il a été, en effet utile seulement, les 0,90 de la force employée à la produire : aucune machine n'a présenté un résultat aussi avantageux. Mais cet avantage que l'on a lorsque la hauteur de l'élévation est peu considérable, comparativement à la chute, diminue à mesure que cette hauteur augmente, et il finit par être au-dessous de celui des autres machines : un simple coup d'œil jeté sur la pénultième colonne du tableau suffit pour le montrer, les expériences y ayant été rangées dans l'ordre de la grandeur des élévations, comparative-ment à celle des chutes. Ainsi, dans le béliér, le rapport de l'effet à la force diminue à mesure que la hauteur de l'élévation augmente.

Je rends avec assez de simplicité et d'exactitude les résultats des expériences de Berlin par l'équation suivante, à l'aide de laquelle on a calculé les nombres de la dernière colonne du tableau : ils diffèrent assez peu de ceux donnés par l'observation.

$$\frac{qH_1}{QH} = 1,42 - 0,28 \sqrt{\frac{H_1}{H}}.$$

420. L'expression ci-dessus ayant été déduite d'expériences qui se rapportent en quelque sorte au *maximum* d'effet des béliers, donnera habituellement des produits trop grands. On les aura d'une manière assez exacte en réduisant d'environ un sixième le coefficient numérique, et en établissant, avec nos annotations ordinaires,

Expression  
de l'effet.

$$pH_1 = 1,20P(H - 0,2 \sqrt{HH_1}).$$

Appliquons cette formule à celles des expériences ci-dessus qui

ont donné le plus grand effet : cet effet étant réduit à la seconde de temps, on a, pour la

|                                                          |                               |                    |
|----------------------------------------------------------|-------------------------------|--------------------|
| 3 <sup>e</sup> Exp. du 1 <sup>er</sup> tableau au n° 418 | 17 <sup>h</sup> 25 au lieu de | 17 <sup>h</sup> 33 |
| 4 <sup>e</sup> Exp. du même tableau                      | 22, 17 . . . . .              | 20, 40             |
| 1 <sup>re</sup> Exp. du 2 <sup>e</sup> tableau           | 2, 01 . . . . .               | 2, 06              |

Observation  
sur l'usage  
du bélier.

21. Le bélier hydraulique n'a encore été employé qu'à élever d'assez petites quantités d'eau, et par suite qu'à produire de petits effets. Le plus grand qu'Eytelwein ait obtenu, dans ses 1125 expériences, n'a été que de 29 litres élevés en une minute à 7<sup>m</sup>; c'est 3<sup>h</sup>4 en 1<sup>re</sup>. Les plus grands, pour les béliers établis en France, n'ont été, ainsi que nous venons de le voir, que de 17 et 20<sup>h</sup>m : ce n'est que la moitié de l'effet rendu par un cheval attelé à un manège.

Le bélier pourrait-il être également employé à élever de grands volumes d'eau ? C'est douteux. Le choc violent des soupapes, les fortes secousses que donne la machine ébranlent ses supports. On tâche de réduire ces secousses en augmentant le poids du bélier, de cette manière on diminue bien les pertes d'effet provenant des mouvemens de la machine, mais on ne remédie que jusqu'à un certain point au mal. Dans les grands béliers, les fortes maçonneries et charpentes employées à les contenir, sont elles-mêmes ébranlées et dégradées au bout de quelque temps. De sorte qu'il est bien à craindre que l'usage de cette machine, d'ailleurs si remarquable, ne demeure restreint ; qu'il ne se borne à satisfaire les besoins domestiques en eau d'une grande habitation ou d'une manufacture.

---

## QUATRIÈME SECTION.

DES MACHINES A ÉLEVER L'EAU.

---

422. Nous allons, encore ici, traiter de machines hydrauliques; mais d'un genre différent de celles dont il a été question dans la section précédente : là, l'eau était le corps moteur, la puissance; ici, elle sera le corps mu, la résistance. Nous dirons encore dans cette circonstance, que nous sommes loin de vouloir nous occuper de toutes les machines qu'on a employées ou imaginées pour élever de l'eau, mais seulement de celles dont l'usage est habituel : ce sont les *pompes*, la *vis d'Archimède*, et les machines à seaux, telles que les *norias*, les *chapelets*, les *roues à godets* et à *tympan*.

### CHAPITRE PREMIER.

DES POMPES.

423. Une pompe consiste en un cylindre ou *corps de pompe*, dans lequel se meut, d'un mouvement de va-et-vient, une sorte de bouchon ou *piston*, et auquel s'adaptent un ou deux tuyaux cylindriques; l'un, en dessous, est le *tuyau d'aspiration*; l'autre, en dessus ou par côté, est le *tuyau d'ascension*. L'ouverture supérieure du premier est recouverte d'une

Parties  
des pompes.

plaque ou *souape* qui se lève et se baisse alternativement suivant les circonstances du mouvement : on en a encore une seconde, ou sur le piston, ou à l'ouverture inférieure du tuyau d'ascension.

Je n'entrerais point dans les détails relatifs à la confection et au placement de ces diverses parties des pompes ; on les trouvera dans l'*Architecture hydraulique* de Bélidor, et dans quelques ouvrages spéciaux ; je me bornerai à rappeler ce que chacune d'elles présente de plus important.

Corps  
de pompe.

424. Le corps de pompe est un cylindre que l'on faisait autrefois en forant et évidant une pièce de bois, et que maintenant l'on coule presque toujours en fonte de fer ou mieux encore en bronze, et dont la surface intérieure doit être parfaitement lisse et alésée. Son diamètre détermine la force de la pompe : s'il est au-dessous de 0<sup>m</sup>12, elle est petite ; elle est forte, s'il est au-dessus de 0<sup>m</sup>33 ; rarement dépasse-t-il 0<sup>m</sup>40, et très rarement 0<sup>m</sup>50. La longueur du corps n'excède que de peu celle de la *cOURSE* ou *LEVÉE* du piston.

Piston.

425. Le piston est la pièce la plus délicate d'une pompe, celle qui exige le plus de soins, et d'où dépend principalement le bon effet de la machine. Sa forme a été variée d'un grand nombre de manières ; je ne m'arrête que sur celles qui paraissent mériter la préférence dans la pratique ordinaire.

Fig. 73.

Le plus simple des pistons est un morceau de bois de charme, que l'on fait quelquefois bouillir dans l'huile, de la forme indiquée par la figure 73, et dont la surface latérale est convexe : sa partie supérieure A, disposée en forme d'anse, est traversée par la *tige*



qui sert à le lever et à le baisser; et le corps en est percé d'une ouverture cylindrique dont le diamètre sera à peu près moitié de celui du corps de pompe. Plus souvent on donne aux pistons la forme de celui qui est représenté à la figure 74 : c'est encore un morceau de bois de charme évidé : il est traversé par deux boulons qui font partie de l'étrier en fer auquel s'adapte la tige. Dans quelques espèces de pompe (fig. 76), le piston est plein.

Fig. 74.

La surface extérieure de tous porte une *garniture* destinée à interrompre toute communication entre l'eau ou l'air qui est au-dessus, et l'eau ou l'air qui est au-dessous. Il faut qu'elle soit assez serrée contre les parois du corps de pompe, pour que l'interruption soit complète : mais il ne faut pas qu'elle le soit beaucoup plus; elle donnerait alors lieu à un frottement qui consommerait, sans effet utile, une partie de l'action motrice. Dans les pompes les plus communes, elle ne consiste qu'en une bande de gros cuir qui entoure et dépasse un peu la partie supérieure du corps du piston (fig. 73), en s'évasant vers le haut : c'est le bord supérieur de cette espèce de collet qui, étant pressé par le poids de l'eau ou de l'atmosphère, s'applique contre les parois du corps de pompe et interrompt la communication entre le dessus et le dessous. Dans d'autres pistons (fig. 74), le collet en cuir est maintenu par un anneau de cuivre : au bas est un second anneau de même matière; et l'enfoncement qui demeure entre eux est garni de mèches de chanvre trempées dans du suif fondu; elles entourent le milieu, sont un peu en saillie, et frottent en conséquence contre le corps

de pompe. La garniture ordinaire des pistons en fonte ou bronze, surtout lorsqu'ils ont une haute colonne d'eau à porter ou à fouler, consiste en deux rondelles d'un fort cuir retroussées au bord extérieur sur une hauteur de 2 ou 3 centimètres, et présentant ainsi la forme d'un godet; l'une se fixe sur la base supérieure du piston avec le retroussis en haut, et l'autre sur la base inférieure avec le retroussis en bas. Dans les pistons percés au milieu, au lieu de rondelles, on emploie de larges anneaux de cuir également retroussés à leur bord extérieur. Ces cuirs, ainsi repliés par un procédé particulier, portent le nom de *cuirs amboutis*.

Dans les établissemens bien soignés et où les pompes doivent aussi fouler l'eau, au lieu des pistons dont il vient d'être question, on emploie, depuis quelques années, de longs cylindres en cuivre jaune, tournés et bien polis, pleins ou creux, que les Anglais nomment *plunger* : leur longueur excède un peu celle de la course, et leur diamètre est de un à deux centimètres plus petit que celui du corps de pompe. Ils ne portent point de garniture; mais ils passent au milieu d'une qui est renfermée dans une *boîte à cuirs* (*stuffen box*), établie sur le haut du corps et disposée comme il suit. Sur son fond, qui est la bride ou collet du corps de pompe, on place un anneau de cuir ambouti retroussé en bas à son bord intérieur; lorsque la pompe foule, l'eau en presse le retroussis contre le cylindre : sur cet anneau de cuir on en pose un autre en bronze dont la face supérieure, au lieu d'être horizontale comme l'inférieure, est inclinée vers l'intérieur de la boîte :

dessus, après que le cylindre a été mis en place, on enroule, autour de lui et les uns sur les autres, plusieurs tords de mèches de chanvre trempées dans du suif fondu, auquel on a ajouté un peu d'huile : on les recouvre ensuite d'un second anneau de bronze, dont la face inférieure est inclinée vers l'extérieur : enfin, on place le couvercle de la boîte ; il est traversé par des boulons à vis, qui traversent aussi le fond ; lorsqu'on les serre, le couvercle et l'anneau supérieur baissent ; ils pressent les étoupes, et les poussent contre le cylindre-piston. Souvent le couvercle de la boîte est fait de manière à remplir l'office du second anneau de bronze, dont l'emploi devient alors inutile.

426. Les soupapes généralement usitées sont de deux sortes.

Soupapes.

Les unes, troncs de cône d'une très petite hauteur, sont de simples plaques circulaires en laiton, dont la surface supérieure est un peu plus grande que l'inférieure : elles entrent et s'emboîtent parfaitement dans l'ouverture qu'elles sont destinées à fermer. Dessous est une queue ou tige qui traverse une bride, et qui est terminée par un *bouton d'arrêt* : elle les maintient dans leur position. Ce sont les *soupapes à coquille* (voyez fig. 76 en b).

Les autres, *soupapes à clapets*, ou simplement *clapets*, consistent d'ordinaire en une rondelle de gros cuir gras retenue sur la plaque ou le tuyau dont elle doit fermer l'ouverture, par une petite bande de peau qui sert de charnière. Dans les pompes les plus communes, on se contente de clouer sur la rondelle de cuir une plaque de plomb, qui maintient sa

forme plane et la charge d'un poids suffisant. Mais ordinairement le cuir est compris entre deux platines de fer ou de cuivre; celle de dessus est un peu plus grande que l'ouverture à fermer, et celle de dessous un peu plus petite, ainsi qu'on le voit en M (fig. 75). Assez souvent, dans les grandes pompes, les clapets sont de simples plaques de laiton d'environ un centimètre d'épaisseur, et qui se meuvent autour d'une charnière ordinaire : lorsque les ouvertures sont grandes, on les divise en deux ou trois compartimens, dont chacun est recouvert par une plaque particulière; la figure 80 présente de tels doubles et triples clapets.

Dans l'établissement des uns et des autres, il faut, tout en conservant la solidité nécessaire, condition de première importance, faire que leur surface supérieure, celle qui doit être pressée de haut en bas par le liquide, excède aussi peu que possible en grandeur la portion de la surface inférieure susceptible d'être pressée de bas en haut, portion qui est l'ouverture même à recouvrir.

Les soupapes étant assez souvent dans le cas d'être réparées ou regarnies, il est des circonstances où il devient essentiel de faire promptement ces opérations; par exemple, dans les machines destinées à l'épuisement des eaux d'une mine. Pour se ménager une telle facilité, on renfle, sur une hauteur d'environ 0<sup>m</sup>30, les parties de la pompe qui sont immédiatement au-dessus des soupapes (voyez fig. 79) : ces renflemens, appelés *chopelles*, sont fermés par une porte ou plaque de fonte, que l'on ouvre lorsqu'on veut réparer ou changer une soupape.

427. Le tuyau d'aspiration ne peut avoir guère plus de 8<sup>m</sup> de hauteur verticale, ainsi que nous le verrons bientôt. Son diamètre est presque toujours plus petit que celui du corps de pompe; il en est les deux tiers ou la moitié; mais il ne convient pas de le réduire davantage, à moins d'y être contraint par quelque considération particulière.

Tuyaux.

Il en est de même du diamètre du tuyau d'ascension. Quant à sa longueur, elle n'a d'autre limite que celle de la force motrice dont on peut disposer : elle est de 222<sup>m</sup> aux pompes de la mine de Huelgoat (412).

428. Après ces généralités sur les pompes, venons aux caractères qui les distinguent les unes des autres.

Espèces  
de pompes.

Leur piston élève l'eau; soit en aspirant l'air qui se trouvait d'abord au-dessous de lui; soit en foulant l'eau dans le tuyau d'ascension; soit des deux manières réunies : de là la division fort ancienne des pompes, en *pompes aspirantes*, *pompes foulantes*, et *pompes aspirantes et foulantes*.

#### ART. 1<sup>er</sup>. *Des pompes aspirantes.*

429. Les parties essentielles d'une pompe aspirante sont : 1° un corps de pompe A; 2° un tuyau d'aspiration B, dont l'extrémité plonge dans le puisard contenant l'eau à élever; 3° un piston C percé dans le milieu; 4° une soupape *a* couvrant l'ouverture du piston; 5° enfin, une seconde soupape *b* placée sur le haut du tuyau d'aspiration, c'est la *soupape dormante*.

Parties.  
Fig. 75.

Ordinairement on évase l'extrémité inférieure du

tuyau; et on l'entoure d'un grillage destiné à retenir les corps que l'eau pourrait y amener : d'autres fois on renfle cette extrémité, et on la perce de petits trous (fig. 76).

Sans m'arrêter à décrire le jeu de la pompe aspirante, qui est universellement connu, et dont ce qui suit fera connaître les circonstances qui se réfèrent principalement à notre objet, je passe aux considérations d'où l'on déduit les règles pour le bon établissement de cette machine.

Hauteur  
à laquelle  
l'eau peut s'y  
élever.

430. Qu'on prenne un tuyau de 12<sup>m</sup> de long, par exemple; qu'on le place verticalement de manière que son extrémité inférieure, à laquelle on aura adapté un piston, plonge dans un puisard. Si on lève le piston, l'eau le suivra; et elle montera dans le tuyau jusqu'à une hauteur telle que le poids de sa colonne soit égal à celui d'une colonne de l'atmosphère reposant sur le puisard (et ayant même base). Là, elle s'arrêtera; et si le piston continue de monter, il se fera un vide parfait entre lui et la surface de l'eau élevée. Désignons par  $b$  la hauteur d'un baromètre placé dans ce lieu : en supposant que le mercure de cet instrument soit réduit à zéro de température thermométrique, 13,6 sera sa pesanteur spécifique, et  $13,6b$  exprimera la longueur de la colonne dans le tuyau; ce sera la plus grande hauteur à laquelle l'eau puisse être élevée par aspiration. Au niveau de la mer, où le baromètre se tient moyennement à 0<sup>m</sup>762, cette hauteur sera, terme moyen, de 10<sup>m</sup>36; elle variera d'ailleurs, dans nos latitudes, entre 10<sup>m</sup> et 10<sup>m</sup>70.

431. Surmontons maintenant le même tuyau d'un corps de

pompe muni de sa soupape dormante, et dans lequel on aura placé un piston ordinaire. Déterminons la hauteur à laquelle il pourra élever l'eau, par son jeu alternatif et en aspirant.

Désignons par  $k$  la hauteur (13,66) de la colonne d'eau représentant la pression atmosphérique, par  $E$  l'espace compris entre la soupape dormante et le piston lorsqu'il est au haut de sa course, et par  $e$  l'espace entre cette même soupape et le bas de la course. Admettons qu'après quelques coups de piston, l'eau soit parvenue, dans le tuyau, à la hauteur  $\psi$ , et que  $\varphi$  soit la force élastique de l'air compris entre la surface de cette eau et la soupape, c'est-à-dire que  $\varphi$  soit la hauteur verticale d'une colonne d'eau dont le poids mesurerait cette force : on aura  $\varphi = k - \psi$ , puisque cette force, plus le poids de la colonne  $\psi$ , fait équilibre à la pression atmosphérique. Le piston étant supposé au bas de sa course, la masse d'air qui se trouve entre lui et la même soupape, dans l'espace  $e$ , aura une force élastique égale à celle de l'atmosphère et par conséquent à  $k$ . Lorsqu'on lèvera de nouveau le piston jusqu'au haut de la course, cette masse se dilatera et finira par remplir l'espace  $E$  : sa densité aura diminué dans le rapport de  $e$  à  $E$ , et la force élastique, qui suit la même loi, ne sera plus que  $k \frac{e}{E}$ . Si la force  $\varphi$  de l'air qui est au-dessous de la soupape se trouve plus grande, elle l'ouvrira (on fait abstraction du poids du clapet ou de la coquille) ; une partie de cet air passera dessus ;  $\varphi$  diminuera et deviendra  $\varphi'$ , et l'eau s'élèvera d'une nouvelle quantité dans le tuyau d'aspiration. Lorsque le piston descendra, cette même partie de l'air, ou une partie égale, s'échappera en levant la soupape de ce piston ; et il ne restera plus entre lui et la soupape dormante, ou dans l'espace  $e$ , qu'une masse aériforme pareille à la première, ayant toujours  $k$  de force.

Quand le piston remontera, si l'on a  $\varphi' > k \frac{e}{E}$ , l'eau s'élèvera encore dans le tuyau. Enfin, lorsqu'après un nombre  $n$  d'oscillations du piston, à partir de celle où la hauteur de la colonne élevée était  $\psi$ , l'égalité entre les deux forces, au-dessus et au-dessous de la soupape dormante, sera établie, qu'on aura  $\varphi = k \frac{e}{E}$ , cette soupape ne s'ouvrira plus, et l'eau ne montera pas davantage, quoique le piston continue de jouer. Alors la relation  $\varphi = k - \psi$  deviendra  $k \frac{e}{E} = k - \psi$  : d'où l'on déduit  $\psi =$

$= k \left( 1 - \frac{e}{E} \right)$ , expression dans laquelle  $\psi^n$  indique la plus grande hauteur que l'eau puisse atteindre dans un long tuyau d'aspiration.

Il serait en conséquence superflu de donner à ce tuyau une hauteur plus considérable; il faudra même qu'elle soit sensiblement plus petite, et parce qu'il est nécessaire que l'eau, en le dépassant, parvienne dans le corps de pompe, et à cause du poids des soupapes; on le fera d'environ deux décimètres moindre.

Lorsque  $e$  sera nul, on aura  $\psi^n = k = 13,6$  b, l'eau s'élèvera ainsi à toute la hauteur à laquelle l'aspiration peut la porter. Mais, dans tout autre cas,  $\psi^n$  sera moindre; il ne sera que les  $\frac{2}{3}$  de 13,6 b, si  $e = \frac{1}{3}$  E. On voit par là combien l'espace qui demeure entre le bas de la course et la soupape dormante est préjudiciable à l'effet de l'aspiration; aussi les Allemands le nomment-ils *espace nuisible* (*schädlicher Raum*). Il faut le rendre aussi petit que possible, et disposer la machine de manière que le piston, dans sa descente, arrive presque jusqu'à la soupape dormante: il convient cependant de laisser un petit intervalle, afin que, par suite du jeu que prennent toujours les pièces du mécanisme qui mène le piston, il n'aille pas frapper sur cette soupape.

432. Lorsque par l'effet de la moindre hauteur donnée au tuyau d'aspiration, à la n<sup>ie</sup> levée du piston, un certain volume d'eau aura pénétré dans le corps de pompe, il se présentera un autre ordre de choses. Ce volume qui y restera durant la descente du piston, diminuera d'autant l'espace  $e$ : à la levée suivante, l'air se raréfiera encore plus,  $\psi^n$  diminuera de valeur, l'eau montera encore dans le corps de pompe; et, au bout d'un très petit nombre de levées, elle remplira entièrement l'espace nuisible. Dès lors, quand le piston, qui vient en contact avec elle, remontera, il tendra à se faire un vide parfait sous lui; elle le suivra, pourvu qu'il ne s'élève pas à plus de 13,6 b; elle ne l'abandonnera plus, et le jeu de la pompe sera définitivement établi. Toutefois on démontré, d'une manière analogue à celle qui a été employée au numéro précédent, qu'il peut y avoir deux points d'arrêt, si la longueur de la course est plus petite que  $\frac{H}{4k}$ ,

Il étant la hauteur du point le plus élevé de la course au-dessus du réservoir: mais on n'a point à craindre ces arrêts, lorsque la hauteur de l'espace nuisible est petite comparativement à la course.



433. En résumé, et en observant que la hauteur du baromètre, ou la pression de l'atmosphère varie, d'un jour à l'autre, dans le même lieu; et qu'en conséquence, pour qu'une pompe puisse fonctionner en tout temps, on doit admettre la plus faible de ces pressions, nous dirons que, dans l'établissement des pompes aspirantes, il faut 1° que le piston, lorsqu'il est au plus haut de sa course, ne se trouve pas à plus de  $12b'$  au-dessus du puisard,  $b'$  étant la hauteur moyenne du baromètre dans le lieu où est la pompe; ce sera de  $9^m$  à  $8^m$  selon que l'élévation du lieu au-dessus de la mer sera de cent à mille mètres : 2° que l'intervalle entre le bas de la course et la soupape dormante ne soit que de quelques centimètres; de cinq, lorsque la longueur de la course excédera  $0^m50$ .

A défaut d'observations directes donnant la valeur de  $b'$ , si l'on connaissait par approximation l'élévation au-dessus de la mer du lieu où est le baromètre, on aurait cette valeur par l'équation  $\log b' = - \left\{ 0,1181 + \frac{1}{18375(0,928 + 0,184 \cos \lambda - 0,00001254)} \right\}$ ,  $\lambda$  étant cette élévation et  $\lambda$  la latitude : pour la France et des élévations au-dessous de  $500^m$ , on aurait simplement, avec toute l'exactitude que comporte une telle matière,  $b' = 0^m762 - 0,0000891$ .

Si au lieu de supposer, ainsi que nous l'avons fait, que le mercure est à  $0^\circ$ , on le prend à la température moyenne de  $12^\circ$ , la hauteur moyenne du baromètre sera  $0^m7636 - 0,00009$ . Je remarquerai, en passant, qu'une telle hauteur donne le point du *variable* dans le baromètre regardé comme pronostiquant les changemens de temps.

434. La limite supérieure que nous venons d'assigner à la course du piston, concerne les pompes aspirantes proprement dites; où l'eau est versée par un dégorgeoir fixé sur le corps de pompe au niveau du point le plus élevé de la course. Mais habituellement ce point n'est établi, au-dessus du puisard,

Pompes  
élevatoires.

qu'à 5, 6 ou 7<sup>m</sup>, suivant les circonstances locales; et, pour ne rien perdre de la hauteur à laquelle l'eau doit être versée, on prolonge le corps de pompe par un tuyau montant à l'extrémité duquel se place le dégorgeoir. Le piston, dans son ascension, porte sur lui et élève toute la colonne fluide contenue dans ce tuyau. Lorsque la hauteur de telles machines n'excède 10<sup>m</sup> que de quelques mètres, ce sont des *pompes aspirantes surhaussées* (les *hohe Sætz* des Allemands). Mais si elle dépasse 20<sup>m</sup>, elles prennent le nom de *pompes élévatoires*; et leur hauteur n'a d'autres limites, avons-nous déjà dit, que celle de la puissance qui les met en jeu.

Ces pompes sont aujourd'hui fréquemment employées à l'épuisement des eaux qui se rassemblent au fond des puits de mine : une seule y fait le service qui était autrefois effectué par dix et quinze pompes simplement aspirantes placées, en répétition, les unes sur les autres. Les deux pompes de la mine de Huelgoat (412), quoique loin d'avoir la moitié de la charge qui leur est destinée, font maintenant ce que faisaient, il y a quelques années, cinquante-neuf pompes ordinaires.

Fig. 78.

Je décris succinctement une de ces deux belles pompes, les plus fortes que nous ayons en France, et dont la figure 78 montre la disposition des parties principales. Les tuyaux d'aspiration et d'ascension ont un même axe et un même diamètre; d<sup>m</sup> 275 : à leur jonction est un renflement faisant l'office de chapelle et renfermant les deux soupapes; une au bas du tuyau d'ascension et l'autre au haut de l'aspirateur : celui-ci a 7<sup>m</sup> de hauteur et l'autre 222<sup>m</sup>. Le corps de pompe est à côté et communique, par sa partie supérieure, avec la chapelle; il est en bronze et parfaitement alésé : il est ouvert par le bas, ce qui permet d'en graisser facilement la paroi intérieure. Le piston également en bronze à

0<sup>m</sup>.422 de diamètre et 2<sup>m</sup>.30 de course : sa garniture consistant en deux simples cuirs amboutis, l'un au-dessus et l'autre au-dessous, retient complètement l'eau, malgré l'énorme charge de 23 atmosphères : sa tige, coulée d'un seul jet avec lui, traverse le couvercle du corps de pompe dans une boîte à cuirs et va se joindre à la tige qui descend de la machine à colonne d'eau placée à 210<sup>m</sup> au-dessus. Lorsque le piston baisse, il tend à se faire un vide au-dessus de lui, l'eau du puisard, montant par l'aspirateur, arrive pour le remplir ; lorsque le piston monte, il soulève et porte sur lui une colonne d'eau de 224<sup>m</sup> : de sorte que, dans la première moitié de son oscillation, la pompe est *aspirante*, et que dans la seconde elle est *soulevante*.

Il est encore des pompes élévatoires, dont les deux tuyaux et le corps de pompe ont tous un même axe ; et où par conséquent la longue tige du piston est renfermée dans le tuyau d'ascension. Ces pompes, occupant peu d'espace en largeur, conviennent surtout aux puits très étroits : elles servent exclusivement pour extraire les eaux des puits forés avec la sonde ; et c'est à l'aide de tels puits et de telles pompes, n'ayant que 0<sup>m</sup>.08 de diamètre, qu'on exploite aujourd'hui les sources salées de certains pays. Le diamètre du corps de pompe y est un peu plus petit que celui du tuyau d'ascension ; de manière que lorsque le piston en a été soulevé, pour les fréquentes réparations dont il a besoin, il puisse y être facilement introduit par le haut.

435. *Quelle que soit la hauteur à laquelle une pompe verse son eau, quels que soient le diamètre et l'inclinaison des tuyaux d'aspiration et d'ascension, le piston porte toujours une charge d'eau égale au poids d'une colonne de ce fluide qui aurait pour base celle du piston même, et pour hauteur la différence de niveau entre la surface du puisard et le point de versement.* Soient, en effet,  $H$  cette différence de niveau et  $D$  le diamètre du piston : observons ce piston en un point quelconque de son mouvement, et désignons par  $h$  la distance verticale entre ce point et celui du versement, et par  $h'$  l'élévation de ce même point au-dessus du puisard ;

Charge  
d'eau sur  
le piston.

on a toujours  $h + h' = H$ . Le piston sera pressé de haut en bas par le poids de l'atmosphère et par celui de la colonne d'eau qui est au-dessus de lui; c'est  $1000 \pi D^2 (k + h)$ : il sera en outre pressé de bas en haut par le poids de la colonne atmosphérique diminuée du poids de la colonne d'eau qui est au-dessous de sa base, c'est-à-dire par  $1000 \pi D^2 (k - h')$ . Ces deux pressions étant opposées, leur résultante ou la charge effective du piston sera  $1000 \pi D^2 (k + h) - 1000 \pi D^2 (k - h') = 1000 \pi D^2 (h + h') = 1000 \pi D^2 H$ , conformément à l'énoncé du théorème.

Les diamètres des tuyaux d'aspiration et d'ascension n'entrent point dans cette expression, et la charge en est indépendante, par suite de ce principe d'hydrostatique : lorsqu'un vase renferme un liquide, la pression qui a lieu sur le fond ne dépend que de la grandeur de ce fond et de la hauteur verticale du liquide au-dessus de lui, soit que le vase, à sa partie supérieure, se réduise en un tuyau long et étroit, soit qu'il y présente un large évasement.

Résistances  
passives.

436. Indépendamment de la charge dont il vient d'être question, et qui correspond à l'effet utile de la machine, la force destinée à élever le piston aura encore à vaincre les résistances passives provenant,

1° Du frottement du piston contre les parois du corps de pompe;

2° Du frottement de l'eau contre ces mêmes parois et contre celles des tuyaux;

3° De l'étranglement de la veine fluide à son entrée dans le tuyau d'aspiration et à son passage par l'ouverture de la soupape dormante;

4° Du poids de cette soupape;

5° Enfin, de l'inertie de la masse d'eau à mouvoir.

Une détermination rigoureuse de ces résistances est impossible; et les appréciations que nous allons en faire ne doivent être regardées que comme de simples approximations, où nous avons surtout évité de pécher en moins.

437. Ce frottement dépend :

1° Du nombre de points du pourtour du piston en contact avec les parois du corps de pompe, nombre qui est proportionnel au diamètre ou à  $D$ . (On fait abstraction de la hauteur du pourtour).

Frottement  
du piston.

2° De la pression de chacun de ces points contre les parois. Lorsque la garniture du piston consiste en un simple cuir évasé ou ambouti, son bord supérieur étant poussé contre le corps de pompe par la colonne d'eau élevée, la pression est proportionnelle à  $H$ . Dans les autres cas et en général, la garniture doit être d'autant plus serrée que l'eau fait un plus grand effort pour passer entre elle et le corps sur lequel elle presse; et cet effort est encore proportionnel à  $H$ .

3° Du poli des surfaces flottantes.

En conséquence, le frottement du piston sera exprimé par  $\mu DH$ ,  $\mu$  étant un nombre à déterminer à l'aide de l'expérience, et qui dépendra principalement du poli des parois du corps de pompe. Langsdorff, je ne sais d'ailleurs sur quels fondemens, admet comme valant approximative de  $\mu$ , pour des corps de pompe en

|                                   |                |
|-----------------------------------|----------------|
| Laiton bien poli. . . . .         | 7 <sup>k</sup> |
| Fonte simplement forée . . . . .  | 15             |
| Bois assez lisse. . . . .         | 25             |
| Bois dégradé par l'usage. . . . . | 50             |

438. L'eau qui se meut dans les tuyaux des pompes y éprouve une résistance de même nature que dans les tuyaux de conduite; avec cette différence cependant que, dans les pompes, toutes les molécules se meuvent avec une vitesse à peu près égale, qui est celle du piston; tandis que dans les conduites la vitesse des molécules voisines des parois, et d'où dépend le frottement, est moindre que la vitesse moyenne, celle qu'on a introduite dans les formules. De sorte que si l'on veut se servir de la même for-

Frottement  
de l'eau.

mule (186), pour les pompes, il faudra y admettre une vitesse plus grande que celle du piston, dans le rapport de la vitesse près les parois à la vitesse moyenne des conduites. Dubuat, après avoir fait cette remarque (*Princip. d'hydr.*, § 305), propose de prendre pour ce rapport celui qu'il a trouvé entre la vitesse du fond et la vitesse moyenne de l'eau qui coule dans un canal : et, d'après ce qui a été dit au n° 109, cette vitesse moyenne serait  $v' + 0,165 \sqrt{v'} + 0,0136$ , ou simplement  $v' + 0,17 \sqrt{v'}$ ,  $v'$  étant la vitesse du fond. En conséquence, à la quantité des formules du mouvement de l'eau dans les conduites, on substituerait  $v + 0,17 \sqrt{v}$ , où  $v$  représenterait la vitesse du piston.

D'après cela, si  $D$  est le diamètre du corps de pompe et  $L$  sa longueur, on aura pour expression du frottement que l'eau y éprouve, c'est-à-dire, pour la hauteur de la colonne d'eau dont le poids exprime la résistance due à ce frottement,

$$0,00137 \frac{L}{D} \left[ (v + 0,17 \sqrt{v})^2 + 0,055 (v + 0,17 \sqrt{v}) \right] \text{ ou, plus simplement, mais moins rigoureusement, } 0,00143 (v + 0,17 \sqrt{v}) \frac{L}{D}.$$

De même, si  $D'$  représente le diamètre du tuyau d'aspiration et  $L'$  sa longueur, et en observant que la vitesse de l'eau y est plus grande qu'au corps de pompe dans le rapport de  $D^2$  à  $D'^2$ ,

$$\text{on aura, pour ce tuyau, } 0,00143 (v + 0,17 \sqrt{v})^2 \left( \frac{D}{D'} \right)^4 \frac{L'}{D'}.$$

Dans une pompe élévatoire, ou  $D''$  serait le diamètre du tuyau d'ascension et  $L''$  sa longueur, on aurait encore  $0,00143 (v + 0,17 \sqrt{v})^2 \left( \frac{D}{D''} \right)^4 \frac{L''}{D''}$ . C'est le piston qui doit vaincre ces résistances ; c'est sur sa base que pèsent les colonnes d'eau dont nous venons de donner la hauteur : ainsi, la valeur absolue des résistances provenant du frottement de l'eau contre les parois de la pompe sera

$$1000 \pi D^2 0,00143 (v + 0,17 \sqrt{v})^2 \left[ \frac{L}{D} + \frac{L'}{D'} \left( \frac{D}{D'} \right)^4 + \frac{L''}{D''} \left( \frac{D}{D''} \right)^4 \right]$$

Résistance  
due  
aux étrangle-  
mens.

439. Pour plus de simplicité, nous déterminerons la résistance à chacun des étranglemens que la colonne fluide éprouve dans les pompes, d'après le principe, qu'une telle résistance est représentée par la hauteur due à la vitesse de l'eau lors de son passage par l'étranglement, moins la hauteur due à la vitesse que le fluide avait immédiatement avant.

Pour l'étranglement à l'entrée du tuyau d'aspiration, en appe-

lant  $m$  le coefficient de contraction, lequel variera de 0,82 à 0,95 (50) suivant la forme de l'évasement, et en observant que la vitesse ascensionnelle de l'eau dans le puisard est nulle, on aura  $\frac{v^2}{2g m^2} \left( \frac{D}{D'} \right)^4$ .

Pour celui qui a lieu à l'ouverture de la soupape dormante, si on désigne par  $s$  la section ou l'aire de cette ouverture, par  $m'$  le coefficient de contraction y relatif, et par  $\gamma v$  la vitesse de l'eau immédiatement avant, et se rappelant que  $\pi D^2$  est la section du piston, il vient  $\frac{v^2}{2g} \left( \frac{\pi D^2}{m' s} \right)^2 - \frac{\gamma^2 v^2}{2g}$ .

Ainsi la résistance absolue provenant des deux étranglements sera

$$1000 \pi' D^2 \frac{v^2}{2g} \left[ \frac{1}{m^2} \left( \frac{D}{D'} \right)^4 + \left( \frac{\pi' D^2}{m' s} \right)^2 - \gamma^2 \right].$$

440. Au premier instant de la levée du piston, lorsque l'eau agit pour ouvrir la soupape dormante, elle éprouve une résistance provenant du poids de la plaque à soulever. Pour la vaincre, il faut exercer sur la partie inférieure de cette plaque un effort dont l'action soit au moins égale à celle de ce poids. Déterminons la hauteur de la colonne d'eau qui le représente, et pour plus de généralité admettons une soupape à clapet.

Résistance  
due  
au poids de  
la soupape.

Soient  $P$  son poids,  $\lambda$  la distance de son centre de gravité à l'axe de rotation,  $\sigma$  l'aire de l'ouverture,  $\lambda'$  la distance de son centre au même axe, et  $x$  la hauteur cherchée :  $P\lambda$  sera le moment de la résistance due au poids du clapet, et  $1000 \sigma x \lambda'$  sera celui de la force opposée ; et puisque les deux actions doivent être égales, on aura  $P\lambda = 1000 \sigma x \lambda'$ . Déduisant de cette équation la valeur de  $x$ , et la multipliant par  $1000 \pi' D^2$  pour avoir l'effort à exercer par le piston, il viendra  $\frac{P \pi' D^2 \lambda}{\sigma \lambda'}$ .

Si le clapet, au lieu d'être horizontal lorsqu'il est baissé, faisait un angle  $\omega$  avec l'horizon, il faudrait multiplier l'expression ci-dessus par  $\cos \omega$ .

Pour une soupape à coquille, couvrant un orifice circulaire dont  $d$  serait le diamètre, on aurait simplement  $P \frac{D^2}{d^2}$ .

Lorsque la soupape a été ouverte par l'effort dont nous venons de donner l'expression, il en faut bien encore un pour tenir le clapet levé durant toute l'ascension du piston. A défaut de no-

tions positives sur la grandeur de ce dernier effort, et quoiqu'il doive être inférieur au premier, nous admettrons que celui-ci, bien qu'il n'agisse qu'un instant, est exercé pendant tout le temps de l'ascension.

Résistance  
due  
à l'inertie.

441. L'effort ou la force statique à employer pour vaincre l'inertie de l'eau élevée dépend de la nature du mouvement que le piston est contraint de prendre.

S'il était entièrement libre, et que cette force, indépendamment de celles qui équilibrent les autres résistances, agit constamment sur lui, il en résulterait un mouvement uniformément accéléré. En appelant  $l$  la longueur de la course,  $t$  le temps que le piston met à la parcourir,  $\frac{2l}{t^2}$  représenterait la force accéléra-

trice, et  $\frac{\pi}{g} \cdot \frac{2l}{t^2}$  serait la force motrice cherchée,  $\pi$  étant le poids de l'eau à mouvoir : après avoir réduit toutes ses parties à la vitesse du piston, et, d'après les notations déjà admises,  $\Pi = 1006\pi D^2 \left( L + L' \frac{D^3}{D'^3} \right)$ .

Mais, presque toujours le piston tient à une machine qui, en le mouvant, règle les circonstances de son mouvement. Par exemple, s'il tient, directement ou indirectement, à la manivelle d'une roue douée d'un mouvement uniforme, il partira du repos avec l'eau qu'il entraîne à sa suite ; il s'élèvera d'abord d'un mouvement accéléré ; l'accélération diminuera peu à peu, et elle sera nulle au milieu de la levée : puis, la vitesse se retardera, et de plus en plus ; et elle finira par être nulle au point le plus haut. Pendant la première moitié de la course, le mouvement aura exigé une force accélératrice diminuant progressivement ; et, pendant la seconde moitié, une force retardatrice augmentant selon une même progression, et qui aura détruit entièrement l'effet de la première. Ainsi, ce qu'il aura fallu prendre sur la force entière employée à mouvoir la machine, pour vaincre l'inertie de la masse élevée durant la première partie de la course, sera rendu, par l'inertie même de cette masse, à la même force, durant la seconde partie ; et, en somme, l'inertie n'aura occasionné aucune dépense de force.

Si le piston devait se mouvoir avec une vitesse uniforme donnée  $v$  : comme il part du repos, il faut bien qu'il mette un certain temps, quelque petit qu'il soit, pour acquérir cette vitesse.



Soit  $\tau$  ce temps, la force nécessaire pour lui imprimer  $v$ , ou pour vaincre l'inertie, sera  $\frac{\Pi}{g} \cdot \frac{v}{\tau}$ .

442. Faisons l'application de toutes ces formules à une expérience que j'ai en occasion de faire.

Calcul  
des  
résistances  
dans  
une pompe.

La pompe avait les dimensions suivantes :

|                                         |                  |
|-----------------------------------------|------------------|
| Diamètre du corps. . . . .              | $D = 0^m 3248$   |
| Longueur de ce corps. . . . .           | $L = 1^m 80$     |
| Diamètre du tuyau d'aspiration. . . . . | $D' = 0^m 13535$ |
| Longueur de ce tuyau . . . . .          | $L' = 7^m 652$   |
| $L + L' =$ . . . . .                    | $H = 9^m 452$    |
| Longueur de la course . . . . .         | $l = 1^m 453$    |

On avait encore

|                                                              |           |
|--------------------------------------------------------------|-----------|
| Vitesse moyenne du piston ( $\frac{1}{4}$ levée en 1') $v =$ | $0^m 218$ |
| Poids du clapet environ. . . . .                             | $P = 1^k$ |
| Coefficient de contraction à l'entrée du tuyau               |           |

d'aspiration . . . . .  $m = 0,85$

Coefficient à la soupape dormante. . . . .  $m' = 0,62$

Section effective de l'ouverture de la soupape  $s = \frac{1}{4} \pi D'^2$

(Par approximation on a pris les  $\frac{2}{3}$  de la section du tuyau d'aspiration).

L'eau arrivant à la soupape avec la vitesse qu'elle avait dans ce tuyau, et qui était

$$v \left( \frac{D}{D'} \right)^2, \text{ on a : } \gamma = \left( \frac{D}{D'} \right)^2$$

Passons aux diverses résistances à calculer, et remarquons que la quantité  $1000 \pi' D^3$ , qui se trouve dans presque toutes, est égale à  $8287$ .

1° Poids de la colonne d'eau à élever (435)

$$82,87 \times 9,452 \dots\dots\dots 783^k$$

2° Frottement du piston (437)

$$15 \times 9,452 \times 0,3248 \dots\dots\dots 46,1$$

3° Frottement de l'eau (438)

$$82,87 \times 0,00143 (0,218 + 0,17 \sqrt{0,218})^2$$

$$\left[ \frac{1,80}{0,325} + \frac{7,652}{0,1353} \left( \frac{0,325}{0,135} \right)^4 \right] \dots\dots\dots 19,7$$

4° Etranglement de la colonne fluide (439).

$$\text{Observant que } \left( \frac{\pi' D^3}{m's} \right)^2 = 4,625 \left( \frac{D}{D'} \right)^4, \text{ et que}$$

$$A \text{ reporter } \dots\dots\dots 849,0$$

Report . . . 849,0

$\left(\frac{D}{D_v}\right)^4$  se trouve dans tous les termes du facteur complexe, on a

$$82,87(0,218)^2 \times 0,051 \left(\frac{0,325}{0,135}\right)^4 \left(\frac{1}{(0,85)^2} + 4,625 - 1\right) = 33,3$$

5° Résistance due au poids de la soupape (440)

$$1 \times \left(\frac{0,325}{0,135}\right)^2 \dots \dots \dots 5,8$$

6° Pour l'inertie (441), la pompe étant mue par une roue hydraulique. . . . . 0,9

Total des résistances actives et passives . . . . . 888,1

A déduire pour le poids de l'eau déplacée par le

piston . . . . . 14,0

Reste . . . . . 874,1

L'expérience a donné. . . . . 860

Ces deux résultats peuvent être regardés comme étant identiques.

Dans cet exemple, le tuyau d'aspiration était plus étroit que d'ordinaire, et il s'est donné lieu à une résistance, pour le frottement de l'eau, beaucoup plus forte que celle qu'on a habituellement.

L'expérience dont je viens de rapporter le résultat est une de celles que M. Duchène et moi avons faites sur une des machines d'épuisement aux mines de Poullaouen, et dont il a été déjà question (364). En les faisant, nous avons été à même d'observer les effets de l'inertie. Un dynamomètre, portant un corps du poids de 2450<sup>k</sup>, était suspendu à une des extrémités du balancier qui levait les pistons. Au premier moment de la levée, l'effort nécessaire pour vaincre l'inertie donnait lieu à une secousse qui portait l'aiguille de l'instrument à un point fort au-dessus de la division 2450, mais qui n'a pu être observé, ce mouvement se faisant en un clin d'œil; l'aiguille retombait ensuite à 2450, où elle demeurait, tout en tremblotant, pendant les cinq à six secondes que durait l'ascension. Si on augmentait la vitesse, l'élévation de l'aiguille, au premier instant, était encore plus grande; mais ensuite elle retombait au-dessous de 2450: ayant une fois augmenté la vitesse dans le rapport de 3 à 4, et par conséquent l'action de l'inertie dans celui de 9 à 16, l'aiguille, après sa chute, n'a plus marqué que 2400: on eût dit que l'impulsion de la force

employée au premier moment, pour vaincre l'inertie du corps élevé, impulsion dont la direction était opposée à celle de la gravité, avait diminué le poids de ce corps.

443. L'effort pour lever le piston doit être égal au poids de la colonne d'eau, plus les résistances passives.

Effort  
pour lever  
le piston.

Ces résistances sont de deux sortes ; les unes, telles que le frottement du piston, sont indépendantes de la vitesse ; et les autres en dépendent. Ces dernières seront toujours très faibles comparativement à la résistance totale au mouvement ; ayant fait varier la vitesse du piston dans le rapport de 4 à 5, la charge demeurant la même, nous n'avons pas observé de différence sensible dans la résistance indiquée par le dynamomètre. D'après cela, et à moins d'un cas extraordinaire, les résistances passives peuvent être estimées à une certaine partie du poids de la colonne d'eau élevée. La détermination de cette partie a été un des objets de nos expériences de Poul-laouen : elles sont rapportées dans le *Journal des mines* (Tom. 21, p. 169-178) ; je me borne à donner leur résultat.

La première colonne du tableau suivant indique la nature de la charge : ainsi, pour la 5<sup>e</sup> expérience, c'était un tirant (longue tige verticale à laquelle étaient accrochés les pistons des pompes placées l'une sous l'autre), plus six pistons, plus la somme des résistances de la première pompe, plus celle de la deuxième, plus celle de la troisième. La seconde colonne présente le poids de cette charge tel qu'il était indiqué par le dynamomètre. La troisième et la quatrième font connaître les principales dimensions de la pompe du numéro marqué vis-à-vis à la première colonne. La cinquième montre la somme des résistances de cette même pompe : c'est la différence entre deux nombres consécutifs de la seconde colonne. Dans la sixième, on a noté le poids de la

colonne d'eau portée par cette même pompe c'est  $1000 \text{ D}^3 \text{ H} = 785 \text{ D}^3 \text{ H}$ . Enfin, la dernière indique le rapport entre les deux nombres des deux colonnes précédentes, pris sur la même ligne horizontale.

| CHARGE DE LA MACHINE         |        | POMPE.    |          | RÉSIST.                 | POIDS                     | RAPPORT                          |
|------------------------------|--------|-----------|----------|-------------------------|---------------------------|----------------------------------|
| Nature.                      | Poids. | Diamètre. | Hauteur. | toiale<br>par<br>pompe. | de l'eau<br>par<br>pompe. | de la<br>résistance<br>au poids. |
|                              | kil.   | mèt.      | mèt.     | kil.                    | kil.                      |                                  |
| Tirant.....                  | 2450   | .....     | .....    | .....                   | .....                     | .....                            |
| Tirant + 6 pistons           | 2690   | .....     | .....    | .....                   | .....                     | .....                            |
| Idem + 1 <sup>re</sup> pompe | 3520   | 0,3248    | 9,745    | 830                     | 807                       | 1,03                             |
| Idem + 2 <sup>e</sup> pompe  | 4380   | 0,3248    | 9,452    | 860                     | 781                       | 1,10                             |
| Idem + 3 <sup>e</sup> pompe  | 5260   | 0,3271    | 9,745    | 880                     | 819                       | 1,07                             |
| Idem + 4 <sup>e</sup> pompe  | 6120   | 0,3226    | 9,628    | 860                     | 787                       | 1,09                             |
| Idem + 5 <sup>e</sup> pompe  | 6980   | 0,3248    | 9,761    | 860                     | 809                       | 1,06                             |
| Idem + 6 <sup>e</sup> pompe  | 7950   | 0,3271    | 10,661   | 970                     | 896                       | 1,08                             |

Les machines sur lesquelles ces expériences ont été faites, avaient des corps de pompe en fonte, mais dont le poli était très altéré, les garnitures des pistons étaient récemment placées, les tuyaux d'aspiration étaient étroits et sans évasement; de sorte que les résistances y ont été plus grandes que celles qu'on a ordinairement: en conséquence, et sans inconvénient pour la pratique, le terme moyen de 1,08 de la dernière colonne peut être généralement admis.

L'effort à faire pour lever le piston serait donc  $848 \text{ D}^3 \text{ H} (= 785 \text{ D}^3 \text{ H} \times 1,08)$ : expression extrêmement simple qui dispensera, dans la plupart des cas, des longs calculs relatifs à chaque sorte de résistance, et qui, en définitive, donnera des résultats aussi exacts. On peut la porter à  $850 \text{ D}^3 \text{ H}$ : on y ajoutera ensuite le poids du piston et de sa tige. La charge *dynamique* d'une pompe serait ainsi d'un douzième plus grande que la charge *statique*.

444. Lorsque le piston descend , il faut bien encore exercer sur lui un effort pour surmonter les résistances provenant , 1° de l'étranglement que la masse fluide éprouve en traversant le piston ; 2° du frottement de sa garniture contre le corps de pompe. L'une et l'autre se calculeront de la manière déjà donnée (439 et 437). Au sujet de la dernière , je remarquerai qu'elle serait nulle dans les cas où elle ne dépendrait que de la pression de la colonne fluide , comme lorsque la garniture consiste en un simple cuir flexible. L'effort à faire sur le piston dans sa descente , favorisé d'ailleurs par le poids de cette pièce et de sa tige , sera toujours très petit comparativement à celui qu'exige la levée.

Effort  
pour baisser  
le piston.

445. De sorte que pendant la moitié du temps que dure le jeu de la pompe , la force qui la meut demeure presque sans emploi. Pour mieux l'utiliser , on accouple d'ordinaire deux pompes à l'aide d'un balancier ou de tout autre mécanisme , et de manière qu'un piston monte pendant que l'autre descend. La force agit alors continuellement avec la même intensité , et elle doit être égale à celle qu'il faut et pour lever et pour baisser un seul des deux pistons.

Pompes  
accouplées.

Le plus souvent on se contente de monter deux corps de pompe sur un même tuyau d'aspiration.

Les deux corps , ou les deux pompes versent leur eau dans une même auge , laquelle fournit alors un jet à peu près continu.

On obtient une telle continuité d'écoulement , lorsqu'on n'a qu'un corps de pompe , à l'aide d'un réservoir d'air pareil à celui dont il sera fait mention au sujet des pompes d'incendie (455).

Quantité d'eau élevée par une pompe. 446. Lorsqu'une pompe est en parfait état, c'est-à-dire, que les soupapes ferment très exactement, et que la garniture du piston ne laisse repasser au-dessous d'elle aucune partie du fluide qui était déjà passé en dessus, à chaque coup de piston, elle élève un volume d'eau égal au volume de l'espace engendré par la base du piston durant sa levée, c'est-à-dire égal à  $\pi D^2 L$ , et cela à une très petite quantité près, celle que la soupape d'aspiration, en se fermant, repousse au-dessous d'elle.

Pendant que le piston monte, il est vrai, le volume d'eau versé est diminué du volume de l'espace occupé par la tige : mais dans la descente, lorsque l'eau qui était sous le piston passe dessus, la tige en déplace un même volume, et elle en occasionne le versement : de sorte qu'en somme, par oscillation entière du piston, la quantité d'eau versée est toujours  $\pi D^2 L$ .

Mais on n'obtient pas en réalité un tel produit : les soupapes et la garniture laissent descendre une partie de l'eau qui était déjà passée au-dessus d'elles ; et toute celle qui avait été aspirée n'arrive pas au dégorgeoir. — Lorsque les pompes sont bien faites et bien tenues, le déchet est peu considérable : ainsi, dans les belles pompes de Huelgoat (434), M. Juncker ne l'a trouvé que  $3\frac{1}{2}$  pour 100. M. Castel a fait, à ma prière et avec soin, quelques jaugeages des eaux versées par les pompes du château d'eau de Toulouse (454) : je donne ci-après les résultats obtenus. On a deux équipages, chacun de quatre pompes (*plunger-pump*) dont le piston a 0<sup>m</sup>271 de diamètre et 1<sup>m</sup>15 de course : on savait déjà que

dans l'équipage n° 1, une des soupapes dormantes étant faussée ne fermait pas très exactement : quant à l'équipage n° II, il paraissait sans défaut.

Ces expériences montrent

| n° | COUATS<br>en l' | PRODUIT<br>en l' |                  | déchet<br>pour<br>100. |
|----|-----------------|------------------|------------------|------------------------|
|    |                 | théoriq.         | réel.            |                        |
| I  | 5,08            | m. cub.<br>1,341 | m. cub.<br>1,280 | 4,55                   |
|    | 3,81            | 1,006            | 0,934            | 7,16                   |
| II | 5,81            | 1,531            | 1,511            | 1,50                   |
|    | 3,48            | 0,919            | 0,892            | 2,94                   |

que même dans les très bonnes machines le déchet augmente lorsque la vitesse du piston diminue. — Dans les pompes ordinaires, il est plus considérable, il va communément de un à deux dixièmes, selon que la pompe est plus ou moins bien soignée : de sorte que le volume d'eau versé, à chaque coup de piston, au lieu d'être donné par  $0,785D^2l$ , le sera par une expression variant de  $0,7 D^2l$  à  $0,6D^2l$ . C'est surtout dans de telles pompes que la perte d'eau est d'autant plus grande que le piston est levé plus lentement.

447. Toutefois, il ne doit pas être mu avec une vitesse tellement grande, que le corps de pompe, dans lequel l'eau monte en vertu de la pression atmosphérique  $k$ , et en surmontant différentes résistances, n'aurait pas le temps de se remplir avant que le piston ne commençât à redescendre. En faisant abstraction de la faible résistance que l'eau éprouve dans le tuyau d'aspiration, si l'on suppose que le piston levé subitement a laissé un vide parfait après lui, et que l'eau est déjà parvenue à l'entrée du corps de pompe, à la soupape dormante, le temps du remplissage se déterminera par les règles données aux numéros 97 et 98. En le désignant par  $t$ , et par  $L$  l'élévation de la soupape au-dessus du puits,

Vitesse  
à donner au  
piston.

on a  $t = \frac{2\pi D^2}{ms\sqrt{2g}} \left( \sqrt{k - L'} - \sqrt{k - L' - l} \right)$ .

Représentons par  $u$  la vitesse moyenne avec laquelle l'eau monte dans le corps de pompe, en le remplissant on aura  $u = \frac{l}{t}$ . La résistance du tuyau d'aspiration diminuera un peu cette valeur de  $u$ ; on opérera la diminution à faire, en réduisant d'une petite quantité la valeur de  $m$ .

Si le piston avait une vitesse  $v$  plus grande que  $u$ , l'eau ne pourrait le suivre; elle l'abandonnerait, et elle en serait rejointe avant d'être arrivée au haut du corps de pompe, lequel ne se remplirait pas entièrement à chaque levée. Il faut donc que  $v$  soit plus petit que  $\frac{l}{t}$ : par prudence, on fera qu'il n'en soit pas plus des deux tiers.

Dans l'exemple ci-dessus (442), où l'on a  $D = 0^m 3248$ ,  $L' = 8^m$ ,  $l = 1^m 453$ ,  $s = 0^m 01439$  et  $m = 0,667$ , en faisant  $k = 10^m$  on trouve  $t = 2'' 63$ , et  $u = 0^m 553$  vitesse plus que double de  $0^m 218$ , qui est celle du piston. Lors même que l'on aurait fait  $m = 0,5$ , l'on aurait encore obtenu  $u = 0^m 415$ . Ainsi, il n'y avait point à craindre que l'eau ne suivît le piston.

Les expressions de  $u$  et de  $t$  indiquent que la vitesse avec laquelle l'eau monte dans le corps de pompe, et par conséquent que celle qu'on peut donner au piston est d'autant plus grande que le tuyau d'aspiration est plus court, et que son diamètre, ainsi que celui de l'ouverture de la soupape, est plus considérable.

Dans les grandes pompes qui travaillent d'un mouvement continu, et dont la course du piston serait de  $1^m 20$  par exemple, on a communément de 4 à 6 levées par minute, ce qui correspond à une vitesse de  $0^m 16$  à  $0^m 24$ . On ne dépasse guère cette limite, même dans les pompes d'incendie: malgré la promptitude des mouvements des pompiers, on n'y a pas plus de 60 levées de  $0^m 12$ ; ce qui ne donne encore que  $0^m 24$  de vitesse. Il est peu de cas où elle aille à  $0^m 30$ , et à plus forte raison à  $0^m 35$ ; cependant aux pompes de Huelgoat (434) elle va jusqu'à  $0^m 42$ .



Je remarquerai encore qu'à vitesse égale, il est avantageux d'augmenter la longueur de la course en diminuant le nombre de celles qui se font dans un même temps; on a à vaincre moins de fois l'inertie des masses à remettre en mouvement; la quantité d'eau qu'à chaque coup la soupape dormante renvoie au-dessous d'elle, est moindre; et les changemens de direction, qui produisent des ballottiemens dans les articulations du mécanisme et finissent par le détériorer, sont moins fréquens.

## ART. 2. Des pompes foulantes.

448. Dans ces machines, d'ailleurs rarement employées maintenant, le corps de pompe plonge dans le puisard; il est joint à un tuyau d'ascension, à l'extrémité inférieure duquel est la *soupape de retenue*.

Leur  
caractère.

Fig. 76.

Si l'eau, qui est dans le corps de pompe, vient à en être ôtée, celle du réservoir y pénètre, et elle s'y élève à la même hauteur qu'à l'extérieur, par suite de la loi en vertu de laquelle toutes les parties de la surface d'une masse fluide tendent à se mettre de niveau.

449. En y entrant, elle soulève la soupape dormante *b* qui est dans sa partie inférieure, et qui se referme dès que le fluide a atteint le niveau MN. Ensuite le piston, en descendant, presse et foule l'eau comprise entre sa base et la soupape; il la force à ouvrir le clapet de retenue *c*, et à s'élever dans le tuyau d'ascension. Lorsque le piston, après avoir atteint le bas de sa course, remonte, la soupape dormante se rouvre de nouveau, et le corps se remplit une seconde fois : ainsi de suite. Telle est la *pompe foulante* proprement dite.

Leurs  
espèces.

Fig. 77.

Dans d'autres, le piston est percé au milieu et surmonté d'une soupape : lorsqu'il descend, l'eau qui était au-dessous de lui, ouvrant la soupape, passe dessus : en remontant, il soulève cette eau, ainsi que toute la colonne qui est dans le tuyau d'ascension. C'est la pompe *soulevante* : elle ne diffère de la pompe élévatoire (434), qu'en ce que celle-ci a un tuyau d'aspiration au-dessous du corps de pompe.

Dans quelques pompes foulantes le piston, qui est aussi garni d'une soupape, s'introduit par l'ouverture inférieure du corps de pompe, et il est porté par un châssis en fer, surmonté d'une tige.

Charge.

450. Il est évident que de telles pompes peuvent porter l'eau à la hauteur qu'on juge convenable, pourvu que la force dont on a à disposer soit suffisante.

Il est encore évident que la charge d'eau du piston, soit qu'il foule, soit qu'il soulève, est toujours équivalente au poids d'une colonne d'eau qui aurait pour base celle du piston même, et pour hauteur la différence de niveau entre le puisard et le dégorgeoir.

Tout ce que nous avons dit, à l'article des pompes aspirantes, sur les résistances provenant des frottemens du piston et de l'eau, des étranglemens aux soupapes, etc., convient également aux pompes foulantes.

Résistance  
au clapet  
de retenue.

51. Il est toutefois une résistance qui est bien plus considérable dans ces dernières, et dont il n'a pas encore été fait mention : c'est celle que fait éprouver, au moment où l'on tente de l'ouvrir, la

soupape de retenue, et en général toute soupape portant sur elle une masse d'eau, et dont la surface supérieure est plus grande que celle de l'ouverture (et il n'en peut être autrement).

Soit  $\Sigma$  cette surface supérieure,  $H'$  la hauteur de la masse fluide sur elle;  $1000\Sigma H'$  sera la pression exercée par cette masse. Pour la surmonter, il faut lui opposer un effort dont le moment lui soit au moins égal : conservant les dénominations du n° 440, on aura donc  $1000\Sigma H'\lambda = 1000s\lambda'$ , d'où  $s = \frac{H'\Sigma}{\lambda'}$  : ainsi cet effort, agissant sur le piston ou étant exercé par lui, sera  $1000\pi'D^2H'\frac{\Sigma}{\lambda'}$ . Si les deux surfaces de la soupape eussent été égales, c'est-à-dire si la surface supérieure eût été égale à l'orifice, il aurait toujours fallu, pour élever cette masse, un effort égal à  $1000\pi'D^2H'$ ; donc celui qui provient de l'excès de la surface supérieure sera

$$1000\pi'D^2H'\left(\frac{\Sigma}{\lambda'} - 1\right).$$

Cet effort ne doit agir qu'un seul instant, celui où la soupape va s'ouvrir.

Dans une pompe dont le piston serait mené par une roue hydraulique, ou par tout mécanisme portant un volant, si la durée physique de cet instant pouvait être appréciée, et qu'elle fût représentée par  $\theta$ ,  $\theta$  étant le temps de la levée entière du piston, on convertirait l'effort d'un instant en un effort agissant continuellement sur la machine, en la multipliant par  $\frac{\theta}{\Theta}$ .

### ART. 3. *Des pompes aspirantes et foulantes.*

452. Le plus souvent on réunit les deux sortes de pompes, objet des deux articles précédens, en une seule, que l'on nomme en conséquence *pompe aspirante et foulante*.

Elle est composée d'un corps de pompe, d'un court tuyau d'aspiration, d'un tuyau d'ascension,

d'un piston plein ou d'un long cylindre-piston (*plunger*), et de deux soupapes, celle d'aspiration et celle de retenue.

Ordinairement le tuyau d'aspiration, auquel on ne donne guère que quelques mètres, est placé immédiatement au-dessous du corps de pompe, sur une même ligne droite, et le tuyau d'ascension est à côté. Quelquefois cependant ce sont les deux tuyaux qui sont sur la même ligne, ils n'en font en quelque sorte qu'un, et le corps de pompe est à côté, ainsi qu'on le voit aux figures 78 et 79.

On accouple aussi les pompes aspirantes et foulantes. Souvent les deux corps de pompe n'ont qu'un seul tuyau d'aspiration, et quelquefois aussi qu'un seul tuyau d'ascension. On a fait encore des pompes où les deux pistons se meuvent dans un même corps. Enfin, Lahire (1), MM. Arnollet (2), Cordier (3) et Carcel (dans ses lampes) n'ont employé qu'un seul corps de pompe avec un seul piston, lequel aspire et foule tout à la fois en allant et en venant.

\* Effet  
dynamique.

453. De quelque manière que les deux pompes du couple soient assemblées, la force dynamique que le moteur aura à employer pour les tenir en activité sera  $8/8 D^2 H \times v$  (443), ou plutôt  $900 D^2 H v$ , la force destinée à lever un piston devant être augmentée de celle qui est nécessaire pour le baisser (444). La vitesse  $v$  s'estime ordinairement par le nombre  $N$  d'oscillations de chacun des pistons en

(1) *Mémoires de l'Académie des sciences*, 1716.

(2) *Bulletin de la société d'encouragement pour l'industrie nationale*.

(3) *Annales des ponts et chaussées*. 1831. Machines de Beziers.

une minute; ainsi,  $l$  étant la longueur de la course, on aura  $v = \frac{2Nl}{60r}$ ; et, pour la force imprimée ou l'effet dynamique produit en  $r''$ ,

$$3\alpha ND^2H/km.$$

454. Je donnerai comme exemple de la bonne distribution des parties d'une pompe aspirante et foulante destinée à effectuer un travail considérable et continu, une de celles que M. Abadie a établies avec un plein succès, au château d'eau de Toulouse.

Elles sont au nombre de huit, divisées en deux équipages entièrement distincts : chacun est mu par une grande roue hydraulique dont l'arbre tournant porte, à chacune de ses extrémités, une manivelle qui meut, par l'intermédiaire d'une bielle et d'un balancier, deux pompes accouplées.

La figure 80 en présente une, dans ses parties essentielles.

Fig. 80.

Le corps de pompe est en fonte : il a 0<sup>m</sup>30 de diamètre et 1<sup>m</sup>50 de long. Le piston consiste en un beau cylindre de cuivre jaune parfaitement poli; encore, après douze ans de service, sa surface a tout l'éclat d'un miroir métallique : l'intérieur en est creux et rempli de grenaille de plomb : le diamètre extérieur est de 0<sup>m</sup>271 et la longueur de 1<sup>m</sup>70. La boîte à étoupes, outre sa garniture ordinaire, contient au fond un cuir ambouli retroussé vers le bas.

Au-dessous de la boîte, le corps de pompe est percé d'un petit trou, garni d'un robinet par lequel on fait sortir l'air qui y serait entré.

Le tuyau d'aspiration a 1<sup>m</sup>38 de long et 0<sup>m</sup>16 de diamètre : il est recouvert par une plaque en laiton portant deux clapets semi-circulaires.

Au bas du corps de pompe, et sur un de ses côtés s'adapte une *caisse carrée* en fonte ayant 0<sup>m</sup>30 de large et de haut dans l'œuvre. Elle renferme une espèce de boîte en bronze onverte par un bout et dont la surface supérieure, inclinée de 45° à l'horizon, est percée de trois ouvertures rectangulaires ayant 0<sup>m</sup>24 de long et 0<sup>m</sup>10 de large; sur chacune est un clapet du même métal. Au-dessous de la boîte, la caisse carrée a une ouverture qu'on tient fermée par une plaque en fonte retenue par des étriers en fer, et qu'on lève lorsqu'il y a lieu à réparer les clapets (ce qui n'est pas encore arrivé depuis leur placement).

Cette caisse se prolonge jusqu'à l'autre pompe du même couple, dont elle prend aussi les eaux. Du milieu de sa surface supérieure s'élève un tuyau montant de 0<sup>m</sup>27 de diamètre : à une hauteur de 6<sup>m</sup>50 il se réunit avec celui qui vient du second couple du même équipage. Après cette réunion, ayant alors 0<sup>m</sup>30 de diamètre, il se continue verticalement; et il va verser ses eaux, à 24<sup>m</sup> au-dessus du puisard, dans une cuvette établie au haut du château d'eau.

La course du piston est à volonté de 0<sup>m</sup>80, 1<sup>m</sup>00 et 1<sup>m</sup>20.

Lorsque les pompes sont en pleine activité, avec la grande course, on a 6  $\frac{1}{2}$  levées et par suite une vitesse de 0<sup>m</sup>26.

Pompe  
d'incendie.

Fig. 81.

455. Un des plus utiles assemblages des pompes aspirantes et foulantes, est la *pompe d'incendie*.

Les deux corps de pompe, faits en bronze, ont communément 0<sup>m</sup>12 de diamètre et 0<sup>m</sup>60 de long. Les pistons sont entourés d'anneaux de cuir : au-dessus et au-dessous sont des cuirs amboutis disposés comme il a été dit à la page 508 : tous sont contenus et serrés entre deux plaques de fer. La soupape d'aspiration est à coquille, et celle de retenue est à clapet. Entre les deux corps de pompe est le réservoir ou récipient d'air, fait avec des feuilles de cuivre d'environ 3 millimètres d'épaisseur : son diamètre est de 0<sup>m</sup>25 et sa hauteur de 0<sup>m</sup>55; dans sa partie inférieure il est percé d'une ouverture circulaire à laquelle est soudé un tuyau également en cuivre, et sur le haut duquel se visse un tuyau de cuir ou de forte toile imperméable, portant à son extrémité un long ajutage ou *lance* d'environ 0<sup>m</sup>016 de diamètre à l'orifice, et qu'on dirige vers le feu à éteindre.

Cette pompe est établie dans une caisse en bois montée sur quatre petites roues, et que l'on conduit au lieu où l'incendie a éclaté. Des ouvriers y versent

continuellement de l'eau avec des seaux faits pour un tel usage, tandis que les pompiers, placés aux deux extrémités du balancier menant les tiges des deux pistons, tiennent la machine en jeu.

L'eau passe des pompes dans le récipient d'air; et comme elle y arrive en plus grande quantité qu'elle n'en peut sortir, sous une petite pression, par l'ouverture inférieure, elle s'y élève, condense l'air de plus en plus, et lui donne une force élastique très souvent supérieure à celle qui serait due à trois atmosphères. La réaction étant égale à l'action, l'air presse l'eau avec cette même force; il la fait sortir avec rapidité par l'orifice de la lance, et en assurant la continuité du jet.

Huit pompiers bien exercés donnent soixante coups de balancier en une minute; la course des pistons est de 0<sup>m</sup>12, et ils portent le jet à 20<sup>m</sup> de hauteur verticale. Abstraction faite de tout déchet, c'est 27<sup>m</sup> d'effet utile en 1" par pompier.

456. On a fait, vers la fin du dernier siècle, une application de la pompe aspirante et foulante trop importante pour que je la passe entièrement sous silence : celle qui a donné lieu à la *presse hydraulique*.

Presse  
hydraulique.

Cette machine consiste en un piston A qui monte dans un corps de pompe B, lequel communique à la petite pompe C par le tuyau D. Le grand piston est recouvert d'un plateau sur lequel on place les objets à presser : ils le sont contre un plan immobile fixé un peu au-dessus.

Fig. 82.

La pression que la base du petit piston exerce sur l'eau, lorsqu'il baisse, se transmet, par l'inter-

médiaire du fluide contenu dans le tuyau , à la base du grand piston ; et, comme elle est égale sur chacun des points des deux bases, son effort total sur chacune d'elles sera en raison de sa surface : de sorte que si les diamètres des deux pistons sont dans le rapport de 1 à 5, l'effort exercé sur le grand , et qu'il peut à son tour exercer sur d'autres corps, sera vingt-cinq fois plus grand que celui qui a été fait sur le petit. Admettons qu'un homme capable d'exercer sur une bascule une pression de  $30^k$ , agisse à l'extrémité d'un levier de  $1^m$  de long ; et que le point de ce même levier auquel tient la tige du petit piston ne soit qu'à  $0^m05$  de l'autre extrémité où est le point d'appui. Le bras de levier de la puissance sera 20 fois plus considérable que celui de la résistance, et l'effort au grand piston sera évidemment de  $25 \times 30 \times 20 = 15000^k$ , effort pareil à celui dont 500 hommes agissant à la fois seraient capables.

Je n'entrerai dans aucun détail sur le mécanisme d'ailleurs assez simple, mis en usage pour que la pompe soit alimentée d'eau, et qu'elle la dirige convenablement sous le grand piston. Je me bornerai à remarquer qu'il est bien essentiel que la garniture de la boîte à cuirs que traverse ce piston ne laisse ni passer ni suinter l'eau : au reste, cette garniture consiste en un simple anneau de cuir ambouti plié en gouttière ; le couvercle de la boîte, en le pressant, l'étend en largeur, et le fait appuyer avec force, par un bord contre le piston et par l'autre contre la paroi latérale de la boîte.

Pompes  
rotatives.

457. Le mouvement de rotation continu produit généralement un plus grand effet que le mouvement



alternatif : deux mécaniciens distingués, Bramah en Angleterre et M. Dietz en France, ont essayé de procurer aux pompes les avantages du premier. N'ayant pas été à même d'employer leurs ingénieuses machines, je vais me borner à donner une simple idée de leur mécanisme et de leur mode d'agir : je prendrai pour exemple la *pompe de Dietz*.

Fig. 83.

Le corps de pompe y est remplacé par un tambour ou boîte cylindrique en cuivre, A, ayant, dans l'œuvre, de 0<sup>m</sup>20 à 0<sup>m</sup>40 de diamètre et de 0<sup>m</sup>04 à 0<sup>m</sup>12 d'épaisseur, selon la force de la machine. Elle contient, entre ses deux fonds, une seconde boîte BB', également en cuivre et cylindrique, mais d'un moindre diamètre et sans couvercle : elle est mobile autour d'un arbre tournant C muni d'une manivelle. Dans l'intérieur de la boîte ou roue BB', et joignant son bord concave, on a un excentrique D fixé à vis sur le tambour. Celui-ci renferme encore, du côté des tuyaux E et F, une large lame de fer GôH, qui est pressée, en b, contre la convexité de la roue, et qui est percée de deux ouvertures : par l'une, c, l'eau passe du tuyau d'aspiration E dans l'intervalle *aaaa* qui existe entre les deux boîtes ; et par l'autre, d, elle entre dans le tuyau d'ascension F. Enfin, la boîte BB', dans toute son épaisseur et jusqu'auprès de l'arbre tournant, présente quatre entailles en croix, dans lesquelles sont et glissent quatre languettes en fer I, I', I'' et I''' : leur largeur (parallèlement à l'arbre), comme celle de la bande GôH, est égale à la distance qu'il y a entre les deux fonds du tambour : une de leurs extrémités est constamment appuyée contre le bord extérieur de l'excentrique D, et l'autre l'est contre la paroi concave de l'intervalle *aaa* ; de sorte que, pareilles à des cloisons, elles divisent cet intervalle en cases séparées.

Lorsqu'on met la machine en mouvement, que la roue BB' va de b vers B', la languette I, après avoir passé le point b, laisse derrière elle un vide, et, dès qu'elle est au-delà de l'ouverture c, l'eau entre pour le remplir. La languette I', qui vient ensuite, pousse devant elle cette eau, lui fait parcourir l'intervalle *aaa*, la force à passer par l'orifice d, et à monter dans le tuyau F. Ainsi successivement ; et l'on a un mouvement et un jet continu.

D'après ce qui vient d'être dit, pour que la machine élève toute

l'eau possible, il faut que le fluide soit très exactement retenu dans les cases, qu'il ne puisse passer de l'une à l'autre, et par conséquent que la boîte mobile et les languettes joignent parfaitement les deux fonds du tambour, sans toutefois y occasionner un frottement considérable; et, pour qu'il en soit ainsi, il faut une grande perfection dans l'ajustage des pièces de la machine. Lors même que cette perfection existerait à la sortie des mains de l'artiste, il est à craindre qu'elle ne soit altérée par un long travail, par l'élévation des eaux sales, etc., et qu'au bout d'un certain temps, l'effet utile ne devienne bien inférieur à ce qu'il était primitivement : celui-ci, dans une expérience faite par MM. Molard et Mallet, aurait été les  $\frac{44}{100}$  de la force employée à le produire.

## CHAPITRE II.

### DE LA VIS D'ARCHIMÈDE.

Parties  
et  
dimensions.

458. Si sur la surface d'un cylindre en bois on trace une hélice à plusieurs circonvolutions ou *spires*, et que, dans une rainure entaillée suivant cette courbe, on plante de petites planches toutes d'une même hauteur et joignant bien les unes contre les autres, leur ensemble présentera comme un filet de vis très saillant et d'une épaisseur uniforme; et si ensuite on le revêt, avec des douves, d'une enveloppe cylindrique, le tout constituera une *vis d'Archimède*. L'enveloppe en sera le *canon*, les planches formant le filet de vis en seront les *marches*, et le cylindre plein en sera le *noyau*; l'espace compris entre lui, le canon et le filet, formera un *canal hélicoïde*.

Dans les vis ordinaires, on a sur le même noyau trois filets équidistans, et par conséquent trois canaux. Le diamètre de la vis, qui est le diamètre intérieur du canon, varie de 0<sup>m</sup>325 à 0<sup>m</sup>65; celui

du noyau en est le tiers; et la longueur de la vis est de douze à dix-huit fois le diamètre, selon qu'il est plus ou moins fort. L'angle que l'hélice fait avec l'axe, ou plutôt avec une ligne droite tracée sur le noyau et par suite parallèle à l'axe, a subi bien des variations; les anciens Romains ne lui donnaient que  $45^{\circ}$ ; à Toulouse, d'après des descriptions venues de Hollande, on lui donne environ  $54^{\circ}$ : les constructeurs de Paris le font généralement de  $60^{\circ}$ ; et Eytelwein, dans une petite vis qu'il a fait faire avec soin, a été jusqu'à  $78^{\circ}$ . A l'extrémité supérieure de l'axe est une manivelle, et à l'extrémité inférieure est un pivot qui est reçu par une crapaudine en-châssée dans un des petits côtés du châssis servant de support à la machine.

459. Si on l'établit sur une masse d'eau, en lui donnant une inclinaison moindre que celle de l'hélice sur l'axe, et qui est ordinairement de  $30^{\circ}$  à  $45^{\circ}$ , et qu'on lui imprime un mouvement de rotation dans un sens contraire à celui des hélices, l'orifice inférieur des canaux, en passant dans l'eau, en puisera une certaine quantité; qui s'élèvera de spire en spire et viendra sortir par l'orifice supérieur.

Usage.

La vis est particulièrement employée à l'épuisement des eaux qui sont dans les endroits où l'on veut poser à sec les fondations de quelque construction d'architecture hydraulique, pile de pont, radier d'écluse, etc. Sa simplicité, le peu d'espace qu'elle occupe, la facilité avec laquelle on la transporte et l'établit, celle avec laquelle on peut en établir plusieurs presque sur un même point, font qu'elle est généralement employée à de pareils épuisemens,

même de préférence à d'autres machines qui ont sur elle quelques avantages sous d'autres rapports. Elle était bien connue des anciens ; et le nom du grand homme qu'elle porte , indique qu'elle l'était il y a plus de vingt siècles. Vitruve, qui vivait dans les premiers temps de l'ère chrétienne, en fait mention , et ce qu'il en dit montre qu'à cette époque sa construction était peut-être aussi bien entendue que de nos jours.

*Jeu de la vis.* 460. Je tâche de donner une idée précise de la manière dont l'eau s'y élève.

*Fig. 84.*

Pour plus de simplicité, prenons une vis formée par un tube plié et contourné sur un cylindre. Plaçons-la d'abord horizontalement : si, par l'orifice de la base, ou partie inférieure, on introduit une petite boule ; en roulant, comme sur un plan incliné, elle s'avancera vers l'autre extrémité du tube, et elle s'arrêtera sur le point le plus bas de la première spire : qu'on fasse tourner la machine, le point sur lequel elle repose s'élèvera ; elle l'abandonnera, et, comme en descendant, elle passera sur le point subséquent ; et successivement sur les autres, restant toujours au même niveau, mais s'avancant vers l'autre orifice du tube, qu'elle finira par atteindre et franchir. Inclinaison maintenant la machine, mais d'une assez petite quantité, et introduisons de nouveau la boule par l'orifice de la base : elle ira encore se placer sur le point le plus bas de la première spire ; lorsqu'il s'élèvera par suite du mouvement de rotation, elle passera sur le suivant, qui se sera aussi élevé mais d'une moindre quantité : de cette manière, d'un mouvement tout à la fois

progressif et ascensionnel, elle gagnera l'ouverture supérieure : elle sera montée pour ainsi dire en descendant, le plan qui la portait montant plus qu'elle. Si l'inclinaison de la vis eût été telle qu'il n'y eût pas eu, dans l'hélice, de point plus bas que celui sur lequel la boule s'est d'abord placée, elle y serait constamment demeurée. Enfin, si l'inclinaison eût encore augmenté, la boule n'aurait pu entrer ; et si on l'eût introduite par l'orifice supérieur du tube, elle serait descendue en suivant toutes ses circonvolutions, et serait sortie par la bouche inférieure.

Ce que nous venons de dire d'une boule convient également à de l'eau que l'on ferait entrer, par la base, dans le tube hélicoïde. Elle se porterait sur le point le plus bas de la spire ; elle s'y élèverait de part et d'autre, dans les deux branches jusqu'au niveau du point le plus élevé de la branche d'entrée. L'arc de la spire contenant toute l'eau qu'il peut alors admettre, est l'*arc hydrophore* de la vis. Si après que celui de la première spire est plein, on fait faire une révolution à la machine, l'eau qu'il contenait se sera avancée, comme la boule, du double mouvement progressif et ascensionnel, et elle se trouvera dans l'arc hydrophore de la seconde spire : elle aura été remplacée, dans la première, par une nouvelle et égale quantité d'eau. Aux révolutions suivantes, ces deux eaux, ainsi que celles qui les suivront, monteront de spire en spire, jusqu'à l'orifice de sortie. Ensuite, à chaque révolution, la vis versera évidemment une quantité d'eau égale à celle que peut contenir l'arc hydrophore.

Quantité  
dont la vis  
doit plonger  
dans  
le puisard.

461. Mais pour qu'il en soit ainsi, il faut que la base de la vis soit enfoncée dans le puisard d'une certaine quantité.

Il faut qu'elle le soit au moins jusqu'à un point tel que la bouche du tube hélicoïde, après avoir traversé, dans sa rotation, l'eau du puisard, en arrivant à sa surface, se trouve au sommet de l'arc hydrophore de la première spire ; alors cet arc se remplira entièrement ; et il est évident qu'il n'en saurait être ainsi, si le niveau du réservoir était au-dessous de ce point, dont nous déterminerons bientôt la position. — Lorsque la bouche, en poursuivant sa rotation, aura dépassé ce niveau, l'air de l'atmosphère entrera dans le tube, y prendra la place délaissée par l'eau, et à la fin de la première révolution il remplira la partie supérieure de la première spire, celle qui est au-dessus de l'arc hydrophore. Il en sera de même pour les spires suivantes : l'eau et l'air y seront disposés comme l'indique la figure ; chacune des colonnes du premier fluide sera entièrement supportée par sa spire ; elle n'exercera aucune pression sur les colonnes inférieures, et partout l'air sera à la même densité que dans l'atmosphère.

Il n'en serait plus de même si le niveau du puisard s'élevait au-dessus du sommet du premier arc hydrophore, quoique l'orifice du tube se retrouvât, encore pendant quelques instans de sa révolution, hors de l'eau. L'air s'introduirait bien dans les spires ; mais l'eau en occuperait plus que l'arc hydrophore : elle s'élèverait dans la branche ascendante au-dessus du sommet de cet arc, c'est-à-dire au-dessus du sommet de la branche descendante : de tout cet excès, elle pèserait sur la colonne inférieure, et comprimerait l'air compris entre elles. Souvent cet air, tendant à reprendre sa densité, traverse la colonne qui est au-dessus. D'un autre côté, et par suite des mouvemens qui ont lieu, et de la manière irrégulière dont l'eau et l'air se disposent réciproquement, le dernier de ces fluides se trouve raréfié dans certaines parties ; et l'on voit l'air de l'atmosphère s'introduire dans le tube, traverser brusquement l'eau de quelques spires et aller rétablir l'équilibre : ces secousses et ces mouvemens irréguliers diminuent notablement le produit de la machine.

Enfin, lorsque la base plonge entièrement dans le puisard, l'air ne peut plus s'introduire dans la vis : il n'y entre que de l'eau. Si la vitesse de rotation était très forte, la force centrifuge qui en résulte pourrait élever cette eau et la faire verser par l'orifice supérieur, comme dans le cas mentionné au n° 397.

Mais, avec une vitesse moindre, l'eau n'atteindra qu'une certaine hauteur dans le tube ; formant un toit continu, elle pesera de toute sa hauteur verticale sur l'orifice d'entrée, et son poids compensera l'effet de la force centrifuge. Dans les grandes machines, l'air qui se trouve déjà dans les canaux hélicoïdes et celui qui y arrive par l'ouverture supérieure produisent encore l'irrégularité dans les mouvemens et la diminution de produit dont il a été déjà question. Toutefois, lorsque les canaux sont très grands, et que la machine est convenablement disposée et inclinée, l'air extérieur pouvant arriver sans commotion dans toutes les spires, ces inconvéniens ne se présentent plus, et l'on obtient à peu près le produit ordinaire.

Eytelwein, qui a fait une étude particulière des mouvemens de l'eau dans les diverses espèces de vis, a publié une suite d'expériences qui montre le mauvais effet du trop grand ou trop faible enfoncement de la base dans l'eau à épuiser, au moins avec des vis à petit canal : je donne ici quelques-uns des résultats obtenus. On s'est servi d'un modèle de vis exécuté avec un grand soin : il avait 0<sup>m</sup>156 de diamètre et 1<sup>m</sup>10 de long : il portait deux canaux hélicoïdes, coupant l'axe sous un angle de 78° 21', et ayant dans le sens du rayon 0<sup>m</sup>042 de hauteur. Cette vis fut établie sur un réservoir, en faisant un angle de 50° avec l'horizon ; et lorsqu'elle donnait le plus grand produit, le niveau était à 0<sup>m</sup>013 au-dessus du centre de la base. J'indique dans la première colonne ci-contre la hauteur de l'eau au-dessus ou au-dessous du centre de la base ; et dans la seconde, le volume d'eau élevé à chaque révolution.

| HAUTEUR<br>du<br>niveau. | PRODUIT<br>par<br>révolut. |
|--------------------------|----------------------------|
| mét.                     | litres.                    |
| + 0,122                  | 0,230                      |
| + 0,055                  | 0,260                      |
| + 0,025                  | 0,276                      |
| + 0,015                  | 0,297                      |
| + 0,013                  | 0,344                      |
| + 0,010                  | 0,337                      |
| + 0,005                  | 0,315                      |
| - 0,006                  | 0,306                      |

Théorie  
de la vis,  
le canal étant  
très étroit.

Quelque ancienne et quelque simple que soit la vis d'Archimède, la théorie de cette machine telle qu'on l'emploie n'existe pas encore. Les essais de quelques savans mathématiciens sont loin de mettre à même d'en déterminer exactement les effets. Celle que Bernoulli et la plupart des auteurs ont donnée n'embrasse guère que le cas inusité d'un tube de très petit diamètre roulé en spirale sur un cylindre : je vais en exposer d'une manière élémentaire les principaux points, et comme donnant de premières notions, et pour ne pas laisser une lacune dans cet ouvrage.

Soit, en projection verticale, AMCN l'axe du tube hélicoïde

Fig. 85.

enroulé sur le cylindre ABED, et *anoma* le cercle projection de la base du cylindre sur un plan perpendiculaire à son axe. Par le point F de l'arc AMN'C, menons la tangente GH; elle fera, avec l'arête OI, un angle IFH que nous désignerons par  $\alpha$ ; et par l'extrémité B de AB menons l'horizontale BK, l'angle EBK, ou  $b$ , mesurera l'inclinaison de la vis.

462. Déterminons la longueur de l'arc hydrophore MCN.

Et d'abord la hauteur LP d'un point quelconque L de l'hélice au-dessus du plan horizontal BK. Projétons L en  $l$  sur la circonférence du cercle de la base, et menons l'horizontale  $Lr$ , on aura  $LP = Lr + rP$ . Pour plus de simplicité, faisons le rayon  $or = r$ ; désignons par  $\alpha$  la longueur de l'arc  $Al (= \alpha l)$ ; l'angle que l'hélice fait en A avec le plan de la base étant le complément de  $\alpha$ , on trouvera  $Lr = Ll \sin b = Al \cot \alpha \sin b = \alpha \cot \alpha \sin b$ . On aura encore  $rP = lq = lB \cos b = sb \cos b = (1 + \cos \alpha) \cos b$ . Donc  $LP = \alpha \cot \alpha \sin b + (1 + \cos \alpha) \cos b$ .

Le sommet ou commencement de l'arc hydrophore de la spire ACD doit être en M, point le plus élevé au-dessus de BK. Il correspond en conséquence à la valeur *maxima* de LP. Différenciant l'expression ci-dessus, égalant la différentielle à zéro, il vient  $\sin \alpha = \cot \alpha \tan b$ ; ce qui donne la valeur de l'arc  $\alpha$ , ou *am*, pour le cas du *maximum*. Appelant  $m$  cette valeur particulière au point M, on a, pour la hauteur de ce point au-dessus de BK,  $m \cot \alpha \sin b + (1 + \cos m) \cos b$ .

Si par M on imagine un plan horizontal, le point N où il coupe la branche ascendante de la spire sera la fin de l'arc hydrophore; puisque le commencement et la fin doivent être de niveau. Projétons N sur la circonférence de la base; il tombera au point  $n$ ; appelons  $n$  l'arc  $bn$ ; l'arc de cercle *ambn* correspondant à l'arc d'hélice AMCN sera  $\pi + n$ ; et pour l'élévation de N au-dessus du plan horizontal passant par B, on aura  $(\pi + n) \cot \alpha \sin b + [1 + \cos(\pi + n)] \cos b$ .

Cette élévation doit être égale à celle du point M. Égalant les deux expressions\* et réduisant, il vient  $(\pi + n) \sin m + \cos(\pi + n) = m \sin m + \cos m$ : équation d'où l'on déduira la valeur de  $n$ , par voie de substitutions successives.

Cette valeur étant trouvée, on connaîtra l'arc *mbn* correspondant à l'arc hydrophore MCN. Mais un arc d'hélice est égal à l'arc de cercle correspondant augmenté dans le rapport du rayon des tables au cosinus de l'angle compris entre les deux arcs, c'est-



à dire divisé par ce cosinus, l'arc de cercle est  $\pi - m + n$ , l'angle compris entre les deux arcs est  $90^\circ - a$ ; la longueur de l'arc hydrophore sera donc  $\frac{\pi + n - m}{\sin a}$ ; et, pour un cylindre dont  $r$  serait le rayon,

$$r \frac{\pi + n - m}{\sin a}.$$

463. Si  $s$  est la section du tube hélicoïde, le volume d'eau élevé, à chaque tour de vis, sera l'expression ci-dessus multipliée par  $s$ .

Appelant  $N$  le nombre de tours que la vis fait en un temps donné,  $L$  sa longueur hors de l'eau, et observant que la hauteur de l'élévation est  $L \sin b$ , nous aurons, pour valeur de l'effet utile, durant ce temps.

$$NLs r (\pi + n - m) \frac{\sin b}{\sin a}.$$

464. L'expression  $\sin m = \cot a \tan b$ , obtenue en différenciant et égalant à zéro la valeur générale de l'élévation d'un point quelconque de la première spire, convient également au cas du *maximum* et du *minimum*: elle donne la plus petite comme la plus grande élévation. De plus  $\sin m$  appartient tout aussi bien à l'arc  $am'$  qu'à l'arc  $am$ , en prenant  $bm' = am$ . En conséquence, si l'on projette le point  $m'$ , sur l'arc hydrophore,  $M'$  qui en est la projection, sera le point le plus bas de l'arc, comme  $M$  en est le point le plus élevé.

L'expression  $\cot a \tan b$  représentant un sinus ne saurait excéder 1. Lorsqu'elle lui sera égale, les arcs  $am$  et  $am'$  deviendront  $ao$ ; les points  $M$  et  $M'$  se confondront au point  $F$ ; il n'y aura plus d'arc hydrophore, il n'y aura plus d'eau élevée. Mais  $\cot a \tan b = 1$  donne  $\tan b \frac{1}{\cot a} = \tan a$ , ou  $b = a$ ; c'est-à-dire que lorsque l'angle d'inclinaison sera égal à l'angle que l'hélice fait avec l'arête du cylindre, le vauement cessera; pour qu'il ait lieu, il faut donc que le premier de ces angles soit plus petit que le second, ainsi que nous l'avons déjà remarqué (459).

Celle des valeurs de  $b$  qui donne le plus grand effet est implicitement renfermée dans l'expression de l'effet ci-dessus. Pour une même vis, mue avec la même vitesse, il n'y a de variable dans cette expression que  $\sin b (\pi + n - m)$ , et il faudra déterminer la valeur de  $b$  qui rend cette quantité un *maximum*.

465. D'après ce qui a été dit au commencement du n° 461, pour que l'arc hydrophore prenne toute l'eau qu'il peut contenir, il faut que le niveau du fluide dans le puisard s'élève jusqu'au point  $m$ , ou au point  $p$  qui est sur la même horizontale; et par conséquent il faut qu'il s'élève au-dessus du centre de la base de la quantité  $op = r \cos m = r \sqrt{1 - (\cot a \tan b)^2}$ . Pour l'élévation verticale, on aurait

$$r \cos b \sqrt{1 - (\cot a \tan b)^2}.$$

Influence  
de la vitesse  
sur  
le produit.

466. Dans ce qui vient d'être dit, on a supposé que l'arc hydrophore avait le temps de se remplir d'eau et on n'a pas tenu compte de la vitesse. Elle a cependant une grande influence sur la grandeur du produit, surtout lorsque le bas de la vis plonge entièrement dans l'eau. Cette influence est montrée par des expériences d'Eytelwein. Elles ont été faites avec la petite vis dont il a été déjà question, et sous une inclinaison de  $50^\circ$ . Dans une première suite l'extrémité de la vis plongeait entièrement dans l'eau; circonstance défavorable, et dont les désavantages ne sont pas assez sentis par les ouvriers. La seconde a été faite dans la circonstance la plus favorable, celle où la base de la vis n'était enfoncée que de la quantité convenable (465). Dans la pratique, pour qu'il en soit à peu près ainsi, il suffira d'établir la vis de manière que le bout du diamètre vertical du noyau saille un peu au-dessus de cette surface.

| NOMBRE<br>de<br>révolut.<br>en tr. | EAU<br>élevée<br>par<br>révolut. |
|------------------------------------|----------------------------------|
|                                    | litres.                          |
| 22                                 | 0,283                            |
| 41                                 | 0,267                            |
| 51                                 | 0,252                            |
| 74                                 | 0,230                            |
| 121                                | 0,195                            |
| 56                                 | 0,322                            |
| 60                                 | 0,337                            |
| 73                                 | 0,344                            |
| 85                                 | 0,351                            |
| 98                                 | 0,351                            |
| 120                                | 0,337                            |

En comparant les termes des deux séries on la vitesse de la machine a été à peu près la même, on voit que lorsque l'extrémité inférieure plongeait entièrement dans l'eau, le produit a été d'environ un tiers moindre.

Effet réel  
de la vis.

467. Venons à l'effet dont nos grandes vis sont réellement capables.

Je le fais connaître, en donnant, dans le tableau suivant, celui qui aurait été produit, d'après l'expérience, par trois machines de  $1^{\text{re}}$ ,  $1^{\text{re}}_{\frac{1}{2}}$  et  $2^{\text{e}}$  de diamètre, et on ne dépasse guère ces limites. J'indique la longueur et la vitesse de chacune, ainsi

que l'angle d'inclinaison sous lequel elle finissait de verser de l'eau ; angle qui en théorie serait égal à celui que fait l'hélice avec l'axe (464). Le plus grand effet a été produit sous l'angle de  $30^\circ$  : je l'ai pris pour unité, et je lui ai comparé ceux qu'on a obtenus sous différens angles : cette comparaison montre la très grande influence de l'inclinaison.

| Angle d'inclinaison. | Diamètre = $0^m 32.5$<br>Longueur = $5^m 84.7$<br>Révolut. en 1' = 90<br>Lim. de l'incl. = $60^\circ$ |                      |                   | Diamètre = $0^m 48.7$<br>Longueur = $8^m 44.0$<br>Révolut. en 1' = 60<br>Lim. de l'incl. = $62^\circ$ |                      |                   | Diamètre = $0^m 65$<br>Longueur = $7^m 70.6$<br>Révolut. en 1' = 47<br>Lim. de l'incl. = $65^\circ$ |                      |                   |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------|
|                      | Eau élevée en 1 heure.                                                                                | Hauteur de l'élevat. | Soite des effets. | Eau élevée en 1 heure.                                                                                | Hauteur de l'élevat. | Soite des effets. | Eau élevée en 1 heure.                                                                              | Hauteur de l'élevat. | Soite des effets. |
|                      | mét. c.                                                                                               | mét.                 |                   | mét. c.                                                                                               | mét.                 |                   | mét. c.                                                                                             | mét.                 |                   |
| $30^\circ$           | 49,1                                                                                                  | 2,74                 | 1,00              | 129,6                                                                                                 | 3,77                 | 1,00              | 239,1                                                                                               | 3,25                 | 1,00              |
| 15                   | 35,0                                                                                                  | 3,08                 | 0,93              | 102,8                                                                                                 | 4,46                 | 0,94              | 205,7                                                                                               | 4,00                 | 0,97              |
| 40                   | 21,7                                                                                                  | 3,43                 | 0,74              | 67,9                                                                                                  | 5,14                 | 0,71              | 137,1                                                                                               | 4,55                 | 0,74              |
| 45                   | 15,4                                                                                                  | 3,77                 | 0,50              | 37,0                                                                                                  | 5,83                 | 0,44              | 74,0                                                                                                | 5,03                 | 0,44              |
| 50                   | 8,7                                                                                                   | 4,11                 | 0,31              | 14,4                                                                                                  | 6,17                 | 0,18              | 25,3                                                                                                |                      |                   |
| 55                   | 2,6                                                                                                   | 4,46                 | 0,10              | 5,1                                                                                                   | 6,51                 | 0,07              | 10,4                                                                                                | 5,44                 | 0,07              |

Quoique les volumes d'eau indiqués au tableau aient été admis, comme résultats d'expérience, par une commission d'ingénieurs ; cependant comme ils ont été présentés par un constructeur de vis d'Archimède (1), on peut craindre qu'il n'y ait de l'exagération ; et dans l'application, il ne faudra guère compter que sur les deux tiers du produit indiqué.

Il semble que les quantités d'eau élevées par ces machines, réduction faite à un même nombre de révolutions en un même temps, devraient être proportionnelles à la capacité de l'arc hydrophore, et par conséquent au cube des diamètres, si les vis étaient des solides semblables ; cependant je trouve que ces quan-

(1) *Traité des machines*, pages 187 et 188.

tilés sont assez sensiblement proportionnelles à la puissance 3<sup>e</sup> du diamètre, ou à  $D^3$ . En conséquence et réduisant d'un tiers les quantités portées au tableau de la page précédente, les volumes d'eau élevés en une heure, sous divers angles d'inclinaison, par une vis d'un diamètre donné  $D$ , seraient tels que les indique le tableau ci-contre.

| Angle d'inclinaison, | EAU élevée en 1 <sup>e</sup> par 40 révolutions. |
|----------------------|--------------------------------------------------|
|                      | mèt. cub.                                        |
| 30°                  | 805 $D^3$                                        |
| 35                   | 638 .                                            |
| 40                   | 492 .                                            |
| 45                   | 230 .                                            |

Nombre d'ouvriers à employer.

468. Les vis sont habituellement mises en jeu par des hommes qui agissent indirectement sur la manivelle à l'aide de tirans ou balanciers, auxquels ils imprimant un mouvement de va-et-vient que la manivelle convertit en mouvement de rotation. — Quel est le nombre d'hommes à employer pour produire un effet donné?

Une vis de 0<sup>m</sup>49 de diamètre et de 5<sup>m</sup>85 de longueur employée à des épuisemens par M. l'ingénieur Lamandé, mue par neuf hommes travaillant deux heures de suite et puis relevés par un pareil nombre, inclinée d'environ 35°, faisant 40 tours par minute, élevait, en une heure de temps, 45<sup>mm</sup> d'eau à 3<sup>m</sup>30. Pour chacun des neuf ouvriers c'était 5<sup>mm</sup> à 3<sup>m</sup>30, ou 16<sup>mm</sup>50 à 1<sup>m</sup> : il ne travaillait que cinq heures dans la journée; ainsi son travail journalier n'était que de 82<sup>mm</sup>50. Dans une autre expérience, six ouvriers, travaillant six heures, élevaient chacun 92<sup>mm</sup>, et par conséquent 15<sup>mm</sup>33 par heure.

D'après ces faits positifs et authentiques, on peut admettre qu'un ouvrier employé à une vis bien disposée peut élever, en une heure de temps, 15<sup>mm</sup> d'eau à 1<sup>m</sup> de hauteur, et qu'il peut travailler de cette manière six heures par jour. Il pourrait même travailler huit heures en vingt-quatre, dans un épui-

sement continu, si les relais étaient convenablement établis: de sorte que le nombre d'ouvriers à affecter à un tel épuisement, serait  $\frac{1}{2} Q' H'$ , ou, pour prévenir tout mécompte,  $\frac{1}{2} Q' H'$ ,  $Q'$  étant le volume d'eau à élever en une heure, et  $H'$  la hauteur de l'élévation.

469. On emploie encore, aux épuisemens, des vis dénuées de canon, consistant simplement en un noyau sur lequel sont les filets hélicoïdes. On les établit sur un canal ou emboîtement semi-cylindrique fait en charpente ou en maçonnerie et ayant l'inclinaison convenable; c'est comme un demi-canon, mais immobile. On ne laisse qu'un très petit espace entre ses parois et les bords des filets. Ces machines, appelées *vis Hydrauliques* (*Wasser-Schraube*) par les Allemands, sont très usitées en Hollande, où elles sont souvent mues par des moulins à vent.

Vis  
hydraulique.

On leur donne une assez forte vitesse, pour qu'une trop grande quantité de l'eau d'abord élevée ne retombe pas dans le puisard, en suivant les parois du canal, avant d'avoir atteint le point de versement. Elles ont l'avantage d'être indépendantes, dans leur produit, de la hauteur de l'eau du réservoir comparativement à leur extrémité, et sans changer de place, elles épuisent un réservoir dont le niveau baisse graduellement. Mais cet avantage est plus que compensé par un inconvénient: très souvent, le noyau, à moins qu'il ne soit gros, fléchit et les bords des filets frottent contre les parois du canal; ce qui dégrade la machine, et donne lieu à une résistance qui absorbe une partie de la force motrice.

470. Je ferai ici une courte mention d'une machine qui a des rapports avec la vis d'Archimède, et que l'on peut employer pour élever de l'eau à d'assez grandes hauteurs: c'est la *pompe spirale*. Elle consiste en un arbre tournant cylindrique ou conique, établi au-dessus d'un réservoir d'eau, et sur lequel est enroulé en hélice un tube de plomb ou de toute autre matière: une de ses extrémités puise l'eau, et l'autre s'emboîte exactement dans le bout recourbé d'un tuyau montant, lequel porte cette eau au point voulu.

Pompe  
spirale.  
Fig. 84.

Cette machine inventée et exécutée, en 1746, par un Terblanquier de Zurich, a été l'objet d'un travail de Daniel Bernoulli, qui en a donné la théorie et qui a proposé des perfectionnemens, lesquels ont été adoptés dans une construction faite à Florence. Depuis, Nicander et Eytelwein s'en sont encore occupés: ce dernier rapporte qu'en 1784 il a été établi une telle pompe près de

Moscou avec un plein succès : elle porte 116 litres, en 1<sup>re</sup>, à 22<sup>m</sup> de distance et 23<sup>m</sup> de hauteur verticale. Cet auteur relève tous les avantages d'une pareille machine et il en recommande l'emploi.

Malgré cette recommandation et ces faits, comme elle est très peu usitée et qu'elle m'est inconnue, je ne saurais entrer dans aucun détail, et je me borne à rappeler le principe qui lui sert de base. — Lorsque la bouche d'entrée puise alternativement de l'eau et de l'air, ces deux fluides s'avancent, de spire en spire, jusqu'au tuyau montant : ils y entrent ; l'air se dégage et s'échappe dans l'atmosphère ; l'eau monte graduellement, et va se verser par le dégorgeoir placé au haut du tuyau. Pendant le mouvement, les deux fluides sont disposés dans les spires de la manière indiquée par la figure ; l'eau d'un côté, et l'air de l'autre ; celui-ci occupant un espace de plus en plus petit. Dans la première spire, à partir de la bouche d'entrée, l'air est chassé, indépendamment du poids de l'atmosphère, de celui de la colonne d'eau de la seconde spire : l'air de celle-ci porte de plus le poids de la troisième colonne ; ainsi de suite, de sorte que dans la dernière spire, celle qui est près du tuyau montant, il est comme chargé du poids d'une colonne d'eau dont la hauteur serait la somme des hauteurs de ce fluide dans toutes les spires. Ce même air supporte, par la force élastique qu'il doit à une telle pression, la colonne d'eau qui est dans le tuyau montant : il pourra donc en supporter une dont la hauteur sera égale à la somme des hauteurs de l'eau dans les spires. Ainsi, la hauteur à laquelle on peut élever l'eau, à l'aide d'une pompe spirale, dépend de la longueur et du nombre des spires du tube hélicoïde.

Vis  
soufflante.

Si l'air comprimé, que nous venons de voir, à la sortie de cette machine, se dégager et s'échapper dans l'atmosphère, était convenablement reçu et dirigé, il produirait un souffle, qu'il serait ensuite facile de rendre à peu près continu. Une vis d'Archimède, contenant aussi, dans ses spires, une alternative des masses d'air et d'eau, pourrait donner un effet analogue, si elle était disposée et mise dans un ordre en quelque sorte inverse de celui qui est suivi pour les épuisemens.

En agissant ainsi, M. Cagniard-Latour, connu des physiiciens par plusieurs inventions, est venu à bout de faire une nouvelle machine soufflante, qui a déjà été employée avec succès à divers usages. C'est une vis d'Archimède d'un grand diamètre comparativement à celui du noyau, qu'on établit dans un bassin rempli

d'eau, en lui donnant une certaine inclinaison, et de manière que le bout supérieur de l'axe soit à peu près sur la surface liquide. Lorsque la vis tourne, la bouche supérieure du canal hélicoïde passant dans l'atmosphère durant une moitié de sa révolution, y prend une certaine quantité d'air, qui se place d'abord au-dessus du premier axe hydrophore, et qui ensuite descend de spire en spire, sort par la bouche inférieure du canal, et tend à s'élever dans l'eau du bassin, ayant une force élastique mesurée par la hauteur de la surface liquide au-dessus de cette bouche.

### CHAPITRE III.

#### DES MACHINES A SEAUX.

(*Seaux, norias, chapelets, roues à godets.*)

472. Dans les machines dont il va être question, l'eau est puisée par un seau, ou engin de ce genre, qui la porte et la verse à la hauteur voulue. On est donc dans le cas où l'on élève immédiatement un poids à une certaine hauteur : il n'y a plus de théorie spéciale; nous n'aurons qu'à donner une idée succincte de la machine dont il s'agira, et qu'à estimer l'effet qu'elle rend dans la pratique, ainsi que le rapport entre cet effet et la force employée à le produire.

Cette force est presque toujours celle d'un homme agissant sur une manivelle, ou d'un cheval attelé à un manège. L'effet utile de la première est de  $5^{km}5$  en 1" (475), et celui de la seconde est de  $40^{km}$  (291) : un homme pourrait donc élever  $20^{mmm}$  d'eau à 1<sup>m</sup>, en une heure de temps; et un cheval 144.

#### ART. 1<sup>er</sup>. *Élévation de l'eau avec des seaux.*

473. Rarement emploie-t-on les seaux isolés à élever de l'eau par un travail continu. Quelquefois

De haque-  
tage.

cependant on a recours à ce moyen ; par exemple, pour des épuisemens qu'il faut faire de suite, et qui ne doivent être que de très courte durée. Plusieurs ouvriers, munis chacun d'un seau ou baquet, et placés dans la fondation ou fosse qu'ils doivent mettre à sec, travaillent à en sortir les eaux. Mais comme à chaque versement ils ont à élever, quelquefois au niveau de leur tête et même au-dessus, non-seulement le poids de l'eau, mais encore celui du baquet, et qu'ils sont en conséquence obligés de prendre des positions gênantes, ils font peu d'ouvrage. D'après Perronet, lorsqu'ils portent l'eau à 1<sup>m</sup>80 d'élévation, ils n'en vident que 0<sup>mm</sup>034 par minute; et le double lorsque l'élévation n'est que de 1<sup>m</sup> : ce ne serait pas moyennement 4<sup>mm</sup> élevés à 1<sup>m</sup> en une heure; et par conséquent la cinquième partie de ce qu'un homme peut faire, quand il emploie la force de ses bras de la manière la plus avantageuse.

Seau  
avec bascule.

474. Lorsqu'on n'a à élever qu'une petite quantité d'eau, de 5<sup>m</sup> à 6<sup>m</sup> de profondeur, et pendant une ou deux heures de la journée, on se sert convenablement d'un seau suspendu à l'extrémité d'une bascule soutenue en l'air par un poteau, et portant à l'autre extrémité un poids qui équilibre la charge: de sorte que l'effort du manœuvre s'exerce presque uniquement pour faire descendre le seau vide. De cette manière, un ouvrier élève de 12 à 15 et même 20<sup>mm</sup> en une heure de temps, selon l'habitude qu'il a d'un tel travail.

Seaux  
sur un treuil.  
Travail à la  
manivelle.

475. Pour des profondeurs plus considérables, la meilleure manière d'employer les seaux est d'en suspendre deux à un treuil par l'intermédiaire d'une



corde, et de façon que l'un monte pendant que l'autre descend. Des manœuvres, agissant sur les manivelles qui sont fixées aux extrémités de l'arbre de rotation, mettent et tiennent la machine en mouvement.

Coulomb, dans son important mémoire sur la *quantité d'action que les hommes peuvent fournir par leur travail journalier, suivant les différentes manières dont ils emploient leurs forces*, examine aussi le cas où l'homme élève de l'eau, ou un poids, à l'aide d'une manivelle, mode d'agir que cet auteur a trouvé être le plus avantageux. A défaut d'expériences directes, il conclut d'observations faites sur les machines d'épuisement, que, dans un travail continu, lequel peut comprendre six heures (216000") sur les huit ou dix que dure la journée de travail, un ouvrier exerce un effort de 7<sup>k</sup> sur une manivelle qui se meut avec une vitesse de 0<sup>m</sup>77 à 0<sup>m</sup>84. De sorte que la quantité d'action journalière ne serait moyennement que de  $7^k \times 0^m8 \times 216000'' = 121000^k\text{m}$  (281). En une heure, c'est 20<sup>mm</sup>17 d'eau élevés à 1<sup>m</sup>.

J'admettrai ce dernier résultat, non pour une heure de travail continu, mais de travail ordinaire, c'est-à-dire entremêlé de momens de repos, qui peuvent prendre un cinquième ou même un quart du temps destiné à l'ouvrage. Un homme peut travailler, dans sa journée, huit heures de cette manière, et par suite élever environ 160<sup>mm</sup>d'eau, ou produire 160000<sup>km</sup> d'action journalière en effet utile.

Une expérience, je ne dirai pas d'un jour ni d'une année, mais de quelques siècles, et dont j'ai été souvent témoin, me porte à adopter une telle conclusion. Je circonscris le fait, comme me paraissant devoir donner une mesure bien positive de l'effet

produit, dans sa journée, par un ouvrier ordinaire, mais exercé, agissant sur une manivelle.

Aux mines de Freyberg en Saxe, un des établissemens de mines les plus considérables de l'Europe, et vraisemblablement le mieux réglé, une grande partie du minerai exploité est élevée des étages inférieurs aux étages supérieurs, à l'aide de treuils ayant  $0^m22$  de diamètre et portant des manivelles dont le rayon ou coude est de  $0^m44$ . La tâche journalière des deux mineurs employés aux manivelles de chacun de ces treuils, est d'élever 120 seaux de minerai d'une profondeur de 20 *lachter* : le *lachter* équivalant à  $1^m982$ , et le seau cube  $0^m033$ ; sa charge, c'est-à-dire le poids des fragmens de roche ou de minerai dont on le remplit, varie de 52 à 60<sup>k</sup>. (1)

Ainsi, dans sa journée, chaque ouvrier produit un effet utile de  $123600^k m$  à  $142700^k m$ . Mais il ne travaille qu'environ six heures et demie sur le treuil : s'il y eût travaillé pendant son poste entier, qui est de huit heures, il aurait produit moyennement  $163860^k m$ . Dans tous les cas, par heure, c'est  $20^m49$  d'eau élevés à  $1^m$ .

Prenant la charge moyenne de 56<sup>k</sup>, et observant que le diamètre de la corde qui porte le seau est de  $0^m0092$ , on trouve que l'effort exercé sur la manivelle par chacun des deux ouvriers, pour équilibrer cette charge, est de  $7^k29$ . La vitesse du point sur lequel ils agissent, en admettant une entière continuité de mouvement pendant les six heures et demie de travail, est de  $0^m781$  (elle sera d'environ  $1^m$  dans les momens de mouvement effectif, et alors nos manivelles ordinaires de  $0^m40$  de coude feront 24 tours en une minute). Ainsi, l'effet utile produit par chacun des deux mineurs sera de  $7^k29 \times 0^m781 = 5^k69$  en  $1''$ .

Pour l'effet dynamique, mesure de la force imprimée par le moteur, les résistances passives de la machine doivent être ajoutées à la charge; elles l'augmenteront d'environ un dixième et porteront ainsi à 8<sup>k</sup> l'effort exercé par chacun des deux ouvriers;

(1) Voyez mon ouvrage *Des Mines de Freyberg en Saxe et de leur exploitation*. Tom. I, p. 208 et *passim*.

Outre les deux ouvriers employés aux manivelles, il y a au fond du puits un manœuvre qui décroche le seau vide qui vient de descendre et il le remplace par un plein : pendant cette opération, un des deux ouvriers des manivelles vide le seau qui vient de monter. \*

de sorte que la quantité d'action qu'il aura développée et imprimée sera de  $8^k \times 0^m_{78} = 6^k_{25}$ ; et, dans la journée de huit heures ou 28800" de travail, elle sera de 180000<sup>km</sup>.

Quelque avantageuse que soit l'élévation du poids à l'aide d'une manivelle, elle n'est cependant pas employée, par l'intermédiaire de seaux, dans les grands épuisemens : la hauteur de l'élévation n'y est pas assez considérable; d'ailleurs les seaux ne se remplissent pas entièrement, ils perdent de leur eau en montant, ils ballottent, ils se choquent, etc.

476. Coulomb, examinant encore la quantité d'action journalière produite par un homme qui élève de l'eau à l'aide de deux seaux fixés aux deux extrémités d'une corde passant sur une poulie de renvoi, ne l'a pas trouvée moitié de celle qui est imprimée à une manivelle; elle n'a été que de 71000<sup>km</sup>. C'est un peu moins que celle qui est fournie par des ouvriers employés à battre et à enfoncer des pilots à l'aide de sonnettes, et que Coulomb estime à 75000<sup>km</sup>.

Seaux  
sur une  
poulie fixe.

#### ART. 2. *Des norias.*

477. Lorsqu'on élève de l'eau à l'aide de seaux portés par un treuil, indépendamment des deux hommes placés aux manivelles, il en faut un troisième au puisard, pour faire que le seau qui y descend se remplisse de suite et entièrement; et la dépense en est augmentée. Quelquefois elle l'est encore par un quatrième ouvrier, qu'on place au haut du puits pour vider les seaux pleins à mesure qu'ils y arrivent.

Idée  
de la noria :  
ses  
avantages  
et inconvé-  
nients.

Pour éviter cette augmentation de dépense, comme pour accroître le volume d'eau élevé, en faisant cesser l'interruption qui a lieu dans l'élévation pendant qu'on vide et remplit les seaux, on en fixe une

suite à une chaîne sans fin, qui passe sur un tambour ou gros treuil établi au-dessus du réservoir dont on veut tirer l'eau. L'extrémité inférieure de la chaîne, ainsi que les seaux qu'elle porte, plongent dans cette eau. Leur ouverture est tournée vers le haut, sur la branche ascendante; et vers le bas, sur l'autre branche. Cette machine, qui porte le nom de *noria*, est mise en mouvement à l'aide de manivelles, ou d'un engrenage placé à l'extrémité de l'axe de rotation du tambour. Les seaux, en passant dans le puisard, s'y remplissent d'eau; ils la portent avec eux le long de la branche qui monte; arrivés au haut, ils s'inclinent en suivant la convexité supérieure du tambour, et ils versent leur eau dans une auge ou un bassin destiné à la recevoir.

478. De cette manière, les seaux se remplissent et se vident d'eux-mêmes, et la continuité du mouvement est parfaitement établie. Mais à côté de ces avantages sont quelques inconvénients; l'eau est nécessairement élevée à une hauteur plus grande que celle du point où elle doit être reçue; et le grand poids de l'attirail, ainsi que ses nombreuses articulations augmentent notablement les résistances passives et les réparations à faire.

Malgré ces défauts, la *noria* est une bonne machine. Elle est très fréquemment employée dans le midi de l'Europe : depuis des siècles, elle sert à l'arrosement de tous les grands jardins aux environs de Toulouse, où elle est mue par un manège..

Description  
d'une *noria*.

479. Il n'y a pas longtemps encore que ses seaux y étaient de simples pots de terre cylindriques; que les chaînes consistaient en des tresses de paille, et

que les rouages étaient des bouts de solive assemblés en double croisillon. Maintenant les seaux sont en bois choisis et peints, ou plus souvent en feuilles de cuivre; les chaînes sont en fer, les engrenages en fonte; et la machine y est assez généralement disposée comme celle qui avait été établie, dès 1781, à Vitry-sur-Seine proche de Paris, et dont la Société d'agriculture de cette capitale a publié la description en 1817, en en recommandant l'usage.

Je ne saurais mieux faire connaître une bonne noria, et les principales dimensions à lui donner, que par la courte description d'une de celles que M. Abadie a établies près de Toulouse.

Le tambour, dans sa coupe verticale, est un hexagone régulier de  $0^m45$  de côté: c'est une lanterne à six fuseaux. Elle est formée par deux plateaux en fonte ayant  $0^m02$  d'épaisseur, distans de  $0^m43$  et réunis par des fuseaux ou boulons en fer de  $0^m03$  de diamètre. Un des plateaux est percé d'une simple ouverture pour le passage de l'axe de rotation, lequel consiste en une pièce de fer de  $0^m054$  d'équarrissage. L'autre présente à son centre comme un moyeu formé de deux anneaux concentriques de  $0^m08$  de saillie ou largeur; le petit, de  $0^m06$  de diamètre, embrasse l'axe; entre lui et le grand, qui a  $0^m13$ , sont six petites cloisons placées dans le sens des rayons: le tout est en fonte et coulé avec le plateau. Entre les deux plateaux, et comme un noyau au milieu du tambour, on fixe horizontalement une pyramide tronquée hexagonale et creuse; sa hauteur est de  $0^m43$ ; le côté de la grande base de  $0^m20$ , et celui de la petite de  $0^m05$ : cette petite base s'applique contre le petit anneau du moyeu, et la grande contre la paroi intérieure du plateau opposé. Ses six arêtes correspondent aux six petites cloisons du moyeu et aux six fuseaux. Entre chaque arête et le fuseau correspondant est une plaque en fonte ou grande cloison, et le tambour se trouve ainsi divisé en six compartimens.

La chaîne a  $13^m72$  de long, et est formée de 28 grands chaînons. Chacun porte un seau fait en feuilles de cuivre: la figure 87 en présente une coupe perpendiculaire à l'axe de rotation: on y a  $AC = 0^m271$ ,  $AB = 0^m21$ ,  $CD = 0^m13$ , et la largeur parallèlement à l'axe est de  $0^m335$ : la capacité du seau est ainsi de 15

litres (elle n'est que moitié dans les norias les plus ordinaires, et qui reviennent à 700 francs environ mises en place). Au milieu du fond CD, est un trou circulaire de 0<sup>m</sup>027 de diamètre, recouvert d'une petite soupape en bois.

Sur les deux côtés opposés de chaque sean sont fixés deux petites lames de fer M, ayant 0<sup>m</sup>005 d'épaisseur, 0<sup>m</sup>032 de large et 0<sup>m</sup>53 de long. Leurs extrémités sont traversées par un boulon de 0<sup>m</sup>08 de diamètre, et de manière que celui qui traverse les extrémités supérieures des bandes d'un seau, traverse aussi les extrémités inférieures des lames du seau qui est au-dessus. C'est ainsi que se forment les chaînons : et il faut avoir grand soin que leur longueur, la distance du boulon à l'autre, soit telle que, dans la partie de la chaîne qui se plie sur la partie supérieure du tambour, les boulons correspondent parfaitement aux fuseaux de la lanterne, c'est-à-dire, aux sommets des angles de l'hexagone.

Une des extrémités de l'axe de rotation porte une roue d'angle verticale, à 23 dents qui engrenent dans celles, au nombre de 38, d'une roue horizontale. Celle-ci est traversée par un arbre vertical en fer de 0<sup>m</sup>054 d'équarrissage et 1<sup>m</sup>10 de long : son extrémité inférieure repose sur une crapaudine, et son extrémité supérieure, disposée en anneau, reçoit le bras du manège, lequel a 4<sup>m</sup> de long.

Sur l'axe horizontal on a encore une roue à rochet destinée à empêcher le mouvement rétrograde.

Lorsque la machine se meut, et que l'extrémité supérieure d'un chaînon arrive à la lanterne, il est comme pris par un fuseau qui l'amène avec lui. Dès qu'en montant, le seau de ce chaînon commence à s'incliner, il commence aussi à verser son eau dans le compartiment qui lui correspond ; et il a fini avant d'avoir atteint la position horizontale, et par conséquent avant d'avoir commencé à descendre. Cette eau descend dans le compartiment ; arrivée au fond, lequel est une des faces inclinées du tronc de pyramide, elle le suit et va sortir par l'ouverture correspondante du moyeu, sans qu'il s'en soit perdu une goutte durant le versement.

Effet  
de la noria.

480. La noria que nous venons de décrire, est établie sur un puits dont le niveau est à 5<sup>m</sup>20 au-dessous de l'axe de rotation. Étant mue par un cheval ordinaire de jardinier, elle élève 23<sup>000</sup> d'eau en une heure, et elle la verse dans un bassin de

réception dont la superficie est à  $0^m07$  au-dessous de l'axe, et par conséquent à  $5^m13$  au-dessus du puisard. Ainsi l'effet utile, en une heure de temps, équivaut à  $118^{mmm}$  ( $= 23 \times 5,13$ ) élevés à  $1^m$ . Nous avons vu (472) qu'un cheval attelé à un manège pouvait en élever 144; on a donc ici une perte de 18 pour cent.

M. Navier rapporte qu'une noria, employée à des épuisemens auprès de Paris, menée par deux chevaux, élevait, en une heure,  $70^{mmm}12$  d'eau à  $3^m60$  de hauteur; ce serait par cheval  $126^{mmm}$  à  $1^m$ ; et la perte ne serait que de 12 centièmes. Elle est habituellement beaucoup plus forte; elle va de 20 à 30 pour 100.\*

Elle provient de deux causes : 1° de ce que les seaux en montant laissent retomber une partie de l'eau qu'ils avaient d'abord puisée; quoique cette partie n'arrive pas jusqu'au bassin de réception, elle n'en a pas moins pesé pendant quelque temps, et résisté à l'action du moteur : 2° de ce que la machine élève toujours les eaux plus haut que la surface du bassin, surface qui est nécessairement un peu au-dessous de l'axe de rotation.

On aura égard à la première de ces pertes et à quelques autres causes de déchet, en réduisant de 144 à  $120^{mmm}$  le volume d'eau qu'un cheval doit élever à  $1^m$  en une heure. On aura égard à la seconde, en diminuant ces  $120^{mmm}$  dans le rapport de  $H$  à  $H + r'$ ,  $H$  étant la hauteur de la surface du bassin au-dessus de celle du puisard, et  $r'$  étant la distance verticale entre la première de ces surfaces et le point culminant auquel l'eau est portée;  $r'$  sera

d'ordinaire le rayon du tambour augmenté d'un à deux décimètres.

En conséquence l'effet utile qu'un cheval peut produire, en une heure, à l'aide d'une noria, est exprimé, en mètres cubes d'eau élevés à 1<sup>m</sup>, par  $120 \frac{H}{H+r}$ . Ainsi le volume d'eau qu'il peut élever à une hauteur H sera  $\frac{120}{H+r}$ .

Il suit de là que le nombre de chevaux à employer à une ou plusieurs norias pour élever un volume d'eau Q<sup>mm</sup>, en une heure de temps et à une hauteur H, est Q'  $\frac{(H+r')}{120}$ .

Effet  
dynamique.

481. M. l'ingénieur Emmery a fait quelques expériences pour déterminer le rapport entre l'effet utile de la noria et la quantité d'action développée par des hommes employés à le produire. Dans une d'elles, cinq forts ouvriers, agissant à la fois et exerçant sur les manivelles un effort de 46<sup>1</sup>38, avec une vitesse de 0<sup>m</sup>838, ont élevé, en une heure, 25<sup>mm</sup>50 à 3<sup>m</sup>60 : ce qui donne 0,657 pour le rapport cherché.

Dans les bonnes pompes, ce rapport est plus grand : aussi, tant qu'on pourra avoir et de telles pompes et les moyens de les entretenir, elles seront à préférer. Dans le cas contraire, et si les machines ne doivent jouer que par intervalles, on établira des norias, le forgeron du plus petit village étant capable de faire les réparations dont elles auraient besoin.

### ART. 3. Des chapelets.

Les chapelets, qui sont aussi une suite de seaux, mais d'une espèce particulière, étaient autrefois presque exclusivement employés aux grands travaux d'épuisement; ils ne le sont aujourd'hui que lorsque les localités ne permettent pas un usage facile de la vis d'Archimède. On les distingue en *verticaux* et *inclinés*.



482. Le chapelet vertical, ou pompe à chapelet, consiste : 1° en un tuyau cylindrique de bois, appelé *buse*, ayant de 4 à 6<sup>m</sup> de long et de 0<sup>m</sup>13 à 0<sup>m</sup>16 de diamètre; son extrémité inférieure plonge dans l'eau à épuiser : 2° en un hérisson établi au-dessus de la buse, et armé de griffes en fer; il est traversé par un arbre tournant garni de manivelles à ses extrémités : 3° en une chaîne sans fin portant de distance en distance, de mètre en mètre, des grains ou *patenôtres*, formés chacun d'une rondelle de cuir gras comprise entre deux platines en fer : 4° enfin en une lanterne placée au bas de la chaîne pour la tenir tendue et la diriger convenablement. Voyez dans l'*Architecture hydraulique* de Bélidor les détails de la construction et de l'établissement de ces machines.

Lorsque le chapelet est en mouvement, les griffes du hérisson saisissent successivement les chaînons, et la chaîne monte. Le patenôtre qui arrive à l'orifice inférieur de la buse, y prend l'eau qui est au-dessous du précédent; il intercepte sa communication avec le réservoir, et il l'élève avec lui jusqu'au dégorgeoir.

Le chapelet vertical convient particulièrement aux épuisemens où l'on a à verser l'eau à plus de 4<sup>m</sup> de hauteur : son attirail est moins compliqué et moins pesant que celui de la noria, et il offre moins de résistance. Il laisse retomber, il est vrai, une assez grande quantité d'eau, qui passe entre les cuirs et les parois de la buse, surtout lorsque la vitesse est petite. On diminue cette perte en soignant l'entretien de la machine; et particulièrement en adap-

tant, à l'extrémité inférieure de la buse, un tuyau de métal bien alésé, d'un diamètre un peu plus petit, et d'une longueur excédant un peu la distance qu'il y a d'un patenôtre à l'autre.

On emploie de quatre à huit hommes à la fois sur un chapelet : ses manivelles ont 0<sup>m</sup>40 de coude et font de 20 à 30 tours par minute. Les ouvriers sont relevés de deux en deux heures; chacun travaille huit heures dans la journée, et il en faut de douze à vingt-quatre, divisés en trois relais, pour épuiser jour et nuit.

483. Perronet, qui a eu jusqu'à vingt-deux chapelets sur un même endroit des fondations du pont d'Orléans, a constaté leur effet utile (1). Dans une expérience sur un d'eux, mu par quatre hommes, qui faisaient faire 30 tours à la manivelle, on a élevé à 4<sup>m</sup>872, 0<sup>mm</sup>5142 en 108''; ce qui ferait 17<sup>mm</sup>14 en une heure; et, par homme, 20<sup>mm</sup>88 élevés à 1<sup>m</sup>, dans ce temps. Perronet admet 25 tours de manivelle en travail ordinaire, et par suite, 17<sup>mm</sup>40 par heure. Il conviendrait peut-être encore, pour la pratique ordinaire, de n'admettre que 20 tours, et on n'aura plus que 13<sup>mm</sup>92 pour la quantité d'eau élevée (en faisant abstraction du plus grand déchet dû à une moindre vitesse). Ce résultat concorderait avec celui qu'on déduit des observations de l'ingénieur Boistard sur trois chapelets d'environ 0<sup>m</sup>15 de diamètre et 3<sup>m</sup>50 de hauteur; en admettant qu'un cinquième de temps (1 sur 5,14) est pris par les momens de repos, et que le déchet est d'un sixième de l'eau d'abord puisée, on trouve que le volume d'eau

(1) *Oeuvres de Perronet*, édition in-4°, . 250.

élevé, en une heure et à 1<sup>m</sup>, par chacun des six ou huit ouvriers employés en même temps, est, pour les trois chapelets respectifs, de 15<sup>mm</sup>67, 12<sup>mm</sup>77 et 12<sup>mm</sup>44; terme moyen 13<sup>mm</sup>63.

En l'adoptant, le nombre d'hommes travaillant huit heures par jour, à employer à un épuisement continu, pour élever, à l'aide de chapelets verticaux, et en une heure de temps, Q<sup>mm</sup> d'eau à une hauteur H, serait 0,22Q'H.

484. Dans le chapelet incliné, la buse n'est plus qu'une auge rectangulaire et les patenôtres sont de simples palettes en bois. La branche descendante de la chaîne repose ou sur le dessus de l'auge si elle est couverte, ou sur une sorte de plancher établi au-dessus si elle ne l'est pas. Entre ses joues et les bords latéraux des palettes on ne laisse que 6 à 7 millimètres d'intervalle.

- On peut voir dans l'*Architecture hydraulique* et dans le *Traité des machines* la description détaillée de quelques-unes de ces machines.

Soit ABHI la coupe d'une portion de chapelet : faisons la hauteur des palettes  $AB = h$ ,  $BD = a$ , la largeur de la palette  $= b$ , l'angle d'inclinaison  $HFG = i$ ; abstraction faite de l'intervalle entre les parois de la buse et les bords des palettes, le volume d'eau contenu entre deux palettes consécutives sera  $\frac{1}{2}ab(2h - a \tan i)$ . En nommant L la longueur de la buse, N le nombre de palettes qui y passe dessus dans un temps donné, en observant que  $L \sin i$  est la hauteur à laquelle l'eau est élevée, on aura, pour expression de l'effet utile produit dans ce temps,

$$\frac{1}{2} N a b L \sin i (2h - a \tan i).$$

Dans un même chapelet, l'effet sera proportionnel à  $\sin i (2h - a \tan i)$ ; et l'angle  $i$ , qui rendra cette quantité un *maximum*, sera celui sous lequel le chapelet produira le plus grand effet.

485. Le chapelet incliné exige une plus grande

Chapelet  
incliné.

Fig. 88.

forcé motrice que le chapelet vertical, proportionnellement à l'effet produit, à causé du frottement des palettes et de là grande perte d'eau qui a lieu par les intervalles : aussi n'est-il plus en usage maintenant.

Cependant Perronet en avait trois aux épuisemens pour le pont d'Orléans. Un était mu par une roue à aubes et élevait 68<sup>mm</sup> à 4<sup>m</sup> dans une heure. Chacun des deux autres était mis en mouvement par un manège sur lequel douze chevaux agissaient à la fois : les palettes avaient 0<sup>m</sup>203 de large, 0<sup>m</sup>182 de haut, et autant de distance de l'une à l'autre : le produit était estimé à 135<sup>mm</sup>, par heure, élevés à 5<sup>m</sup> (Perronet, p. 247 et 255). Ce ne serait que 56<sup>mm</sup> portés à 1<sup>m</sup> par cheval.

D'après une observation faite lors de la construction du pont de la Charité-sur-Loire, un chapelet incliné, manœuvré par six hommes, portait, en une heure, 20<sup>mm</sup>5 d'eau à 3<sup>m</sup>25 de hauteur : c'était par homme 11<sup>mm</sup>13 portés à 1<sup>m</sup>; ce qui n'est guère que moitié du poids qu'il aurait élevé avec un treuil.

#### ART. 4. Roue à godets.

486. Des seaux ou godets peuvent être adaptés à la circonférence d'une roue à aubes dont la partie inférieure plonge dans un cours d'eau. Ils sont ouverts et disposés de manière qu'au bas de la révolution ils puisent une certaine quantité d'eau, qu'ils versent, lorsqu'ils sont parvenus en haut, dans une auge ou bêche destinée à la recevoir. Nul moyen d'élever de l'eau n'est plus simple et plus économique ; le même courant fournit à la fois la force et la matière dont on a besoin. Aussi, lorsque les localités le permettent, ce mode est-il fréquemment employé, soit pour des irrigations, soit pour divers usages domestiques.

Dans les grands épuisemens, on construit sépa-

rément une roue à godets et une roue à aubes. La première consiste en deux plateaux circulaires, entre lesquels on place et suspend les godets à l'aide d'un axe qui en traverse la partie supérieure et autour duquel ils peuvent se mouvoir. De cette manière, ils demeurent verticaux, et conservent l'eau qu'ils ont puisée jusqu'au sommet de la roue : là, à l'aide d'un mécanisme assez simple, dont on peut voir des exemples dans l'*Architecture hydraulique* et dans le *Traité des machines*, ils s'inclinent, versent leur eau, et puis ils reprennent leur première position. La roue à aubes communique le mouvement à cette roue à godets, soit par un arbre commun, soit de toute autre manière.

487. Perronet a aussi employé, avec beaucoup de succès, une telle machine à l'épuisement des fondations du pont de Neuilly. La roue à aubes était fixement établie en un endroit où le courant avait 0<sup>m</sup>81 de vitesse; et la roue à godets fut portée successivement sur l'emplacement des diverses piles, et jusqu'à une distance de 35<sup>m</sup>. La première roue avait 5<sup>m</sup>85 de diamètre, la largeur de ses aubes était de 6<sup>m</sup>50 et leur hauteur de 0<sup>m</sup>97. La seconde avait 5<sup>m</sup>36 de diamètre; elle portait seize godets ou caisses cubant chacune 0<sup>m</sup>137, mais n'arrivant au point de versement qu'avec 0<sup>m</sup>103 d'eau. Elle élevait, en une heure, 185<sup>mm</sup> à 3<sup>m</sup>25 et 3<sup>m</sup>90; effet pareil à celui d'une douzaine des chapelets verticaux employés au même pont. (*Perronet*, p. 66 et 114.)

488. Nous rapporterons à la roue à godets une machine dont les anciens ont aussi fait un fréquent usage, et à laquelle ils donnaient le nom de *tympan*.

Roue  
à tympan.

Elle présente en effet l'image d'un tympan ou tambour, étant

formée de deux plateaux circulaires et d'une enveloppe cylindrique à laquelle ils servent de base. Elle est divisée, dans l'intérieur, en huit ou un plus grand nombre de compartimens, par des cloisons placées dans la direction des rayons : la surface cylindrique est percée d'une ouverture pour chacun des compartimens : le tambour est traversé par un gros axe ou essieu sur la surface duquel sont autant d'entailles ou cannelures qu'il y a de compartimens.

Lorsque cette machine est convenablement établie sur l'eau à puiser, et qu'on la met en mouvement, chaque ouverture, en passant sous le niveau du réservoir, y puise une certaine quantité d'eau, qui entre dans le compartiment, et va sortir par l'entaille correspondante de l'essieu.

Fig. 89.

489. Au commencement du dernier siècle, Lafaye courba les cloisons suivant la développée du cercle du moyeu et il supprima l'enveloppe convexe.

Le célèbre ingénieur dont nous avons déjà cité les diverses observations sur les machines d'épuisement, en a aussi fait sur cette dernière sorte de tympan. Celui qu'il employait avait 5<sup>m</sup>85 de diamètre, il portait 24 cloisons, et élevait les eaux à 2<sup>m</sup>80 : lorsqu'il plongeait dans l'eau de 0<sup>m</sup>24, douze hommes, marchant sur une roue à chevilles établie sur le même arbre, lui faisaient faire deux tours et demi en une minute, et élevaient 123<sup>mm</sup> d'eau en une heure. (*Perronet*, p. 252.)

L'effet utile de chacun des douze hommes serait de 26<sup>mm</sup>87 élevés à 1<sup>m</sup> en une heure : et nous avons vu que sur un chapelet vertical il n'était que de 17<sup>mm</sup>40. Mais c'est à l'aide d'une roue à chevilles qu'était mu le tympan ; la force de l'homme, lorsqu'il agit sur une telle roue, dépend de son poids, et l'effet produit est en général plus considérable que celui qu'on obtient à l'aide d'une manivelle, dans le rapport de 3 à 2. Malgré l'avantage que nous venons de signaler, le tympan est très peu employé : à moins de lui donner des dimensions extraordinaires, il n'élève les eaux qu'à une petite hauteur, et même avec ses dimensions ordinaires, il est lourd, difficile à établir, et il occupe beaucoup de place dans un chantier : il est, sous ces rapports, l'opposé de la vis d'Archimède.



---

## SECONDE PARTIE.

### DE L'AÉROMÉTRIE.

---

490. Nous établirons dans l'*aérométrie*, science du mouvement des fluides aériformes, et qu'en conséquence on nommerait plus convenablement *aérodynamique*, les mêmes divisions que dans l'hydraulique proprement dite; et nous aurons à y traiter des lois du mouvement : 1° lorsque ces fluides sortent, par l'effet d'une compression, d'un réservoir où ils étaient renfermés : 2° lorsqu'ils se meuvent dans des tuyaux de conduite : 3° lorsqu'ils agissent comme moteurs. Ici, on n'aura pas de section correspondante à celles des machines qui élèvent l'eau.

Avant d'aborder ces matières, rappelons succinctement quelques propriétés de l'air qui s'y réfèrent : c'est l'air de l'atmosphère dont il va être principalement question.

### PRÉLIMINAIRES.

#### PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'AIR.

491. L'air atmosphérique, quoique composé de deux substances essentiellement différentes et sim-

Homo-  
généité.

plement mélangées, le gaz azote et le gaz oxygène, est regardé en mécanique comme un corps homogène.

**Élasticité.** 492. Il est, ainsi que tous les fluides aériformes, éminemment élastique.

Par suite de cette élasticité, il tend continuellement à occuper un plus grand espace; de manière que celui qui est contenu dans un vase clos, exerce, en vertu de cette tendance, un effort ou une pression sur les parois de ce vase. D'après les principes de l'hydrostatique, et abstraction faite de la pesanteur du fluide, la pression est égale sur tous les points des parois : de sorte que si sur un d'eux on place un *manomètre* (1), la hauteur à laquelle le mercure et en général le liquide dont il est garni s'y élèvera, indiquera la *pression*, ou *tension*, ou *force élastique* de l'air renfermé dans le vase (183).

**Compressi-  
bilité par  
la pression.**

493. L'air se comprime sous les poids dont on le charge et proportionnellement à ces poids. Cette loi établie par Mariotte, vérifiée depuis longtemps pour les petites charges, vient d'être confirmée, et d'une manière directe, par les belles expériences de MM.

---

(1) Le manomètre dont je me suis servi, dans les expériences qui vont être rapportées, est représenté à la figure 90 : il consiste en un tube de verre doublement recourbé, et enchâssé dans une pièce de bois portant un couvercle à charnière. Des trois branches A, B et C du tube, la première passe derrière la seconde : elle est vide, et les deux autres contiennent, dans leur moitié inférieure, du mercure ou de l'eau colorée qui y est naturellement de niveau. L'instrument s'introduit par le bout conique dans un trou circulaire pratiqué sur le réservoir d'air. Lorsque ce fluide est comprimé, comme il communique, par la branche A, avec le haut de la branche B, il y presse de haut en bas le liquide, et il le force à s'élever dans la branche C : alors la différence de niveau du liquide dans les deux branches est la *hauteur manométrique*, mesure de la *force élastique*.



Dulong et Arago (1), jusqu'à l'énorme charge ou pression d'une colonne de mercure de 20<sup>m</sup>499 de haut, pression de 27 *atmosphères*, c'est-à-dire égale à 27 fois celle qui est due au poids de notre atmosphère, et qui est indiquée par la hauteur du baromètre au niveau de la mer; hauteur qu'on estime généralement à 0<sup>m</sup>76. (Les observations les plus exactes donnent moyennement à ce niveau, d'après mes supputations, 0<sup>m</sup>762, le mercure étant réduit à zéro de température thermométrique.)

494. L'air se dilate par la chaleur : et d'un 267°, ou des 0,00375 de son volume pour chaque degré du thermomètre centigrade, à partir du zéro de ce thermomètre. De sorte que le volume d'une masse d'air, qui serait représenté par 1 à 0°, le sera par 1 + 0,00375 *t* à *t*°.

Dilatabilité  
par  
la chaleur.

Tous les fluides aériformes suivent cette loi de dilatabilité, ainsi que celle d'une compression proportionnelle aux poids.

495. La densité des corps, la masse demeurant la même, est en raison inverse du volume : de sorte que les densités d'une même masse de fluide, à 0° et à *t*°, seront entre elles comme 1 + 0,00375 *t* à 1. Les poids, sous même volume, suivent le rapport des densités : il en sera ainsi des *poids spécifiques* du corps, qui sont leur poids sous l'unité de volume.

Poids de  
l'air atmo-  
sphérique.

Le poids spécifique d'un fluide aériforme sera donc une fonction de la charge qui le comprime et de la chaleur qui le pénètre : il augmentera avec

(1) *Annales de chimie et de physique*. Tom. 43, 1830.

la charge et il diminuera avec la chaleur dans les rapports que nous venons d'indiquer.

D'après des expériences de MM. Biot et Arago, un mètre cube d'air atmosphérique sec, à 0<sup>m</sup>76 de charge ou pression barométrique et à 0° de température, pèse 1<sup>h</sup>299. Ainsi, sous une pression barométrique représentée par  $b$  et à une température  $t$ , le poids d'un mètre cube ou le poids spécifique de l'air atmosphérique sec sera  $1,299 \cdot \frac{b}{0,76} \cdot \frac{1}{1 + 0,00375t}$

$$= 1,709 \frac{b}{1 + 0,00375t}.$$

La vapeur aqueuse qui existe toujours dans l'atmosphère, en plus ou moins grande quantité, étant plus légère que l'air, diminue son poids en se mêlant avec lui ; et comme, toutes choses égales d'ailleurs, elle y est en quantité d'autant plus grande que le temps est plus chaud, on aura égard à son effet, en augmentant un peu le multiplicateur de  $t$ , en le portant à 0,004. On établira donc convenablement, pour le poids d'un mètre de l'air de l'atmosphère,

$$1,709 \frac{b}{1 + 0,004t}.$$

Si  $1$  représente le poids d'un volume d'air sec, en se rappelant que la vapeur de l'eau est plus légère dans le rapport de 5 à 8, on trouve que le poids de ce même volume contenant aussi une certaine quantité de cette vapeur, est  $1 - \frac{3nf}{8b}$  : expression dans laquelle  $b$  indique la hauteur du baromètre dans cet air, et  $nf$  la force élastique de la vapeur qui y est mêlée. La lettre  $f$  représente la force élastique de la vapeur à la température  $t$ , dans un espace qui en serait saturé ; et on a

$$f = 0^m00512 \times 10^{0,28t - 0,000063t^2}.$$

Le nombre  $n$  est le rapport entre la quantité de vapeur contenue dans un espace où l'hygromètre se tient à un certain degré, et la quantité contenue dans ce même espace lorsqu'il est entièrement saturé, et où par conséquent l'hygromètre se tient à  $100^\circ$ , la température étant la même. M. Gay-Lussac a dressé une table des valeurs de  $n$  correspondantes aux divers degrés de l'hygromètre à cheveu : le tableau ci-joint en est extrait.

| HYGROM. | $n$  |
|---------|------|
| 100°    | 1,00 |
| 95      | 0,89 |
| 90      | 0,79 |
| 85      | 0,70 |
| 80      | 0,61 |
| 75      | 0,54 |
| 70      | 0,47 |
| 65      | 0,40 |
| 60      | 0,35 |
| 50      | 0,28 |

J'ai fait voir ailleurs (1) que la substitution du facteur approxi-

matif  $\frac{1}{1+0,004t}$  au facteur théorique  $\frac{1-\frac{3af}{8b}}{1+0,00375t}$  ne saurait donner

lieu à guère plus d'un millième d'erreur dans le poids de l'air pris à l'état où il se trouve habituellement dans l'atmosphère.

496. Le mètre cube d'eau pesant  $1000^k$  et le mètre cube d'air  $1^k709 \frac{b}{1+0,004t}$  ; le rapport entre ces deux poids, qui sera  $585 \frac{1+0,004t}{b}$ , exprimera combien de fois l'eau pèse plus que l'air : ce sera 800 fois, à  $10^\circ$  du thermomètre et à  $0^m76$  du baromètre.

Poids  
de l'air com-  
parativement  
à l'eau.

497. Le mètre cube de mercure, à  $1^\circ$ , pèse  $13599^k$  Au mercure.  
 $\frac{13599^k}{1+0,00018t}$ . Ainsi le rapport entre le poids de cette substance et celui de l'air, sera

$$\frac{13599(1+0,004t)}{1709.b(1+0,00018t)} = 7955 \frac{1+0,004t}{b},$$

en observant que le facteur  $1+0,00018t$  est toujours très petit : d'ailleurs, en le négligeant, on corrige encore un peu l'effet des vapeurs sur le poids de l'air.

(1) *Mémoire sur la mesure des hauteurs par le baromètre dans le Journal de physique de 1810.*

Je remarquerai que 7955<sup>m</sup> est la hauteur de l'atmosphère dans la supposition d'une densité constante, l'air étant partout à 0<sup>m</sup>76 de pression et à 0° de température.

Poids  
d'un gaz  
quelconque.

498. Ordinairement l'air atmosphérique est pris pour le terme de comparaison des autres fluides aériformes ou gaz : si  $\rho$  est le rapport de la densité d'un gaz quelconque à celle de cet air, ou la *pesanteur spécifique* du gaz, le poids du mètre cube en sera

$$1^{\text{r}}709 \rho \frac{h}{1 + 0,004t}.$$

---

## SECTION PREMIÈRE.

### DU MOUVEMENT DE L'AIR

SORTANT D'UN RÉSERVOIR OU IL EST COMPRIMÉ.

---

499. Qu'on se représente un réservoir, par exemple, une caisse très exactement close et contenant de l'air à l'état naturel, c'est-à-dire, à la simple pression de l'atmosphère, pression que nous désignerons toujours par  $b$  : si l'on pratique une ouverture sur une des parois, les molécules d'air qui se trouvent devant elle, pressées à l'intérieur comme à l'extérieur, par la même force (effort)  $b$ , demeureront en équilibre; elles ne sortiront pas, et il n'y aura pas d'écoulement.

Force  
en vertu  
de laquelle  
le fluide sort.

Mais si l'air intérieur vient à éprouver une pression; par exemple, si le couvercle de la caisse que nous supposerons devenu mobile, comme un piston dans son corps de pompe, est chargé d'un poids, cet air sera plus comprimé que celui du dehors; et ses molécules, cédant à l'excès de pression, sortiront. Supposons qu'un manomètre adapté à la caisse s'élève à la hauteur  $H$ , cette hauteur mesurera la pression résultant du poids placé sur le couvercle (183) : les molécules en face de l'ouverture seront poussées au dehors par la force  $b + H$ ; elles seront repoussées en dedans par  $b$ ; ces deux forces

agissant dans des directions exactement opposées, la résultante sera égale à leur différence et par conséquent à  $H$ . L'écoulement aura lieu comme si cette force agissait seule sur l'air du réservoir, et qu'il s'écoulât dans le vide.

Vitesse  
de sortie.

500. Nous avons vu (14), que lorsqu'un fluide sort d'un vase, par un orifice percé sur ses parois, en vertu d'une pression exercée sur lui, sa vitesse est due à une hauteur égale à celle de la colonne du fluide sortant dont le poids mesurerait la pression. Une telle hauteur est évidemment  $H$  augmentée dans le rapport de la densité du fluide manométrique à celle du fluide sortant.  $\mathfrak{D}$  étant la première de ces densités et  $\mathfrak{b}$  la seconde, en appelant  $V$  la vitesse de sortie, on aura donc  $V = \sqrt{2g \cdot H \frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{b}}}$ .

Si le fluide manométrique est du mercure, l'air sortant sous la pression  $b + H$  et ayant la température  $t$ , on a  $\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{b}} = 7955 \frac{1 + 0,004 t}{b + H} (497)$  : et, par suite, toute réduction faite, en posant  $1 + 0,004 t = T$ .

$$V = 395 \sqrt{H \frac{T}{b + H}}.$$

Dans les cas où  $H$  serait négligeable par rapport à  $b$ , cette dernière quantité étant, comme d'usage, estimée 0<sup>m</sup>76, et admettant une température de 12°, on aurait  $V = 464 \sqrt{H}$ .

Dépense.

501. Si  $S$  représente l'aire ou section de l'orifice, le volume d'air écoulé en une seconde de temps sera  $395 S \sqrt{H \frac{T}{b + H}}$ . C'est la dépense théorique.

Mais, encore ici, la contraction que la veine d'air éprouve à son passage par un orifice, va réduire cette dépense. Soit  $m$  le coefficient de réduction et  $Q$  la dépense réelle, on aura

$$Q = 395mS \sqrt{H \frac{T}{\delta + H}}$$

502. Il faut maintenant déterminer  $m$ , pour les diverses sortes d'orifices. Je me suis occupé de cette détermination, et j'ai fait à ce sujet un grand nombre d'expériences, dont les détails ont été publiés dans les *Annales des mines* (Tome XIII, 1826). Je vais en consigner ici les résultats, après avoir donné une idée de l'appareil employé.

Expériences  
pour la  
recherche du  
coefficient.

La partie principale était un gazomètre ou caisse cylindrique ouvert<sup>e</sup> par le bas, ayant 0<sup>m</sup>65 de diamètre et 0<sup>m</sup>80 de hauteur. Sur son fond supérieur, portant un manomètre à eau colorée, j'adaptais à volonté des orifices ou ajutages différens par leur forme et leur grandeur. Ce gazomètre était placé au-dessus d'un tonneau plein d'eau, dans lequel il descendait contenu entre quatre barrettes de fer verticales : on le chargeait successivement de 8, 16, 24, 32 et 40<sup>k</sup>, et quelquefois de 2, 4, 6 et 12<sup>k</sup>, de manière à en faire sortir l'air avec des vitesses de plus en plus grandes.

De l'indication du manomètre et de l'aire de l'orifice on concluait la dépense théorique. En multipliant la section du gazomètre par la hauteur dont il était descendu en une seconde, hauteur que l'on déduisait du nombre de secondes qu'il avait mis à descendre, avec un mouvement uniforme, d'une élévation déterminée, on avait la dépense réelle. Celle-ci, divisée par la première, donnait le coefficient cherché.

503. J'ai d'abord fait sortir l'air par des orifices circulaires percés dans les feuilles de fer-blanc, et j'ai obtenu les résultats suivans.

Orifices en  
mince paroi.

| DIAMÈTRE<br>de<br>l'orifice. | HAUTEUR<br>mano-<br>métrique. | LONGUEUR<br>de la<br>descente. | TEMPS<br>de la<br>descente. | COEFFICIENT $\lambda$ |        |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------|--------|
|                              |                               |                                |                             | par<br>expériences.   | moyen. |
| mét.                         | mét.                          | mét.                           | secondes.                   |                       |        |
| 0,01                         | 0,0286                        | 0,60                           | 187                         | 0,623                 | 0,630  |
| 0,01                         | 0,050                         | 0,60                           | 141                         | 0,629                 |        |
| 0,01                         | 0,073                         | 0,60                           | 117                         | 0,628                 |        |
| 0,01                         | 0,098                         | 0,60                           | 102                         | 0,623                 |        |
| 0,01                         | 0,120                         | 0,55                           | 82                          | 0,642                 |        |
| 0,01                         | 0,144                         | 0,55                           | 76                          | 0,634                 | 0,652  |
| 0,015                        | 0,028                         | 0,60                           | 82                          | 0,643                 |        |
| 0,015                        | 0,050                         | 0,60                           | 60                          | 0,660                 |        |
| 0,015                        | 0,072                         | 0,60                           | 51                          | 0,647                 |        |
| 0,015                        | 0,098                         | 0,45                           | 32                          | 0,664                 |        |
| 0,015                        | 0,122                         | 0,55                           | 36                          | 0,648                 | 0,646  |
| 0,02                         | 0,027                         | 0,60                           | 46                          | 0,665                 |        |
| 0,02                         | 0,038                         | 0,60                           | 39,5                        | 0,642                 |        |
| 0,02                         | 0,050                         | 0,60                           | 34,7                        | 0,636                 |        |
| 0,02                         | 0,060                         | 0,60                           | 31,5                        | 0,641                 |        |
| 0,03                         | 0,027                         | 0,60                           | 20                          | 0,656                 | 0,673  |
| 0,03                         | 0,032                         | 0,60                           | 18                          | 0,686                 |        |
| 0,03                         | 0,038                         | 0,60                           | 16,5                        | 0,683                 |        |
| 0,03                         | 0,044                         | 0,60                           | 15,5                        | 0,676                 |        |
| 0,03                         | 0,050                         | 0,60                           | 14,7                        | 0,664                 |        |
| Moyenne générale.            |                               |                                |                             |                       | 0,649  |

La discussion de ces diverses expériences nous porte à fixer à 0,65 le coefficient de réduction pour les orifices percés en mince paroi.

Dans l'écoulement de l'eau, on avait moyennement 0,62.

La diminution de dépense de l'air est, encore ici, l'effet d'une contraction réelle de la veine fluide : on la rend visible en chargeant l'air de fumée; on voit alors et distinctement la veine se resserrer à la sortie de l'orifice.

*Nota.* Un savant Suédois, Lagerhjelm, a fait encore des expériences sur l'écoulement de l'air par des orifices en mince paroi. Leur diamètre était de  $0^m012$ ,  $0^m024$  et  $0^m033$ ; les pressions manométriques ont été de  $0^m058$  à  $0^m479$ ; les coefficients obtenus ont varié de 0,58 à 0,70, et leur terme moyen a été 0,62. Le plus souvent l'écoulement n'ayant duré que quelques secondes, et les résultats ne présentant pas la même régularité que les nôtres, nous ne saurions y avoir une égale confiance.



504. Les ajutages cylindriques, ou petits tuyaux additionnels dont j'ai fait usage, avaient les mêmes diamètres que les orifices circulaires. Ils ont donné lieu aux expériences que présente le tableau suivant.

Ajutages  
cylindriques.

| AJUTAGE.  |           | HAUTEUR<br>mano-<br>métrique. | LONGUEUR<br>de la<br>descente. | TEMPS<br>de la<br>descente. | COEFFICIENT          |        |
|-----------|-----------|-------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|----------------------|--------|
| Diamètre. | Longueur. |                               |                                |                             | par ex-<br>périence. | moyen. |
| mèt.      | mèt.      | mèt.                          | mèt.                           | secondes.                   |                      |        |
| 0,01      | 0,04      | 0,027                         | 0,60                           | 132                         | 0,910                | 0,931  |
| 0,01      | 0,04      | 0,050                         | 0,60                           | 97                          | 0,912                |        |
| 0,01      | 0,04      | 0,072                         | 0,60                           | 79,7                        | 0,925                |        |
| 0,01      | 0,04      | 0,095                         | 0,60                           | 68                          | 0,947                |        |
| 0,01      | 0,04      | 0,120                         | 0,55                           | 61                          | 0,920                |        |
| 0,01      | 0,04      | 0,141                         | 0,55                           | 51,5                        | 0,940                | 0,924  |
| 0,015     | 0,045     | 0,027                         | 0,60                           | 59                          | 0,923                |        |
| 0,015     | 0,045     | 0,050                         | 0,60                           | 43,5                        | 0,922                |        |
| 0,015     | 0,045     | 0,072                         | 0,60                           | 36                          | 0,930                |        |
| 0,015     | 0,045     | 0,096                         | 0,55                           | 29                          | 0,917                |        |
| 0,015     | 0,045     | 0,120                         | 0,55                           | 26                          | 0,916                | 0,916  |
| 0,02      | 0,06      | 0,028                         | 0,60                           | 33                          | 0,896                |        |
| 0,02      | 0,06      | 0,050                         | 0,60                           | 24,2                        | 0,915                |        |
| 0,02      | 0,06      | 0,072                         | 0,60                           | 19                          | 0,934                |        |
| 0,02      | 0,06      | 0,096                         | 0,55                           | 16                          | 0,919                |        |
| 0,03      | 0,08      | 0,025                         | 0,60                           | 14                          | 0,964                | 0,933  |
| 0,03      | 0,08      | 0,031                         | 0,60                           | 13,3                        | 0,934                |        |
| 0,03      | 0,08      | 0,039                         | 0,60                           | 12                          | 0,902                |        |
| Moyenne   |           |                               |                                |                             |                      | 0,926  |

L'accord entre ces résultats est remarquable: il ne laisse pas de doute sur la valeur du coefficient pour les ajutages cylindriques: elle est de 0,92 à 0,93.

Celui des fluides incompressibles, 0,82, était bien moins fort.

505. J'ai voulu savoir jusqu'à quel point la longueur du tuyau additionnel influait sur la valeur du coefficient. J'ai en conséquence pris quatre tuyaux de 0<sup>m</sup>015 de diamètre et dont les longueurs sont notées à la première colonne ci-contre. J'ai fait sur chacun d'eux plusieurs suites d'expériences: je me borne à donner à la troisième colonne la dépense moyenne obtenue, et à la seconde le coefficient que l'on en conclut.

| LONGUEUR<br>du<br>tuyau. | COEFFI-<br>CIENT. | DÉPENSE   |           |
|--------------------------|-------------------|-----------|-----------|
|                          |                   | réelle.   | calculée. |
| mèt.                     |                   | mèt. cub. | mèt. cub. |
| 0,022                    | 0,938             | 0,00728   | 0,00703   |
| 0,045                    | 0,924             | 0,00700   | 0,00699   |
| 0,162                    | 0,838             | 0,00628   | 0,00651   |
| 0,325                    | 0,738             | 0,00570   | 0,00581   |

La rapidité du décroissement est frappante. Au reste, la théorie que nous exposerons, dans le chapitre suivant, sur les effets de la résistance que les tuyaux opposent au mouvement de l'air, en rend compte, ainsi qu'on le voit par la dernière colonne du tableau, laquelle présente la dépense calculée d'après cette théorie.

Ajutages  
coniques.

506. Passons aux ajutages coniques, ceux qu'on emploie presque toujours.

Afin de mieux comparer leurs effets avec ceux des ajutages cylindriques, je leur ai donné même orifice de sortie et même longueur.

| AJUTAGE           |           |                | HAUTEUR<br>baro-<br>métrique. | LONGUEUR<br>de la<br>descente. | TEMPS<br>de la<br>descente. | COEFFICIENT          |        |
|-------------------|-----------|----------------|-------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|----------------------|--------|
| Diamètre à        |           | Long-<br>ueur. |                               |                                |                             | par ex-<br>périence. | moyen. |
| la sortie.        | l'entrée. |                |                               |                                |                             |                      |        |
| mèt.              | mèt.      | mèt.           | mèt.                          | mèt.                           | secondes.                   |                      |        |
| 0,01              | 0,02      | 0,04           | 0,050                         | 0,60                           | 96                          | 0,928                | 0,927  |
| 0,01              | 0,02      | 0,04           | 0,072                         | 0,60                           | 81                          | 0,917                |        |
| 0,01              | 0,02      | 0,04           | 0,096                         | 0,60                           | 69                          | 0,934                |        |
| 0,01              | 0,02      | 0,04           | 0,120                         | 0,60                           | 62                          | 0,930                |        |
| 0,015             | 0,03      | 0,045          | 0,028                         | 0,60                           | 57,5                        | 0,913                | 0,917  |
| 0,015             | 0,03      | 0,045          | 0,050                         | 0,60                           | 43                          | 0,916                |        |
| 0,015             | 0,03      | 0,045          | 0,072                         | 0,60                           | 36                          | 0,915                |        |
| 0,015             | 0,03      | 0,045          | 0,096                         | 0,55                           | 28,5                        | 0,917                |        |
| 0,015             | 0,03      | 0,045          | 0,120                         | 0,55                           | 25                          | 0,916                | 0,936  |
| 0,02              | 0,04      | 0,06           | 0,027                         | 0,60                           | 32                          | 0,945                |        |
| 0,02              | 0,04      | 0,06           | 0,037                         | 0,60                           | 27,5                        | 0,951                |        |
| 0,02              | 0,04      | 0,06           | 0,050                         | 0,60                           | 24                          | 0,928                |        |
| 0,02              | 0,04      | 0,06           | 0,060                         | 0,60                           | 22                          | 0,924                |        |
| 0,03              | 0,06      | 0,08           | 0,040                         | 0,60                           | 19                          | 0,911                | 0,933  |
| 0,03              | 0,06      | 0,08           | 0,050                         | 0,60                           | 17,5                        | 0,912                |        |
| Moyenne générale. |           |                |                               |                                |                             |                      | 0,928  |

Ainsi, dans ces ajutages coniques, comme dans les cylindriques, le coefficient est 0,93.

507. Désirant connaître l'effet des divers ajutages coniques à mesure que leur convergence, c'est-à-dire que l'angle formé par deux côtés opposés du cône augmente, j'ai fait faire cinq ajutages ayant tous un orifice de sortie de 0<sup>m</sup>,015, et dont l'angle était différent. Ils m'ont servi à des séries d'expériences pareilles aux autres : je me borne à donner les coefficients conclus.

| AJUTAGE                  |          | LA HAUTEUR MANOMÉTRIQUE ÉTANT DE |                    |                    |                    |                    | COEFFICIENT<br>moyen. |
|--------------------------|----------|----------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|
| Angle<br>de convergence. | Longueur | 0 <sup>m</sup> 028               | 0 <sup>m</sup> 050 | 0 <sup>m</sup> 072 | 0 <sup>m</sup> 096 | 0 <sup>m</sup> 120 |                       |
|                          | mèt.     |                                  |                    |                    |                    |                    |                       |
| 6° 26                    | 0,045    | 0,939                            | 0,939              | 0,940              | 0,933              |                    | 0,938                 |
| 18 54                    | 0,045    | 0,912                            | 0,916              | 0,915              | 0,927              | 0,916              | 0,917                 |
| 53 8                     | 0,045    | 0,786                            | 0,810              | 0,797              | 0,803              | 0,794              | 0,798                 |
| 11 24                    | 0,025    | 0,946                            | 0,939              | 0,949              | 0,960              | 0,951              | 0,947                 |
| 28 4                     | 0,010    | 0,888                            | 0,877              | 0,881              | 0,881              | 0,874              | 0,880                 |

Un coup d'œil jeté sur ce tableau suffit pour montrer les avantages d'un ajutage court et peu convergent. Lorsque l'angle de convergence ne dépassera pas 10 à 12°, le coefficient sera d'environ 0,94 : à mesure qu'il deviendra plus grand, ce coefficient et la dépense diminueront, et l'on se rapprochera des phénomènes que présentent les orifices en mince paroi.

508. D'après ces faits, la valeur de  $m$ , dans l'expression de la dépense  $395 m S \sqrt{H \frac{T}{b+H}}$ , sera de

0,65 pour les orifices en mince paroi,

0,93 pour les ajutages cylindriques, et

0,94 pour les ajutages légèrement coniques.

509. Presque tous les ajutages dont on se sert dans la pratique, tels que les buses qui terminent les porte-vents dans les usines et les bouts des soufflets, étant des tubes assez allongés et aigus, sont dans ce dernier cas, et 0,94 sera souvent le coefficient qui leur convient; cependant, à cause de leur longueur et pour plus de sûreté, nous adopterons pour ces buses 0,93. Alors, et en observant que  $S = 0,785 d^2$ ,  $d$  étant le diamètre de l'orifice de sortie, on a

Dépense par  
des buses.

$$Q = 289 d^2 \sqrt{H \frac{T}{b+H}}.$$

Dans le volume donné par cette expression, l'air est censé être à la même densité que dans l'inté-

rieur du réservoir d'où il sort, et par conséquent être sous la pression  $b + H$ . On transformera ce volume en celui qu'occuperait la même masse d'air sous une pression donnée  $b'$ , en multipliant la valeur ci-dessus par le rapport  $\frac{b+H}{b'}$  de deux pressions: de plus, on prend habituellement l'air sous la pression atmosphérique supposée être de  $0^m76$ ; alors  $b' = 0^m76$ ; et l'on a

$$Q = \frac{289}{b'} d^3 \sqrt{H(b+H)T} = 380 d^3 \sqrt{H(b+H)T}.$$

510. Si on voulait avoir le poids de la masse d'air écoulée dans l'unité de temps, on multiplierait la première des deux valeurs de  $Q$  que nous venons de donner par  $1^h709 \frac{b+H}{1+0,004t}$ , poids d'un mètre cube d'air, sous la pression  $b + H$  et à la température  $t$  (495); de sorte que si  $P$  représente, en kilogrammes, le poids cherché; on aura

$$P = 493 d^3 \sqrt{H \frac{b+H}{T}}.$$

511. Dans l'application, on prend ordinairement pour  $b$  et  $t$  les valeurs moyennes des hauteurs du baromètre et du thermomètre dans le lieu que l'on considère:

Si  $l$  est la latitude de ce lieu et  $e$  son élévation approximative au-dessus du niveau de la mer, on a

$$b = 0^m762 - 0,00009e \text{ (433), et}$$

$$t = 46 \cos l - 0,0065e - 18.$$

On peut même, sans s'exposer à une erreur tirant à conséquence, faire disparaître  $b$  et  $t$  des formules, en leur substituant une valeur moyenne pour une grande étendue de pays: ainsi, pour la France,

on ferait  $t = 12^\circ$  ou  $T = 1,048$ ,  $b = 0^m75$  et  $b + H = 0^m78$ , et il viendrait

$$Q = 343 d \sqrt{H} \text{ mètres cubes}$$

$$\text{et } P = 425 d \sqrt{H} \text{ kilogrammes.}$$

512. Les principes que nous venons d'établir et les règles que nous en avons déduites sur l'écoulement de l'air atmosphérique, s'appliquent à celui de tous les autres fluides aériformes, avec une modification dépendant de la densité de chacun d'eux.

Depense  
pour les gaz  
en général.

Soit, par exemple, un gaz dont la densité, par rapport à celle du fluide du manomètre, est  $\delta$ , et qui sort d'un réservoir sous la pression manométrique  $H$ . Sa vitesse de sortie sera due à la hauteur  $H$  augmentée dans le rapport de la densité du mercure à celle du gaz (500); et  $Q$  étant le volume de ce dernier qui sort en 1", on aura  $Q = mS \sqrt{2g \frac{H}{\delta}}$ .

Pour un autre gaz, dont  $\delta'$  serait la densité et  $Q'$  le volume écoulé, tout étant égal d'ailleurs, on aurait  $Q' = mS \sqrt{2g \frac{H}{\delta'}}$ . Ainsi

$$Q : Q' :: \sqrt{\frac{1}{\delta}} : \sqrt{\frac{1}{\delta'}} :: \sqrt{\delta'} : \sqrt{\delta};$$

c'est-à-dire que les volumes de deux gaz qui s'écoulent par des orifices égaux et sous des pressions égales, sont en raison inverse de la racine carrée de leur densité respective.

En conséquence, si un des deux gaz était l'air atmosphérique et que  $p$  fût la pesanteur spécifique de l'autre (498), le rapport des densités étant celui de 1 à  $p$ , la dépense de ce dernier gaz serait

$$\frac{380 d^2}{\sqrt{p}} \sqrt{H (b + H) T}.$$

## Exemples.

513. On demande quel est le volume d'air atmosphérique, réduit à la pression barométrique de  $0^m755$ , que fournira un réservoir sur lequel le manomètre à mercure marque  $0^m03$  et auquel est adaptée une buse de  $0^m075$  de diamètre. L'ou est au  $45^e$  degré de latitude et à  $200^m$  environ au-dessus de la mer.<sup>51</sup>

Dans un tel lieu on a moyennement (511)  $b = 0^m744$  et  $t = 13^o$  : d'après les données ci-dessus, on a, en outre,  $H = 0^m03$ ,  $d = 0^m075$  et  $b' = 0^m755$  ; par suite,  $T = 1,052$  et  $b + H = 0,774$ .

Le volume d'air dépensé en  $1''$  sera donc (509)

$$289 \frac{(0,075)^3}{0,755} \sqrt{0,05 \times 0,774 \times 1,052} = 0,3365.$$

Ainsi le réservoir donnera plus d'un tiers de mètre cube d'air par seconde : une telle quantité suffit pour activer convenablement le feu de quatre et même de cinq grosses forges d'affinerie.

514. Quelle doit être la hauteur de la colonne de mercure dans le manomètre pour faire sortir, par une buse de  $0^m06$  de diamètre,  $0^k32$  d'air atmosphérique en  $1''$ . Le baromètre est moyennement, dans cette usine, à  $0^m75$  et le thermomètre à  $11^o$ .

De la relation  $P = 493 d^2 \sqrt{H \frac{b+H}{T}}$ , en élevant au carré et résolvant l'équation du second degré, on déduit  $H = -\frac{1}{4} b + \sqrt{\frac{P^2 T}{(493)^2 d^4} + \frac{1}{4} b^2}$ .

Ici l'on a  $P = 0^k32$ ,  $b = 0^m75$ ,  $d = 0^m06$  et  $T = 1,044$ . Ces quantités numériques mises dans l'équation ci-dessus, la réduisent à  $H = 0,0428$  : ainsi la hauteur manométrique demandée sera  $0^m043$ .

Si l'on eût fait usage de la formule plus simple (511)  $P = 425 d^2 \sqrt{H}$ , on eût eu  $H = \frac{(0,32)^2}{(425)^2 (0,06)^4} = 0,437$ .

515. Un gazomètre servant à l'éclairage au gaz, en dépense mille mètres cubes par heure, sous une charge représentée par une colonne d'eau de  $0^m045$  : on demande la grandeur de l'ouverture qu'il faudrait pratiquer, sur la paroi du gazomètre, pour produire un tel écoulement. Le baromètre dans cette localité est d'ordinaire à  $0^m755$  et le thermomètre à  $15^o$ .

On a donc  $b = 0^m755$  et  $T = 1,06$  : de plus, mille mètres cubes en une heure, ou en  $3600''$  donnent par seconde  $0^mm2778 = Q$  ; et une colonne manométrique d'eau de  $0^m045$  équivalant à une

colonne de mercure de  $\frac{0,045}{13,6} = 0^m003309 = H$ . La pesanteur spécifique du gaz d'éclairage (l'hydrogène carburé) est, d'après Berzelius et Dulong,  $0,559 = p$ . Enfin, le gazomètre étant fait en feuilles de cuivre, l'ouverture à pratiquer sera en mince paroi, et la valeur correspondante de  $m = 0,65$ .

L'équation générale (508 et 512),  $Q = \frac{395mS}{\sqrt{p}} \sqrt{H \frac{T}{\delta + H}}$

donne ici  $S = \frac{0,2778 \times \sqrt{0,559} \times \sqrt{0,755 + 0,00331}}{395 \times 0,65 \times \sqrt{0,00331} \times 1,06} = 0,0119$ . Ainsi

l'ouverture demandée aura en superficie  $0^{mm}0119$ ; ce sera ou un carré de  $0^m109$  de côté, ou un cercle de  $0^m123$  de diamètre.

## SECONDE SECTION.

Nous aurons à traiter, dans cette section, du mouvement de l'air dans les tuyaux de conduite. Combinant ensuite les résultats obtenus avec les principes posés dans la section précédente, nous calculerons les effets des machines soufflantes.

### CHAPITRE PREMIER.

#### DU MOUVEMENT DE L'AIR DANS LES TUYAUX DE CONDUITE.

Résistance  
des tuyaux.  
Son  
expression

516. Si à un réservoir, qu'on entretient toujours plein d'un air également comprimé, on adapte un long tuyau dont l'extrémité soit ou entièrement ouverte, ou munie d'un ajutage qui en rétrécit l'orifice, l'air y entrera, il le parcourra, et il en sortira en produisant un souffle continu.

Désignons encore par  $H$  la hauteur d'un manomètre établi sur le réservoir, elle représentera la force (l'effort) qui pousse l'air dans le tuyau. Si celui-ci n'opposait aucune résistance au mouvement, elle indiquerait encore la force qui presse l'air sortant, et qui produit la vitesse de sortie : alors, un second manomètre, placé sur un second réservoir qui porterait la bouche de sortie, se tiendrait aussi à la hauteur  $H$ . Mais, il n'en est pas ainsi ; la résistance du tuyau a détruit une portion de la force initiale ;



et le second manomètre ne se tient plus qu'à  $h$ , hauteur plus petite que  $H$  et qui seule produit la vitesse de sortie. De sorte que la résistance aura absorbé une partie de la force première égale à  $H - h$ ; cette quantité représentera donc la résistance.

517. Comme dans les tuyaux qui conduisent de l'eau elle sera un effet de l'action des parois, elle sera en conséquence d'autant plus grande que le tuyau sera plus long, et qu'il aura un plus grand pourtour ou diamètre (184). Elle sera encore en raison inverse de sa section ou du carré de son diamètre; et elle croîtra proportionnellement au carré de la vitesse. Quant au terme exprimant la relation entre la résistance et la vitesse prise à la première puissance (107), il peut être entièrement négligé: d'après les observations de Hutton, son effet est insensible pour les vitesses de l'air de  $3^m$  à  $100^m$  (1), or, dans les conduites, la vitesse ne dépasse pas  $50^m$ , et elle n'est presque jamais au-dessous de  $3^m$ .

En conséquence, si  $u$  est la vitesse moyenne dans une conduite dont  $L$  serait la longueur et  $D$  le diamètre,  $n'$  étant un coefficient constant, on aura

$$H - h = n' \frac{L D u^2}{D^5} = n' \frac{L u^2}{D^4}.$$

518. Il n'en est pas de l'air comme de l'eau dans une conduite; sa vitesse n'est pas entièrement uniforme, elle va graduellement en augmentant, depuis le commencement jusqu'à la fin, et cela dans le rapport inverse des pressions respectives, depuis

Équation  
du  
mouvement

(1) *Nouvelles expériences sur l'artillerie*; 2<sup>e</sup> partie, traduction de M. Terquem, p. 112 et 148.

$b + h$  jusqu'à  $b + H$ ,  $b$  étant la hauteur du baromètre.

En effet, si, lorsque la permanence du mouvement est bien établie, l'on imagine, dans la conduite, deux tranches transversales extrêmement minces, d'égale épaisseur, et à quelque distance l'une de l'autre, il devra passer, par chacune d'elles, une même masse d'air, un même nombre de molécules, dans un même temps. Dans la tranche d'aval, où la pression, et par suite la densité de l'air est moins grande, il y aura, en un instant, moins de molécules que dans l'autre; il faudra donc qu'elles y passent plus vite, et d'autant plus que la densité sera moindre.

La diminution de densité, comme celle de pression, étant proportionnelle à la longueur de la conduite, se fera en progression arithmétique: il en sera donc de même de l'accroissement dans la vitesse. En conséquence la moyenne  $u$  sera au milieu de la conduite. La pression y est  $\frac{1}{2}(b + H + b + h) = b + h$ , en faisant  $\frac{1}{2}(H + h) = h$ ; à l'extrémité, elle est  $b + h$ ; ainsi, si l'on désigne par  $v$  la vitesse à cette extrémité, on aura  $u : v :: b + h : b + h$ , ou  $u = v \frac{b + h}{b + h}$ .

519. Si la conduite est terminée par un ajutage dont le diamètre à l'orifice soit  $d$ , et que la vitesse avec laquelle le fluide en sort soit  $V$ ; les vitesses étant en raison inverse des sections ou des carrés des diamètres, on aura  $v = V \frac{d^2}{D^2}$ , ou plus exactement  $v = V \frac{md^2}{D^2}$ ,  $m$  étant le coefficient de contraction à l'orifice: il sera généralement de 0,93 dans les ajutages

des conduites (509). De plus, et toutes choses égales d'ailleurs,  $V^2$  est proportionnel à  $h$ , ou égal à  $n''h$ ,  $n''$  étant un autre multiplicateur constant. Ainsi  $u' = n''h \frac{m^2 d^4 (b+h)}{D^5}$  : cette valeur doit être mise dans l'équation ci-dessus.

Au second membre, on aura les trois multiplicateurs constans  $n'$ ,  $n''$  et  $m$ ; on représentera leur produit par  $n$ ; on y comprendra même le facteur  $\left(\frac{b+h}{b+h_1}\right)^2$ , variable, il est vrai, mais entre des limites assez étroites, et les expériences qui donneront  $n$ , donneront implicitement sa valeur pour des cas analogues. Faisant en conséquence  $n' n'' m \left(\frac{b+h}{b+h_1}\right)^2 = n$ , on aura

$$H - h = n \frac{ALd^4}{D^5}.$$

520. Ce second membre n'exprime que la résistance des parois, et il en est encore une autre, celle qui provient de l'étranglement que la veine fluide peut éprouver en passant du réservoir dans la conduite : elle se joint à la première pour faire descendre le manomètre de  $H$  en  $h$ , et par conséquent pour produire  $H - h$  : son expression, qui est (204)  $h \frac{m^2 d^4}{D^5} \left(\frac{1}{m^2} - 1\right)$ ,  $m$  étant le coefficient de contraction à l'entrée de la conduite, devrait donc être introduite dans le second membre. Mais, d'après ce qui a été dit aux n<sup>os</sup> 55 et 204, l'effet de cet étranglement sera extrêmement petit et négligeable dans les grandes conduites; et il sera d'ailleurs implicitement compris dans la valeur de  $n$  déduite de l'expérience.

521. La hauteur  $A$  est celle d'un manomètre qui serait placé sur un réservoir à l'extrémité de la conduite, et auquel tiendrait l'ajutage de sortie. Mais jamais on n'a, en réalité, un tel réservoir; et le manomètre extrême est immédiatement établi sur la conduite même, tout près de l'ajutage. La hauteur  $A'$  à laquelle il s'élève est plus petite que  $A$ , hauteur réellement due à la vitesse

de sortie, d'une quantité égale à la hauteur due à la vitesse que le fluide a sous le manomètre (208 et 213); hauteur qui est  $\frac{v^2}{2g}$ , ou, en colonne de mercure,  $\frac{v^2}{2g} \cdot \frac{D}{D'} = \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{m^2 d^4}{D^4} \cdot \frac{D}{D'} = A \frac{m^2 d^4}{D^4}$ , en se rappelant que  $V = \sqrt{2gA \frac{D}{D'}} (500)$ . Ainsi  $h' = A - A \frac{m^2 d^4}{D^4} = A \left(1 - \frac{m^2 d^4}{D^4}\right)$ , et par conséquent  $h = \frac{h'}{1 - \frac{m^2 d^4}{D^4}}$ ; et

L'équation du mouvement avec  $h'$ , serait

$$H \left(1 - \frac{m^2 d^4}{D^4}\right) - h' = n \frac{h' L d^4}{D^4}.$$

Mais les expériences dont il va être question, dans lesquelles cependant le terme  $\frac{m^2 d^4}{D^4}$  s'est élevé jusqu'à 0,453, montrent que la formule est mieux établie, c'est-à-dire que  $n$  est plus constant en négligeant ce terme qu'en le conservant; et par suite en prenant la hauteur réellement donnée par le manomètre pour  $h$ ; c'est-à-dire pour la hauteur génératrice de la vitesse de sortie.

522. Venons à la détermination  $n$ , dans l'équation

$$H - h = n \frac{h L d^4}{D^4},$$

Déterminat.  
du coefficient  
constant.  
Expériences  
à cet effet.

$H$  et  $h$  étant les hauteurs des manomètres placés sur la conduite, l'un à son origine, l'autre à son extrémité immédiatement avant la buse.

Pour y procéder convenablement, ainsi que pour bien constater les lois de la résistance, j'ai fait un très grand nombre d'expériences, dont les détails se trouvent dans les tomes III et IV des *Annales des mines* (années 1828 et 1829). J'y renvoie, et je me borne aux observations suivantes.

J'avais à établir, aux mines de Rancié (département de l'Ariège), un ventilateur, lequel devait porter à 400<sup>m</sup> de distance, l'air qu'il recevait d'une *trompe*, sorte de machine soufflante en usage dans les usines à fer des Pyrénées, des Alpes, etc. Cet air devait être mené par une conduite en fer-blanc de 0<sup>m</sup>30 de diamètre.

Je la faisais poser par pièces de 20<sup>m</sup> de long. Dès qu'une d'elles

était en place, on adaptait à son extrémité, et successivement, des buses ou ajutages légèrement coniques, dont le diamètre à l'orifice était de 0<sup>m</sup>05, 0<sup>m</sup>04, 0<sup>m</sup>03 et 0<sup>m</sup>02, et qui faisaient presque toujours avec la conduite un angle de 135°. Pendant que chacune d'elles était en expérience, on donnait à la trompe trois quantités d'eau différentes et de plus en plus grandes, afin d'avoir des vitesses allant en augmentant. Un manomètre, implanté sur l'extrémité de la conduite, tout près de la base, faisait connaître la force élastique  $h$  de l'air à sa sortie; tandis qu'un autre fixé sur le réservoir de la trompe, indiquait la force  $H$  à l'entrée de la conduite.

Afin de constater l'effet du diamètre des tuyaux, j'ai fait exécuter deux petites conduites de 56<sup>m</sup> de long; l'une avait 0<sup>m</sup>05 de diamètre, et l'autre 0<sup>m</sup>0235.

Sur plus de mille expériences que j'ai faites de concert avec M. l'ingénieur Marrot, 325 rapportées dans les *Annales des mines*, ont servi à la détermination du coefficient  $n \left( = \frac{(H-h) D^5}{h L d^4} \right)$ : je donne, dans les tableaux suivans, les résultats d'une quarantaine d'elles.

| CONDUITE DE 0 <sup>m</sup> 10 DE DIAMÈTRE. |                                        |             |                        |                                        |             |                        |
|--------------------------------------------|----------------------------------------|-------------|------------------------|----------------------------------------|-------------|------------------------|
| Longueur<br>de la<br>conduite.             | Base de 0 <sup>m</sup> 05 de diamètre. |             |                        | Base de 0 <sup>m</sup> 03 de diamètre. |             |                        |
|                                            | Manomètre.                             |             | Coefficient<br>conclu. | Manomètre.                             |             | Coefficient<br>conclu. |
|                                            | à l'origine                            | à l'extrém. |                        | à l'origine                            | à l'extrém. |                        |
| mèt.                                       | mèt.                                   | mèt.        |                        | mèt.                                   | mèt.        |                        |
| 100,60                                     | 0,0193                                 | 0,0076      | 0,0247                 | 0,0334                                 | 0,0271      | 0,0285                 |
| 120,10                                     | 0,0221                                 | 0,0076      | 0,0248                 | 0,0320                                 | 0,0253      | 0,0272                 |
| 139,50                                     | 0,0226                                 | 0,0076      | 0,0226                 | 0,0343                                 | 0,0271      | 0,0235                 |
| 159,95                                     | 0,0180                                 | 0,0054      | 0,0233                 | 0,0284                                 | 0,0211      | 0,0220                 |
| 179,79                                     | 0,0181                                 | 0,0050      | 0,0233                 | 0,0239                                 | 0,0185      | 0,0200                 |
| 199,50                                     | 0,0226                                 | 0,0059      | 0,0227                 | 0,0325                                 | 0,0239      | 0,0223                 |
| 219,51                                     | 0,0224                                 | 0,0067      | 0,0193                 | 0,0338                                 | 0,0239      | 0,0233                 |
| 239,15                                     | 0,0253                                 | 0,0063      | 0,0202                 | 0,0347                                 | 0,0248      | 0,0206                 |
| 258,96                                     | 0,0275                                 | 0,0063      | 0,0208                 | 0,0365                                 | 0,0255      | 0,0206                 |
| 279,71                                     | 0,0284                                 | 0,0059      | 0,0218                 | 0,0370                                 | 0,0244      | 0,0228                 |
| 300,00                                     | 0,0280                                 | 0,0054      | 0,0223                 | 0,0365                                 | 0,0230      | 0,0217                 |
| 321,93                                     | 0,0306                                 | 0,0059      | 0,0208                 | 0,0401                                 | 0,0262      | 0,0204                 |
| 344,28                                     | 0,0367                                 | 0,0050      | 0,0239                 | 0,0397                                 | 0,0253      | 0,0204                 |
| 366,73                                     | 0,0410                                 | 0,0060      | 0,0254                 | 0,0337                                 | 0,0320      | 0,0228                 |
| 387,14                                     | 0,0428                                 | 0,0059      | 0,0258                 | 0,0401                                 | 0,0239      | 0,0216                 |
|                                            | Moyenne. . .                           |             | 0,0228                 | Moyenne. . .                           |             | 0,0225                 |

| CONDUITE DE 0 <sup>m</sup> 05 DE DIAMÈTRE. |                 |                |                            | CONDUITE DE 0 <sup>m</sup> 0235 DE DIAMÈTRE |                 |                |                            |
|--------------------------------------------|-----------------|----------------|----------------------------|---------------------------------------------|-----------------|----------------|----------------------------|
| Buse de 0 <sup>m</sup> 03.                 |                 |                |                            | Buse de 0 <sup>m</sup> 02.                  |                 |                |                            |
| Longueur<br>de la<br>conduite.             | Manomètre       |                | Coeffi-<br>cient<br>concl. | Longueur<br>de la<br>conduite.              | Manomètre       |                | Coeffi-<br>cient<br>concl. |
|                                            | à<br>l'origine. | à<br>l'extrém. |                            |                                             | à<br>l'origine. | à<br>l'extrém. |                            |
| mèt.                                       | mèt.            | mèt.           |                            | mèt.                                        | mèt.            | mèt.           |                            |
| 9,35                                       | 0,0370          | 0,0336         | 0,0244                     | 8,90                                        | 0,0540          | 0,0090         | 0,0252                     |
| 19,50                                      | 0,0397          | 0,0316         | 0,0242                     | 17,58                                       | 0,0590          | 0,00605        | 0,0223                     |
| 30,30                                      | 0,0384          | 0,0271         | 0,0206                     | 25,11                                       | 0,0564          | 0,00393        | 0,0238                     |
| 40,20                                      | 0,0370          | 0,0262         | 0,0238                     | 32,62                                       | 0,0610          | 0,00347        | 0,0227                     |
| 50,05                                      | 0,0352          | 0,0215         | 0,0248                     | 40,20                                       | 0,0505          | 0,00203        | 0,0266                     |
| 55,53                                      | 0,0406          | 0,0240         | 0,0226                     | 50,55                                       | 0,0510          | 0,00267        | 0,0262                     |
| Moyenne. . .                               |                 |                | 0,0254                     | Moyenne. . .                                |                 |                | 0,0247                     |

Une circonstance particulière paraît avoir donné lieu à des coefficients trop faibles sur la grande conduite, notamment à son milieu. Le coefficient moyen, avec la buse de 0<sup>m</sup>04, y a été de 0,022; et de 0,021 avec celle de 0<sup>m</sup>02. Sur la conduite de 0<sup>m</sup>05, avec une telle buse, il s'est élevé à 0,0248.

L'ensemble de toutes nos observations donne, terme moyen  $n = 0,0238$ .

523. On aura par conséquent  $H - h = 0,0238$

$\frac{ALd^4}{D^5}$  : d'où

Pression  
à l'extrémité  
de la  
conduite.

$$h = \frac{H}{1 + 0,0238 \frac{Ld^4}{D^5}} = \frac{42,05HD^5}{L + 42 \frac{Ld^4}{D^5}}$$

J'ai comparé les valeurs de  $h$  données par cette formule avec celles de plus de trois cents observations, et les résultats du calcul ont suivi ceux de l'expérience, dans toutes leurs variations, leurs hausses et leurs baisses, et cela quelles que fussent les quantités d'eau motrice données, quelles que fussent les conduites et les buses employées, lorsque la section de celles-ci était les 0,73 de la section des premières, tout comme lorsqu'elle n'en était

que les 0,04. Ainsi, notre formule, bien qu'elle ne soit pas rigoureuse en théorie, a pleinement la sanction de l'expérience, au moins entre les limites où nous l'avons appliquée, et c'est entre ces limites que se trouveront presque tous les cas de la pratique.

524. Mettant la valeur de  $h$  ci-dessus dans l'expression de la dépense (509), il viendra

Expression  
de la  
dépense.

$$Q = 1870 \sqrt{\frac{T}{b+h}} \sqrt{\frac{HD^5}{L + 42 \frac{D^5}{d^5}}}.$$

L'air est ici à la pression  $b + h$ , réduisons-le au volume qu'il aurait sous la pression barométrique de 0<sup>m</sup>76, en multipliant par le rapport entre ces deux pressions; prenons, pour  $b + h$  et  $T$ , les valeurs moyennes 0<sup>m</sup>78 et 1,048 indiquées au n° 511, et nous aurons simplement

$$Q = 2225 \sqrt{\frac{HD^5}{L + 42 \frac{D^5}{d^5}}}.$$

525. D'après la manière dont notre formule de la dépense a été établie, il semble qu'elle ne saurait s'appliquer aux conduites entièrement ouvertes à leur extrémité, à celles dont la sortie n'est pas considérablement rétrécie par un ajutage, et où par conséquent on a  $d = D$ . Cependant encore ici, l'expérience indique que l'application peut être faite sans erreur notable. Toutefois, comme il n'y a point de contraction à la sortie, le coefficient  $m (= 0,93)$  qui avait été mis dans le multiplicateur numérique de la dépense doit en être ôté; et ce multiplicateur sera alors 2011 au lieu de 1870. Confrontons maintenant les résultats de la formule avec ceux d'une expérience faite par M. Girard.

Dépense  
des conduites  
entièrement  
ouvertes.

Cet ingénieur s'est servi d'un gazomètre employé à l'éclairage d'un des hôpitaux de Paris, pour constater la dépense d'une conduite dont il augmentait graduellement la longueur, la pression dans le gazomètre étant constante. Elle était de 0<sup>m</sup>02488 estimée en colonne de mercure; la conduite faite de canons de fusil adaptés bout à bout, avait 0<sup>m</sup>01579 de diamètre: à l'époque des expériences, la température était de 19°, et le baromètre indiquait 0<sup>m</sup>758 environ. La dépense observée a été moindre que la dépense calculée dans le rapport de 551 à 557 ou de 989 à 1000, ainsi qu'on le voit ci-contre. De sorte que ces expériences baisseraient à 1989 le coefficient 2011; et l'on aurait, pour les conduites ouvertes,

| LONG.<br>de la<br>conduite. | DÉPENSE EN l'<br>d'après |             |
|-----------------------------|--------------------------|-------------|
|                             | l'observation.           | la formule. |
| mèt.                        | mèt. cub.                | mèt. cub.   |
| 6,58                        | 0,001440                 | 0,001389    |
| 37,59                       | 0,000573                 | 0,000605    |
| 56,84                       | 0,000492                 | 0,000493    |
| 85,06                       | 0,000409                 | 0,000404    |
| 109,04                      | 0,000330                 | 0,000357    |
| 126,58                      | 0,000307                 | 0,000331    |
| 128,80                      | 0,000305                 | 0,000329    |
| Moyen.                      | 0,000551                 | 0,000557    |

$$Q = 1989 \sqrt{\frac{T}{b+h}} \sqrt{\frac{HD^5}{L+42D}}$$

Dans une telle conduite, l'air sort à très peu près sous la pression  $b$ , et  $h = 0$ : à l'entrée la pression est  $b + H$ ; mais  $H$  est généralement petit, et sans erreur on peut faire  $b + \frac{1}{2}H$  et même  $b + H$  égal à 0<sup>m</sup>76. Ainsi

$$Q = 2336 \sqrt{\frac{HD^5}{L+42D}}$$

Comparaison  
entre les  
dépenses en  
air et en eau.

526. Comparons cette expression de la dépense  $Q$  en air, avec celle qui donne la dépense  $Q'$  en eau, la pression, la longueur et le diamètre de la conduite demeurant les mêmes.



La dépense dans les grandes vitesses est (189),  
 $Q' = 20,73 \sqrt{\frac{H'D^5}{L + 36D}}$ ,  $H'$  étant la hauteur de la  
 colonne d'eau qui mesure la charge sur la conduite.  
 Exprimant  $H'$  en colonne de mercure, on a  $H' =$   
 $13,6H$ , et par conséquent

$$Q' = 76,45 \sqrt{\frac{HD^5}{L + 36D}}$$

Ainsi, et à très peu de chose près,

$$Q : Q' :: 76,45 : 2336 :: 1 : 30,55;$$

c'est-à-dire que sous une même charge, une même  
 conduite dépenserait un volume d'air 30,55 fois plus  
 considérable que le volume d'eau.

D'après un principe posé au n° 512, les deux  
 dépenses auraient dû être en raison inverse de la  
 racine carrée des densités respectives des deux flui-  
 des, et par conséquent (496) comme 1 à  $\sqrt{585 \frac{T}{b+A}}$   
 ou 1 à  $24,21 \sqrt{\frac{T}{b+A}}$ ; ou encore, puisque  $b + h$   
 $= 0,76$  et  $T = 1,048$ , comme 1 à 28,41.

527. D'après ce même principe,  $p$  étant la pesan-  
 teur spécifique d'un gaz quelconque comparative-  
 ment à l'air atmosphérique, on aura le volume de  
 ce gaz dépensé par une conduite en divisant les va-  
 leurs de  $Q$  ci-dessus (524, 526) par  $\sqrt{p}$ .

Dépense  
pour un gaz  
quelconque.

528. Les coudes des conduites, lorsqu'ils sont  
 brusques et forts, augmentent considérablement la  
 résistance au mouvement : ainsi, dans mes nom-  
 breuses expériences sur des conduites coudées, sept  
 angles de  $45^\circ$  ont réduit d'un quart la dépense.

Résistance  
des coudes.

Dans ces expériences j'ai vu la résistance croître,

de même que pour les conduites menant de l'eau, sensiblement comme le carré de la vitesse, et à très peu près comme le carré du sinus des angles. Mais, et à ma très grande surprise, elle n'augmentait plus proportionnellement au nombre des angles; au delà d'un certain nombre, elle diminuait même: ainsi 15 angles ont un peu moins réduit la dépense que 7 de même grandeur. Ce phénomène et quelques autres circonstances ont rendu vaines les tentatives que j'ai faites pour établir, même approximativement, une expression de la résistance des coudes.

Dans la pratique, on évitera leur mauvais effet, en arrondissant bien ceux que l'on serait obligé de faire.

529. Quant aux étranglemens que l'on pourrait avoir accidentellement, leur résistance, comme dans les conduites d'eau (200), serait exprimée par

$$hm^4 d^4 \left( \frac{\pi^2}{m^2 s^2} - \frac{1}{D^4} \right),$$

$s$  étant la section étranglée.

Exemple.

530. A un gazomètre rempli de gaz hydrogène carboné, on a adapté une conduite ayant 0<sup>m</sup>01579 de diamètre et 126<sup>m</sup>58 de long; la hauteur du manomètre à eau établi sur le gazomètre est de 0<sup>m</sup>03383: on demande quelle sera la dépense par seconde.

$$\text{On a } D = 0^m01579, L = 126^m58, H = \frac{0.03383}{13.6} = 0^m002488,$$

$$\text{et } p = 0.559, \text{ et par conséquent } Q = \frac{2336}{\sqrt{0.559}} \sqrt{\frac{0.002488 (0.01579)^4}{126.58 + 12.01579}} = 0^m000433.$$

L'expérience a donné 0,000420.

Je présente, ci-contre, les résultats de quatre autres observations faites sur la même conduite. En somme, ils ne diffèrent guère que d'un centième de ceux de la formule.

| LONG.<br>de la<br>conduite. | DÉPENSE D'APRÈS |             |
|-----------------------------|-----------------|-------------|
|                             | l'expérience.   | la formule. |
| mèt.                        | mèt. cub.       | mèt. cub.   |
| 37,53                       | 0,000778        | 0,000791    |
| 56,44                       | 0,000655        | 0,000644    |
| 85,06                       | 0,000580        | 0,000528    |
| 109,04                      | 0,000451        | 0,000467    |

531. On a une conduite de 325<sup>m</sup> de long et de 0<sup>m</sup>.12 de diamètre; elle est adaptée à un réservoir sur lequel le manomètre à mercure se tient à 0<sup>m</sup>.055. Quel diamètre doit-on donner à la buse pour que la dépense soit de 0<sup>mm</sup>.11 par seconde ?

L'équation  $Q = 2225 \sqrt{\frac{HD^5}{L + 42 \frac{D^5}{d^5}}}$ , en élevant au carré et trans-

posant, devient  $d^4 = \frac{42 Q^2 D^5}{(2225)^2 HD^5 - L Q^2}$ ; ou, avec les quantités nu-

mériques ci-dessus données,  $d^4 = \frac{42 (0,11)^2 (0,12)^5}{(2225)^2 (0,055) (0,12)^5 - 325 (0,11)^2}$   
 $= 0,000003579$ ; et, en extrayant la racine quatrième,  $d = 0<sup>m</sup>.0435$ .

## CHAPITRE II.

### DES MACHINES SOUFFLANTES.

532. On donne le nom de *machines soufflantes* à de grands soufflets que l'on emploie, dans les arts, pour produire un souffle continu, soit afin d'animer les feux des forges et autres usines métallurgiques, soit comme ventilateurs.

Leurs  
espèces.

Autrefois ces machines n'étaient que des soufflets de forme ordinaire et garnis en cuir, ou bien des doubles-caisses en bois; l'une était fixe et l'autre mobile; la garniture consistait en des liteaux également en bois.

Maintenant, et presque partout, ce sont de gros corps de pompe cylindriques ou prismatiques fermés au moins à une extrémité, faits en fonte, ou en bois, ou en marbre, et dans lesquels se meut un piston garni de cuir ou de liteaux: il y a deux soupapes, l'une pour l'entrée et l'autre pour la sortie de l'air: ils sont à simple ou à double effet (1).

(1) On trouvera la description de telles machines dans la *Richesse minérale* de M. Héron de Villefosse, Tom. 3; et dans les traités de métallurgie,

On se sert, en quelques endroits, de *soufflets hydrauliques*, où l'eau fait l'office de piston, mais de piston immobile, et c'est le corps de pompe qui se meut : il consiste tantôt en une grosse cloche, sorte de gazomètre qui monte et descend dans un bassin plein d'eau ; tantôt en des tonneaux à moitié remplis d'eau, convenablement garnis de cloisons et de soupapes, et qui oscillent autour de leur axe (1).

Dans les pays de montagnes, où l'on a de grandes chutes d'eau, on fait un fréquent usage des *trompes* : ce sont des arbres, ou cylindres verticaux et creux, légèrement étranglés un peu au-dessous de leur extrémité supérieure, et dans lesquels tombe un courant d'eau, qui entraîne avec lui l'air qui entre continuellement dans l'arbre par de petites ouvertures ou *aspirateurs* percés au-dessous de l'*étranguillon*. Cet air se dégage dans la caisse où aboutissent les arbres, et il en sort par un tuyau disposé à cet effet.

Il a été fait mention au n° 471 de vis d'Archimède employées comme machines soufflantes : elles ne sont inconnues. Une d'elles sert et avec succès, dit-on, pour un haut fourneau à fondre le minerai de fer aux usines de M. Kœchlin près de Mulhouse.

Ces diverses machines lancent le courant d'air sur un point donné, par l'intermédiaire de tuyaux *portevents* ou de longues conduites. Quelquefois les tuyaux leur sont immédiatement adaptés : mais le plus souvent, et lorsqu'on tient à avoir un souffle continu, deux, trois ou quatre corps de pompe envoient leur

---

notamment dans le *Manuel de la métallurgie du fer*, par M. Karsten, Tom. 2 de la traduction française de 1830.

(1) Voyez la description d'une de ces machines que j'ai publiée dans le Tome IX des *Annales des mines*, 1824.

air dans un réservoir commun, d'où partent les conduites qui le mènent à sa destination.

La force dynamique imprimée à cet air, pour le faire entrer et passer dans les conduites et pour l'en faire sortir, en une quantité et avec une vitesse données, représentera l'effet de la machine considérée uniquement comme ayant à souffler, et par conséquent abstraction faite de toute autre résistance. L'effet utile consisterait seulement dans l'action nécessaire pour faire sortir, par l'orifice qui termine la conduite, cette quantité d'air et avec cette vitesse.

Effet  
des machines  
soufflantes.

533. L'effet utile d'une machine s'estime, en général, par le poids du corps qu'elle meut et par la hauteur due à la vitesse du mouvement. De plus, lorsqu'un fluide quelconque sort d'un vase sous une certaine pression, la vitesse de sortie a, pour hauteur due, la hauteur d'une colonne de fluide sortant dont le poids équivaldrait à la pression (14). D'après ces deux principes, *l'effet utile d'une machine soufflante sera exprimé par le produit du poids de l'air émis en 1" et de la hauteur due à la vitesse de l'émission.*

Effet utile.

Je donne une démonstration directe de ce théorème fondamental. — Prenons, pour machine, un cylindre à piston auquel l'éjutage de sortie serait immédiatement adapté : Désignons par  $\Sigma$  la surface du piston, par  $v$  sa vitesse ascensionnelle, par  $H$  la hauteur du manomètre à mercure placé sur la base supérieure du cylindre, par  $\Delta$  le poids spécifique de ce métal, par  $\sigma$  l'aire de l'orifice de sortie corrigée de l'effet de la contraction, par  $\Upsilon$  la vitesse avec laquelle l'air sort, par  $\delta$  le poids spécifique de ce fluide, et enfin par  $p$  le poids absolu de celui qui sort en une seconde. On a évidemment  $p = \sigma \Upsilon \delta$ . Puisque l'écoulement est permanent pendant la levée du piston (abstraction faite des pre-

miers instans), les vitesses seront en raison inverse des sections, et l'on aura  $\Sigma v = \sigma Y$ ; et par conséquent  $p = \Sigma v \delta$ , ou  $v = \frac{p}{\Sigma \delta}$ . De plus, l'effort que fait la partie immédiatement active de la machine, le piston, pour comprimer l'air qui est au-dessus de lui, de manière à donner à ce fluide la force élastique  $H$ , en vertu de laquelle il sort avec la vitesse  $Y$ ; cet effort, dis-je, est évidemment égal à celui qu'il faudrait faire pour élever une couche de mercure étendue sur le piston et dont  $H$  serait l'épaisseur: or un tel effort est tout aussi évidemment représenté par le poids de cette couche, lequel est  $\Sigma H \Delta$ . L'effet d'une machine consistant dans le poids qu'elle élève, multiplié par la hauteur de l'élévation en 1'', hauteur qui est ici  $v$ , celui du cylindre soufflant sera  $\Sigma H \Delta v = \Sigma H \Delta \frac{p}{\Sigma \delta} = p \cdot H \frac{\Delta}{\delta}$ ; expression dans laquelle le premier facteur est le poids de l'air émis, et le second est la hauteur due à la vitesse de l'émission (500). C. Q. F. D.

Cette hauteur est aussi égale à  $\frac{Y^2}{2g}$ : la masse  $M$  de l'air dont  $p$  est le poids étant  $\frac{p}{g}$ , ou aura encore, pour expression de l'effet,  $\frac{1}{2}MY^2$ : c'est-à-dire que l'effet d'une machine soufflante est la moitié de la force vive que possède l'air à sortie.

534. Lorsque l'ajutage est immédiatement adapté à la machine, le poids de l'air qui sort en 1'' est (510)  $493 \sqrt{\frac{b+H}{T}} d^2 \sqrt{H}$ ; et la hauteur due à la vitesse de sortie égale (500)  $7955 \frac{T}{b+H} \cdot H$ ; ainsi l'effet utile sera

$$3922610 \sqrt{\frac{T}{b+H}} d^2 H \sqrt{H}.$$

535. Si l'air, au lieu de sortir immédiatement du réservoir par un ajutage qui y serait adapté, était obligé de parcourir une longue conduite, à l'extrémité de laquelle serait l'orifice de sortie, et où le manomètre se tiendrait à la hauteur  $h$ , l'effet utile serait  $3922610 \sqrt{\frac{T}{b+h}} d^2 h \sqrt{h}$ .

Comme dans les applications de ces formules à la pratique, il ne s'agit guère que d'approximations, on peut substituer à  $T$  et  $b + h$ , les valeurs moyennes déjà indiquées (511), et l'on aura pour l'effet utile d'une machine soufflante,  $h$  étant la hauteur du manomètre placé sur l'extrémité de sa conduite,

$$4546800d^5h\sqrt{h}.$$

536. Quelle que soit la conduite, tant que  $h$  conserve la même valeur, le poids de l'air sorti en 1" demeurera bien  $425d^2\sqrt{h}$  (511), et l'effort exercé à l'extrémité de la conduite, pour faire sortir cet air, est bien toujours représenté par  $h$  : mais, à l'entrée de la conduite, et c'est sur cette partie qu'agit la machine, elle exerce un effort  $H$ , qui est  $h$  augmenté de la résistance  $H - h$  éprouvée par l'air dans les tuyaux. De sorte que la quantité d'action imprimée, ou l'effet dynamique, est l'expression ci-dessus augmentée dans le rapport de  $H$  à  $h$ , et par conséquent

Effet total.

$$4546800d^5H\sqrt{h}.$$

537. Presque jamais les hauteurs  $H$  et  $h$  ne se trouvent, comme quantités données ou cherchées, dans les questions qui se présentent à résoudre, et il convient de les éliminer de l'expression de l'effet. On prendra d'abord pour  $H$  sa valeur déduite de la relation donnée au n° 523, et il viendra pour l'effet,  $4546800d^5h^{\frac{3}{2}}\left(1 + 0,0238\frac{Ld^4}{D^5}\right)$ . Ensuite, on mettra pour  $h^{\frac{3}{2}}$  sa valeur déduite de l'équation  $p = 425d^2\sqrt{h}$  (511), où  $p$  est le poids de l'air

dépensé en 1'', et on aura, toute réduction faite,

$$0,001406p^3 \left( \frac{L}{D^3} + \frac{42}{d^4} \right).$$

Le plus souvent la quantité d'air qui sort d'une machine soufflante est exprimée en volume et non en poids; substituant donc  $Q$  à  $p$ , et se rappelant que, sous la pression 0<sup>m</sup>76 et à la température

de 12°,  $p = 1,709 \frac{0,76}{1,048} Q = 1,239Q$ , on aura

$$0,002677Q^3 \left( \frac{L}{D^3} + \frac{42}{d^4} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

538. Telle est la force à imprimer à l'air pour le faire passer dans la conduite; mais celle qu'il faut imprimer à la machine, au piston qui pousse l'air par exemple, est plus considérable: elle doit encore surmonter le frottement du piston contre les parois du cylindre, etc. De plus, comme dans les pompes (431), on a un *espace nuisible*, celui qui demeure entre le piston parvenu au plus haut de sa course et la base supérieure du cylindre; l'air qui l'occupe se contracte et se dilate alternativement, à chaque oscillation du piston, et sans sortir; de là un nouvel emploi d'action motrice. De plus encore, une portion notable de l'air déjà aspiré, un quart, un tiers et souvent plus, s'échappe à travers la garniture du piston, ou par des joints mal fermés; quoiqu'elle soit sans effet utile, il n'en a pas moins fallu une force pour la pousser jusqu'aux points d'échappement. De sorte que la force totale à imprimer, ou l'effet  $E$  excédera l'expression ci-dessus: on lui fera subir l'augmentation convenable en l'affectant du multiplicateur  $n$ , et il viendra

$$E = 0,002677nQ^3 \left( \frac{L}{D^3} + \frac{42}{d^4} \right).$$



539. Ici, comme dans toutes les machines (289), on a  $E = n' \mathfrak{P} \mathfrak{S}$ ,  $\mathfrak{P}$  et  $\mathfrak{S}$  étant le poids et la chute de l'eau motrice. En faisant  $\frac{n'}{n} = m$ , l'équation, qui servira à résoudre les diverses questions relatives aux machines soufflantes, sera

$$m \mathfrak{P} \mathfrak{S} = 0,002677 Q^3 \left( \frac{L}{D^3} + \frac{41}{24} \right).$$

Le coefficient  $m$ , lequel se réfère à l'effet utile, variera avec la machine dont on fera usage, et il aura les valeurs que nous allons indiquer.

540. Dans les machines soufflantes, comme dans les roues hydrauliques,  $m$ , ou le rapport entre l'effet produit et la force du moteur employée à le produire, varie d'une espèce de machine à l'autre; et, pour chaque espèce, on peut lui affecter une valeur moyenne. Ainsi :

Dans une bonne machine à pistons, consistant en des cylindres de fonte bien alésés, et mise en jeu par une machine à vapeur, on admettrait  $m = . . . 0,50$ .

Pour une machine à pistons ordinaire, mue par une roue à augets bien établie, y compris les pertes inévitables d'air, on aurait, d'après mes observations sur cette sorte de soufflets (1) . . . . . 0,24.

Si l'eau motrice agissait sur une roue par le choc et non par le poids, ce ne serait plus que. . . 0,14.

Dans les soufflets hydrauliques, où le frottement contre l'eau est petit, et où l'on a peu de pertes d'air, selon que la roue est frappée en dessus ou en dessous, on a  $m = . . . . . 0,30$  ou  $0,18$ .

---

(1) *Observations sur les machines soufflantes à pistons des usines à fer du sud-ouest de la France; dans les Annales des mines. Tom. XI, 1825.*

Enfin, pour les trompes d'ailleurs bien disposées, d'après les observations de MM. Tardy et Thibaud, comme d'après celles que M. Marrot et moi avons faites de concert,  $m = \dots\dots\dots 0,10$ .

Dans les machines d'une même espèce, le coefficient qui vient de leur être assigné, varie jusqu'à un cinquième et même jusqu'à un quart en plus ou en moins, selon que la machine approche plus ou moins de la perfection sous le rapport de la construction et de la disposition, et selon qu'elle est plus ou moins bien tenue.

Expression  
de  
la dépense.

541. Qu'il s'agisse maintenant d'avoir la dépense d'une conduite donnée, on dégagera  $Q$  de l'équation ci-dessus (539), et l'on aura

$$Q = 7,20 \sqrt[3]{\frac{m \Phi \Phi}{\frac{L}{D^5} + \frac{42}{d^4}}}.$$

Si la conduite était entièrement ouverte, en augmentant le coefficient dans le rapport de 2225 à 2336 (525), on aurait

$$Q = 7,56 \sqrt[3]{\frac{m \Phi \Phi D^5}{L + 42D}}.$$

Expression  
du diamètre.

542. Très souvent on a à déterminer le diamètre qu'il convient d'assigner à une conduite qu'on veut établir; l'équation fondamentale donne, pour cette détermination,

$$D = 0,306 \sqrt[5]{\frac{LQ^3}{m \Phi \Phi - 0,1125 \frac{Q^3}{d^4}}}.$$

La vitesse avec laquelle le fluide doit sortir de la conduite, est quelquefois une des données du problème à résoudre. On l'introduira alors dans les formules en remplacement de  $d$ , dont la valeur,

en fonction de  $V$ , est donnée par la relation  $Q = 0,93\pi d^2 V$ ; et, par suite d'une telle substitution, on aura

$$D = 0,306 \sqrt{\frac{LQ^3}{m\phi\delta - 0,060QV}}.$$

543. Dans ce qui vient d'être exposé, les conduites étaient censées mener un air de température uniforme. Mais, depuis quelques années, on a trouvé avantageux de souffler les feux de certaines usines métallurgiques, par de l'air chaud à 300° de température thermométrique au moins : en conséquence, les conduites destinées à le porter aux fourneaux, ont à traverser des foyers qui lui donnent cette haute température. Si  $t'$  en est le nombre de degrés, qu'on fasse  $1 + 0,00375t' = T'$ , et que  $h$  soit toujours la hauteur du manomètre à mercure placé sur la conduite immédiatement avant l'ajutage de sortie, on aura  $Q = 289d^2 \sqrt{h \frac{T'}{\delta + h}}$ , ou, l'air étant pris à la température et pression de l'atmosphère,

Conduites  
à air chaud.

$$Q = 289d^2 \frac{T}{\delta} \sqrt{h \frac{\delta + h}{T'}};$$

et, pour l'effet utile  $e$ , ce serait

$$e = 3922610d^2 h \sqrt{h \frac{T'}{\delta + h}}.$$

Quant à l'effet dynamique ou à la force à imprimer à l'air entrant dans la conduite, si  $H$  est toujours l'effort manométrique à l'entrée, on pourra admettre encore  $3922610d^2 H \sqrt{h \frac{T'}{\delta + h}}$ . Mais, vu l'élévation de température entre les points où sont pris  $H$  et  $h$ , la loi qui lie ces deux quantités ne sera

plus celle qui a été donnée par les expériences faites aux mines de Rancié, et nous ne pourrions arriver à une expression de la force imprimée analogue à celle du n° 537.

Toutefois, dans les conduites courtes, d'un grand diamètre comparativement à celui de l'orifice de sortie, et où par conséquent  $H$  diffère très peu de  $A$ , l'expression de l'effet utile ci-dessus pourra, avec une légère augmentation, être prise pour celle de la force à imprimer. Cette force sera à celle qu'il eût fallu, si l'air n'avait point été chauffé,  $A$  demeurant le même, comme  $\sqrt{T'}$  à  $\sqrt{T}$ . Ainsi pour de l'air chaud à  $350^\circ$ , celui de l'atmosphère étant à  $12^\circ$ , la force eût été plus considérable dans le rapport de 149 à 100; et malgré cela, la quantité d'air soufflée eût été moindre dans le rapport de 67 à 100; il eût fallu une force bien plus que double pour en obtenir une même quantité. Au reste, en prenant dans l'équation de la dépense la valeur de  $A$ , et la substituant dans l'expression de l'effet, on aurait le rapport exact entre les deux forces.

M. Combes, dans un Mémoire dont il sera bientôt question, a déduit d'une théorie à lui particulière l'expression suivante de la force à imprimer à l'air :

$$\frac{8\Delta Q^3 g}{g\pi^2} \left\{ \frac{1}{m^2 d^4} + \frac{0,0238}{D^5} \left( \frac{L'}{\Delta} + L'' \right) + \frac{2 \log \text{hyp} \Delta}{D^4} \right\}$$

dans laquelle  $\Delta$  est le rapport de  $T'$  à  $T$ ,  $g$ , le poids du mètre cube de l'air de l'atmosphère,  $L'$  la longueur de la portion de la conduite depuis l'origine jusqu'au foyer chauffant,  $L''$  l'autre portion.

Pour le rapport de cette force à celle qu'il eût fallu pour de l'air non chauffé,  $Q$  demeurant le même, M. Combes trouve une valeur un peu inférieure à

$$\Delta \left( 1 + \frac{2 \log \text{hyp} \Delta}{\frac{D^4}{m^2 d^4} + 0,0238 \frac{L}{D}} \right).$$

Exemples.

544. I. Il faut fournir, à un haut fourneau à fondre du minerai de fer à l'aide du coak, un mètre cube d'air par seconde, arrivant au foyer avec  $150^m$  de vitesse: le moteur doit être une machine à vapeur; le porte-vent aura  $95^m$  de long et  $0^m30$  de diamètre. On demande de quelle force devra être la machine.

La question se réduit à déterminer  $\Phi S$ . L'équation fondamentale en donnera immédiatement la valeur, lorsqu'on y aura exprimé la condition relative à la vitesse, c'est-à-dire, qu'on y aura introduit la valeur de  $d$  remplissant cette condition; cette valeur sera  $0^m09553$  ( $= \sqrt{\frac{1}{0,93 \cdot \pi \cdot 150}}$ ). (On donnera l'air au fourneau par deux buses de  $0^m068$ , ou par trois de  $0^m054$  de diamètre).

La soufflerie étant mise en jeu par une machine à vapeur, on aura moyennement  $m = 0,50$ . On a de plus  $Q = 1^{mm}$ ,  $L = 96^m$ ,  $D = 0^m30$  et  $d = 0^m09553$ .

Ainsi,  $\Phi S = \frac{0,002677}{0,5} \times 1^3 \left\{ \frac{95}{(0,3)^5} + \frac{42}{(0,09553)^5} \right\} = 2910$  : c'est-à-dire qu'il faudra une machine de la force de  $2910^k$ , ou de  $39 \left( = \frac{2910}{75} \right)$  chevaux-vapeur.

Si, tout étant égal d'ailleurs dans les données du problème, le diamètre de la conduite, au lieu de  $0^m30$ , n'eût été que de  $0^m25$ , il eût fallu une force de. . . . . 43  
 . . . . .  $0,20$  . . . . . 57  
 . . . . .  $0,15$  . . . . . 120  
 . . . . .  $0,125$  . . . . . 254  
 . . . . .  $0,10$  . . . . . 714  
 . . . . .  $0,09553$  (égal au diamètre de la buse) . . . 889

Cette remarque montre combien il est avantageux de donner aux conduites un grand diamètre par rapport à celui de l'orifice des buses qui les terminent, même lorsque leur longueur est peu considérable, comme dans l'exemple actuel.

Mes expériences sur le ventilateur des mines de Rancié fournissent une preuve frappante et directe de cet avantage, celui d'un grand diamètre de la conduite comparativement au diamètre de l'orifice. Par exemple, dans les expériences dont les résultats sont notés ci-contre, et qui ont été faites à l'extrémité d'une conduite ayant  $38^m$  de long et  $0^m10$  de diamètre, si l'on représente par  $h$  la puissance motrice à l'origine de la conduite, la puissance utile qu'il en reste à

| D                 | H      | A      | $\frac{A}{H}$ |
|-------------------|--------|--------|---------------|
|                   | mèt.   | mèt.   |               |
| $5 d$             | 0,0541 | 0,0474 | 0,88          |
| $3 \frac{1}{2} d$ | 0,0541 | 0,0307 | 0,57          |
| $2 \frac{1}{2} d$ | 0,0460 | 0,0162 | 0,35          |
| $2 d$             | 0,0405 | 0,0054 | 0,13          |

l'extrémité, sera exprimée par les nombres de la dernière colonne; et l'on voit qu'ils vont en diminuant, et très rapidement, à mesure que le diamètre  $D$  de la conduite diminue, celui  $d$  de l'orifice demeurant le même.

II. Si dans les soufflets de l'exemple que nous venons de donner, les pistons, au lieu d'être mis en jeu par une machine à vapeur, l'eussent été par une roue hydraulique à augets, sous une chute d'eau de 5<sup>m</sup>, toutes les autres données du problème demeurant d'ailleurs les mêmes, on aurait fait  $m = 0,24$ , et l'on aurait eu  $\Phi\Phi = 6063^{1m}$ ; et, puisque  $\Phi = 5$ ,  $\Phi = 1213^k$ , c'est-à-dire que, pour produire l'effet demandé, il faudrait un courant qui donnât 1213<sup>k</sup> ou 1<sup>mm</sup>213 d'eau par seconde.

III. On veut établir un ventilateur qui porte 0<sup>mm</sup>08 d'air par seconde à 1500<sup>m</sup> de la machine qui doit le fournir : cette machine est une trompe à laquelle on peut donner 0<sup>mm</sup>05 ou 50<sup>k</sup> d'eau, sous une chute de 5<sup>m</sup>50 : on demande quel doit être le diamètre de la conduite.

On a  $Q = 0^{mm}08$ ,  $L = 1500^m$ ,  $\Phi = 50^k$ ,  $\Phi = 5^m50$ , et  $(540)m = 0,10$ .

Comme la conduite doit être entièrement ouverte à l'extrémité, on fera usage de la seconde des deux équations du n° 541; elle donnera  $D^5 = \frac{Q^3 (L + 42D)}{(7,56)^3 m \Phi \Phi}$ . Négligent d'abord le terme  $42D$ , on aura, avec les valeurs numériques ci-dessus,  $D^5 = 0,00006464$ , et, en extrayant la racine cinquième,  $D = 0,1453$ . Par suite  $42D = 6,10$  : mettant ce terme dans la formule, on obtiendra  $D = 0,1454$ .

Pour prévenir tout mécompte dans l'exécution, on portera ce diamètre à 0<sup>m</sup>15, et même à plus, si la grandeur des feuilles de tôle, dont se composera la conduite, permet de plus grandes dimensions, sans augmentation notable de dépense.

*Nota.* En 1823, j'eus à établir, comme je l'ai dit (522), des conduites d'air aux mines de Rancié; je cherchai, dans les auteurs qui avaient traité du mouvement des fluides, des règles propres à me diriger dans ce travail, et je n'en trouvai aucune. Sentant toute l'utilité dont elles étaient, j'en essayai la détermination. A cet effet, j'observai soigneusement les nombreux phénomènes manométriques que je fis naître lors de la pose successive des parties de différentes conduites; et ils me dictèrent en

quelque sorte les formules que j'ai posées dans cette section : elles sont le résultat immédiat de l'expérience, elles sont simples, et elles suffiront pleinement aux ingénieurs qui se trouveront dans des cas pareils à ceux où j'ai été.

Depuis, deux géomètres distingués, MM. Navier et Poncelet, se basant sur quelques hypothèses et mettant à profit les résultats de mes observations, ont donné une théorie mathématique et générale du mouvement des fluides aériformes. On peut voir celle de M. Navier dans son *Mémoire sur l'écoulement des fluides élastiques dans les vases et les tuyaux de conduite* (*Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut*, 1829). Le travail de M. Poncelet est exposé succinctement dans ses leçons (lithographiées) à l'école d'artillerie de Metz. — L'équation du mouvement établie par ce savant est

$$H - h = \left\{ 1 + \left( \frac{1}{m^2} - 1 \right)^2 + 0,0246 \frac{L}{D} \right\} \frac{h m^2 d^4}{D^4 \left( 1 - \frac{m^2 d^4}{D^4} \right)}$$

Elle diffère de celle que j'ai donnée au n° 523 : •

1° Par le terme  $1 + \left( \frac{1}{m^2} - 1 \right)^2$ , dont la valeur est seulement 1,006 et qui se rapporte à la contraction éprouvée par l'air à son entrée dans la conduite. J'ai remarqué (520) que l'effet de cette contraction était compris dans mon coefficient 0,0238 ;

2° Par le terme  $1 - \frac{m^2 d^4}{D^4}$ . Je l'ai admis en théorie, d'une manière un peu différente, il est vrai (521) : mais l'expérience m'a porté à le supprimer. Pour la plupart des cas qui se présenteront dans la pratique, il sera négligeable, et la formule de M. Poncelet ne différera pas sensiblement de la mienne dans ses résultats.

Depuis encore, en 1837, M. Combes a traité la question théorique du mouvement de l'air dans les conduites par une méthode qui a des rapports avec celle de M. Navier, quoiqu'elle en diffère à certains égards. Il conserve, dans ses formules, un terme relatif au poids de l'air dans la conduite ; terme que M. Poncelet avait ôté des siennes, parce qu'il n'y avait qu'une faible influence, que j'avais à dessein ômis dans les miennes, parce que mes conduites étaient peu inclinées ; mais qui peut être d'un effet notable dans quelques circonstances, par exemple lorsqu'il s'agit des puits d'airage dans les mines, ou des hautes cheminées dans certaines usines. En désignant par  $H'$  la différence de niveau entre les deux

extrémités de la conduite (quantité relative à ce terme), par  $\Omega$  la section de la conduite, par  $\chi$  son périmètre, par  $a$  l'aire de l'orifice de sortie, par  $\mu'$  le coefficient de contraction y relatif, par  $\mu$  celui concernant les tuyaux cylindriques, par  $p_1$  la pression sur l'entrée de la conduite, par  $p_2$  la pression sur l'orifice de sortie, par  $q_1$  le poids du mètre cube d'air sous cette dernière pression, qui est celle de l'atmosphère, par  $\phi$  un coefficient à déduire de l'expérience (les miennes donnent  $86 = 0,0138$ ), enfin par  $Q$  le volume d'air éconlé pris à la pression et température atmosphériques, M. Combes arrive à l'équation

$$Q = \sqrt{\frac{2g \left( \frac{p_1 - p_2}{q_1} \mp H' \right)}{\frac{1}{\mu'^2 a^3} - \frac{1}{\mu'^2 \Omega^3} + \frac{1}{\mu^2 \Omega^3} + \frac{2}{\Omega^3} \phi \frac{\chi}{\Omega} L}}.$$

Pour les conduites cylindriques, en observant que  $\mu'$  ne diffère pas sensiblement de  $\mu$ , et que  $\frac{p_1 - p_2}{q_1} = \varphi (b + H) - \varphi b = \varphi H$ ,  $\varphi$  étant le rapport du poids spécifique du mercure à celui de l'air de l'atmosphère ( $\varphi = 10969$  à  $0^m 76$  de pression et  $11^\circ$  de température), cette équation se réduit à

$$Q = 2362 \sqrt{\frac{(H \mp 0,0000915 H') D^3}{L + 48,6 \frac{D^4}{d^3}}}.$$

Celle que j'ai établie est (524)

$$Q = 2225 \sqrt{\frac{H D^3}{L + 42 \frac{D^4}{d^3}}}.$$



---

## TROISIÈME SECTION.

---

Il va être ici question de la force et de l'emploi de l'air comme moteur : de sa force, en tant qu'il communique le mouvement par son impulsion, ou qu'il le détruit par sa résistance ; de son emploi, en tant qu'il met les moulins à vent, la seule de nos machines qu'il mette en jeu (les vaisseaux étant du domaine spécial de l'art nautique).

### CHAPITRE PREMIER.

#### DU CHOC ET DE LA RÉSISTANCE DE L'AIR.

Tous les auteurs ont regardé comme identiques les effets du choc de l'air et ceux de sa résistance. S'ils diffèrent entre eux, ce ne peut être que d'une quantité bien petite et dans leur coefficient constant ; car d'ailleurs ils suivent les mêmes lois, et nous allons en traiter sous le nom commun de *résistance*.

545. Les expériences et les observations de Borda et de Hutton ont mené à des résultats satisfaisans sur cette matière ; je vais en exposer la substance, et je renvoie, pour les développemens et les détails, aux ouvrages de ces deux auteurs (1).

Manière  
de constater  
les  
résistances.

---

(1) *Expériences sur la résistance des fluides*, par Borda. *Mémoires de l'Académie des sciences*. 1763.

*Détermination de la résistance de l'air* : 36<sup>e</sup> des *Tracts on mathematical*

Je donne d'abord une idée de l'appareil dont ils se sont servis.

Qu'on se figure un tour très mobile sur deux petits tourillons, et traversé perpendiculairement à son axe par une tige dont les deux moitiés formaient deux bras égaux. A leur extrémité on fixait les corps dont on voulait éprouver la résistance; et sur le tour s'enroulait un cordon, au bout duquel on suspendait divers poids.

Pour opérer, on laissait aller et descendre un poids; il imprimait à la machine un mouvement de rotation qui parvenait bientôt à l'uniformité: alors ce poids mesurait la résistance qu'éprouvaient, de la part de l'air, et le corps placé à l'extrémité d'un bras et les deux bras: on retranchait cette dernière, qu'on avait déterminée par une expérience particulière, et il restait celle du corps. On concluait sa vitesse du nombre de révolutions faites par la machine en un certain temps.

Lois  
de la  
résistance.

546. Les vitesses des corps qui se meuvent dans l'air ont été distinguées en petites ou ordinaires et en grandes; les premières ne dépassent guère 10<sup>m</sup>; les secondes, qui sont celles des boulets de canon et autres projectiles, ont été observées, par Hutton, depuis 100 jusqu'à 610<sup>m</sup>.

Dans les vitesses ordinaires la résistance est sensiblement proportionnelle au carré de la vitesse. Ainsi, Borda ayant fixé à son moulinet des plaques carrées de 0<sup>mm</sup>0117 de surface, et les ayant mues avec des vitesses qui se sont élevées depuis 2<sup>m</sup>06

---

*and philosophical subjects, etc., par Hutton, 1812. Traduit, par M. Terquem, sous le titre de: Nouvelles expériences d'artillerie.*

jusqu'à 8<sup>m</sup>87, a trouvé que les résistances et les carrés des vitesses suivaient le même rapport, ainsi qu'on le voit ci-contre. D'autres expériences, sur des plaques de 0<sup>mm</sup>026 et 0<sup>mm</sup>59, lui ont donné cette même égalité.

| RAPPORTS                        |                                            |
|---------------------------------|--------------------------------------------|
| des résistances<br>entre elles. | des carrés<br>des vitesses<br>entre elles. |
| 1,00                            | 1,000                                      |
| 0,50                            | 0,499                                      |
| 0,25                            | 0,247                                      |
| 0,125                           | 0,124                                      |
| 0,062                           | 0,062                                      |

Dans les grandes vitesses, l'expression du rapport entre la résistance et la vitesse est plus compliquée ; l'observation a porté Hutton à l'exprimer par trois termes : dans l'un la vitesse est à la deuxième puissance, dans le second elle est à la première, et le troisième est constant. En désignant par  $V$  la vitesse d'un boulet, par  $d$  son diamètre, il exprime, par la formule suivante, la résistance éprouvée

$$d^2 (0,00358V^2 - 0,258V + 3,29).$$

Nous remarquerons que la vitesse de l'air de l'atmosphère, lorsqu'il entre dans un espace entièrement vide, étant de 395<sup>m</sup> ( $=\sqrt{2g \cdot 7955}$ ), toutes les fois que le boulet aura une vitesse de plus de 400<sup>m</sup>, il se fera un vide parfait derrière lui ; et par suite la non-pression y sera constante et égale à toute la pression atmosphérique.

547. La résistance de l'air, comme celle de l'eau (257), croît dans un plus grand rapport que la surface du corps qui l'éprouve.

Ainsi les surfaces des trois plaques de Borda étant comme les nombres . . . . . 1 ; 2,25 ; 5,06 ; les résistances ont été comme . . 1 ; 2,44 ; 5,97 ; et par conséquent elles ont crû, à très peu près, comme la puissance 1,1 de leur surface.

Hutton a eu des résultats analogues, même sur des solides semblables ; ainsi deux demi-sphères mues en présentant au choc de l'air leur grand cercle, dont les aires étaient comme 1 à 1,80, ont éprouvé des résistances dans le rapport de 1 à 2,06. Dans d'autres expériences du même auteur, la différence a été un peu moindre, mais il y en a toujours eu une.

On augmenterait très vraisemblablement l'effort de l'impulsion de l'air sur une surface, si on l'entourait d'un rebord (239). On produit un effet du même genre en donnant une forme un peu concave à la surface choquée ; les voiles légèrement enflées impriment une plus grande vitesse aux vaisseaux : toutefois, la flèche de la courbure ne doit pas être de plus du quart ou du tiers de la largeur de la voile.

548. Toutes choses égales d'ailleurs, la résistance des fluides est proportionnelle à leur densité.

Celle de l'eau étant à peu près constante, on a pu se dispenser de l'introduire dans les formules de la résistance de ce fluide ; sa valeur était comprise dans celle du coefficient constant. Mais il n'en saurait être de même pour l'air, dont la densité varie, et notablement, d'un lieu à un autre, d'une saison, d'un instant à l'autre, suivant l'état du baromètre et du thermomètre ; elle est proportionnelle au poids spécifique, lequel est  $1,709 \frac{b}{1 + 0,004t}$  (498).

Expression  
de la  
résistance  
pour  
des plaques.

549. Soient  $p$ , ce poids,  $s$  la surface plane choquée, et  $n$  un coefficient numérique, on aura pour la résistance, dans les vitesses au-dessous de  $10^m$ ,  
$$np, s^{1,1} v^2.$$

Pour déterminer  $n$ , je reprends les expériences de Borda. Il a trouvé que la plaque de 0<sup>mm</sup>05935 de surface, en se mouvant avec une vitesse de 3<sup>m</sup>463, éprouvait une résistance de 0<sup>b</sup>07584; le baromètre était alors à 0<sup>m</sup>7573 et le thermomètre à 5°, ce qui donnait  $p = 1^b269$ : l'on a par conséquent 0,07584 =  $n \cdot 1,269 (0,05935)^{1,1} (3,463)^2$ , d'où on déduit  $n = \dots \dots \dots 0,1114$ ; avec la plaque de 0<sup>mm</sup>026, on a eu. . . . . 0,1097; avec celle de 0<sup>mm</sup>0117 . . . . . 0,1104.

Une plaque de 0<sup>mm</sup>02065 employée par

Hutton, a donné . . . . . 0,1074.

Ainsi nous pouvons établir, pour expression de la résistance éprouvée perpendiculairement par un corps mince,

$$0,11p, s^{1,1} v^2.$$

550. Lorsqu'un corps se présente obliquement au choc de l'air, il en éprouve une résistance moindre. Hutton, pour déterminer le rapport entre la résistance et l'obliquité, a pris une plaque rectangulaire de 0<sup>m</sup>203 de base sur 0<sup>m</sup>102 de hauteur; il l'a adaptée à son moulinet en lui faisant faire successivement, avec la direction du mouvement, différents angles depuis 0° jusqu'à 90°; et, en nommant  $i$  l'angle d'inclinaison, il a trouvé que ce rapport était assez exactement rendu par  $(\sin i)^{1,84 \cos i}$ . De sorte que l'expression générale de la résistance, pour un corps mince et plan, serait

$$0,11p, s^{1,1} v^2 (\sin i)^{1,84 \cos i}.$$

Ici  $v$  représente, ou la vitesse du corps, lorsque le corps se meut dans un air tranquille; ou la vitesse

Choc  
oblique

de l'air, lorsque c'est lui qui est en mouvement et que le corps est en repos; ou la vitesse relative ( $v \mp u$ ), lorsque le fluide et le corps sont l'un et l'autre en mouvement.

Résistance  
pour  
des solides  
de différentes  
formes.

551. Quoique l'expression ci-dessus se réfère particulièrement à de simples plaques ou à des corps fort minces, elle peut encore servir pour tous les solides qui offrent une surface plane à l'action de l'air; en observant toutefois que leur résistance est moindre de quelques centièmes.

Mais elle ne peut plus convenir aux corps qui présentent au choc ou un angle ou une surface convexe : leur résistance est bien moindre. Borda et Hutton se sont occupés de sa détermination pour des prismes triangulaires ayant deux faces latérales égales, pour des cônes, pour des demi-cylindres et des demi-sphères. Chacun de ces solides a été mu d'abord en présentant sa surface plane au choc, et la résistance alors éprouvée a été prise pour unité : puis, on l'a fait mouvoir en mettant en avant l'arête de l'angle plan compris entre les deux faces égales pour les prismes, ou le sommet pour les cônes, ou la surface convexe pour le demi-cylindre et la demi-sphère : la résistance obtenue, comparativement à celle de la surface plane du même corps, est notée au tableau suivant.

A côté des résultats de l'expérience, j'indique ceux de l'ancienne théorie, celle où l'on regardait la résistance comme proportionnelle au carré du sinus de l'angle d'incidence; et où, pour une surface courbe, on prenait l'intégrale de la résistance de son élément différentiel (267).

Chaque expérience présente, par la lettre initiale du nom Borda ou Hutton, l'indication de son auteur.

| DÉSIGNATION DES CORPS.                              | RÉSULTATS                     |                           |
|-----------------------------------------------------|-------------------------------|---------------------------|
|                                                     | de l'expérience,<br>ou $n'$ . | de l'ancienne<br>théorie. |
| B Prisme, à angle plan de. . . $90^\circ$ . . . . . | 0,728                         | 0,50                      |
| B Prisme . . . . . $60$ . . . . .                   | 0,520                         | 0,25                      |
| B Cône, angle au sommet de. $90$ . . . . .          | 0,691                         | 0,50                      |
| B Cône. . . . . $60$ . . . . .                      | 0,543                         | 0,25                      |
| H Cône. . . . . $51\ 22'$ . . . . .                 | 0,433                         | 0,19                      |
| B Demi-cylindre . . . . .                           | 0,570                         | 0,67                      |
| B Demi-sphère, et sphère entière . . . . .          | 0,410                         | 0,50                      |
| H Demi-sphère . . . . .                             | 0,413                         | 0,50                      |

La résistance de ces corps serait donc exprimée à très peu près par

$$0,11n'p,s_1{}^{1,1}v^2,$$

$n'$  étant le coefficient indiqué au tableau, et  $s_1$  la projection de la surface choquée sur un plan perpendiculaire à la direction du mouvement.

552. I. Déterminer l'effort qu'exerce un courant d'air sur une plaque d'un mètre carré de surface, contre laquelle il arrive perpendiculairement avec une vitesse de  $8^m$ ; l'état de l'atmosphère étant tel qu'il est moyennement en France. Dans cet état, la hauteur du baromètre  $b=0^m755$ , et celle du thermomètre  $t=12^\circ$ ; par suite  $p_1=1^k231$ . On a ici  $s=1$  et  $s^{1,1}=1$ ,  $v=8$  et  $v^2=64$ . Ces valeurs, mises dans l'expression  $0,11p,s_1{}^{1,1}v^2$ , donnent  $8^k666$  pour l'effort demandé.

Exemples.

Je porte au tableau suivant l'effort que les vents de diverse force exerceront sur une pareille plaque, en indiquant la vitesse de ces différens vents, avec le nom que leur donnent habituellement nos marins.

| DÉNOMINATION DES VENTS.                                   | VITESSE         |               | EFFORT<br>sur<br>1 <sup>m</sup> . |
|-----------------------------------------------------------|-----------------|---------------|-----------------------------------|
|                                                           | par<br>seconde. | par<br>heure. |                                   |
|                                                           | mèt.            | kilom.        | kilg.                             |
| Vent faible . . . . .                                     | 2               | 7             | 0,54                              |
| Vent <i>frais</i> ou <i>brise</i> (tend bien les voiles): | 6               | 22            | 4,87                              |
| Vent le plus convenable aux moulins. . .                  | 7               | 25            | 6,64                              |
| <i>Bon frais</i> (très bon pour la marche en mer).        | 9               | 32            | 10,97                             |
| <i>Grand frais</i> (fait serrer les hautes voiles). *     | 12              | 43            | 19,50                             |
| Vent très fort. . . . .                                   | 15              | 54            | 30,47                             |
| Vent impétueux. . . . .                                   | 20              | 72            | 54,16                             |

On cite encore des ouragans où la vitesse s'élève à 40 et 45<sup>m</sup>, et dont la force va jusqu'à renverser des maisons.

Peut-être ce tableau des vitesses du vent éveillera-t-il le désir de savoir quel rapport il y a entre elles et celles des vaisseaux qui sont exposés à leur action en pleine mer. Le seul fait que je puisse citer, et sans détail suffisant, c'est que la vitesse d'un tel vaisseau est regardée comme grande, lorsqu'il *file dix nœuds* ou qu'il parcourt 5<sup>m</sup><sub>14</sub> par seconde; et qu'elle est très grande à douze nœuds ou à 6<sup>m</sup><sub>17</sub>.

II. Un vent très fort, ayant environ 10<sup>m</sup> de vitesse, se porte contre une aile ou surface plane et rectangulaire de 10<sup>m</sup> de base sur 2<sup>m</sup> de hauteur, et inclinée moyennement de 70° à la direction du vent. Quel effort aura-t-elle à supporter?

On a  $s = 20^{\text{mm}}$  et  $s^{1,1} = 26^{\text{mm}}99$ ,  $v = 10^{\text{m}}$ . et  $v^2 = 100$ ; comme ci-dessus nous ferons  $p_1 = 1^{\text{k}}231$ : ainsi, le choc direct serait  $0,11 \times 1,231 \times 26,99 \times 100 = 365^{\text{k}}$ . Il faudra le multiplier par  $(\sin i)^{1,84 \cos i}$ , ou, puisque  $i = 70^\circ$ , par  $0,9397^{1,84 \times 0,342} = 0,9397^{0,6292} = 0,9616$ ; et il deviendra  $351^{\text{k}}$ .

III. On lance dans un courant d'air ayant 2<sup>m</sup><sub>50</sub> de vitesse, et suivant une direction qui lui est exactement opposée, une boule de 0<sup>m</sup><sub>06</sub> de diamètre, en lui imprimant une vitesse de 6<sup>m</sup><sub>50</sub>: le baromètre est à 0<sup>m</sup><sub>75</sub> et le thermomètre est à 20°: on demande quelle résistance éprouvera cette boule. La vitesse relative avec laquelle se fait le choc est  $2,50 + 6,50 = 9^{\text{m}}$ : la surface  $s_1$ , qui est l'aire du grand cercle sera  $\pi \times (0,06)^2 = 0^{\text{mm}}002828$ ; on a de plus  $p_1 = 1,709 \frac{0,75}{1 + 0,004 \times 20} = 1^{\text{k}}187$ , et le tableau



du n° 55 : donne  $n' = 0,41$ . Ainsi la résistance demandée sera  $0,11 \times 0,41 \times 1,187 \times 0,002828 \times 81 = 0^k01231$ . Elle donnera la force retardatrice du mouvement.

## CHAPITRE II.

## DES MOULINS A VENT.

553. La partie de ces moulins qui reçoit l'action du vent, et c'est la seule dont il peut être question dans cet ouvrage, consiste : 1° en un *arbre tournant*, forte pièce de bois de 0<sup>m</sup>50 à 0<sup>m</sup>60 d'équarrissage, fixée au comble du moulin et que l'on tourne et oriente avec lui, de manière qu'elle soit toujours dans la direction du vent; on l'incline, en outre, de 10° à 15° à l'horizon : 2° en deux autres pièces d'environ 24<sup>m</sup> de long et de 0<sup>m</sup>30 d'équarrissage, fixées en croix sur la tête de l'arbre; ce sont les *volans*; ils donnent lieu à quatre *bras*. 3° A 2<sup>m</sup> environ du centre de rotation, chacun est traversé, perpendiculairement à sa longueur, par un premier barreau, ou première *latte*, de 2<sup>m</sup> de long, et faisant un angle d'environ 30° avec le plan passant par les quatre bras, et que nous appellerons le plan du mouvement : puis, de 0<sup>m</sup>40 en 0<sup>m</sup>40, on place de pareils barreaux, mais en les inclinant de moins en moins, de manière que celui qui est à l'extrémité ne fait plus qu'un angle de 12° à 6°, selon que l'arbre est plus ou moins incliné à l'horizon : les bouts des barreaux, de part et d'autre du bras, sont maintenus par deux autres pièces de bois; tout cet ensemble constitue une *aile* du moulin. 4° Par-dessus, on étend la toile ou *voile* destinée à recevoir l'action du vent. Telles sont à peu près les dimen-

Parties  
et  
dimensions  
principales.

sions et la disposition des moulins hollandais qui passent pour être très bien construits; leurs voiles, par suite de la disposition des lattes, et quelquefois d'une légère courbure dans les bras, présentent une concavité au vent, et nous avons vu qu'une telle forme augmentait l'effet de la machine.

De  
la meilleure  
disposition  
des ailes.

554. Les mathématiciens se sont occupés de la forme et de l'inclinaison les plus avantageuses à donner aux ailes, ou en terme technique de la meilleure manière de les *aïrer*.

Parent, qui le premier a traité cette question, comme presque toutes celles qui sont relatives aux machines mues par les fluides, en supposant que les ailes sont entièrement planes, avait conclu qu'il fallait les incliner de  $54^{\circ} 44'$  par rapport à la direction du vent, ou, ce qui est la même chose, de  $35^{\circ} 16'$  sur le plan du mouvement. — Il admettait que l'effort du vent est proportionnel au carré du sinus de l'angle d'incidence, à  $\sin^2 i$ , en nommant  $i$  cet angle : sa composante dans la direction du mouvement, et par suite l'effort moteur était proportionnel à  $\sin^2 i \cos i$  : il devait être le plus grand possible, lorsque cette expression serait un *maximum*; or, en la différentiant et égalant à zéro, il vient, pour ce cas,  $\tan i = \sqrt{2}$ , et par conséquent  $i = 54^{\circ} 44'$ .

Dans l'hypothèse admise par Parent, tel est effectivement l'angle du plus grand effort, lorsque l'aile est en repos; mais il n'en est plus de même lorsqu'elle se meut. Bernoulli fit voir que cet angle croissait, ou que son complément, l'angle avec le plan du mouvement diminuait, lorsque la vitesse de l'aile augmentait. Ensuite Maclaurin remarqua que la vitesse des divers éléments transversaux d'une même aile allant en augmentant à mesure qu'ils sont plus éloignés de l'axe de rotation, leur inclinaison devait diminuer, et il donna la valeur de l'angle d'inclinaison de chacun d'eux pour le cas du plus grand effet.

Euler s'occupa et à deux reprises de la théorie des moulins à vent : en supposant d'abord que la surface des ailes est plane, il trouva que l'effet est proportionnel à cette surface, au cube de la vitesse du vent, et au cube du sinus de l'angle d'incidence. Puis, en faisant varier l'inclinaison des éléments transversaux, il eut pour cette inclinaison la même valeur qu'avait déjà donnée Maclaurin, dans le cas du plus grand effet. Mais il ne put parvenir à une expression finie de cet effet.

En dernier lieu, M. Coriolis est revenu sur cette question : en désignant par  $V$  la vitesse du vent, par  $\omega$  la vitesse angulaire des ailes,  $x$  la distance d'un des éléments transversaux à l'axe de rotation,  $j$  son inclinaison au plan du mouvement, il a eu

$$\cot j = \frac{3\omega x}{2V} + \sqrt{1 + \left(\frac{3\omega x}{2V}\right)^2}.$$

Il a ensuite fait servir cette expression à la recherche du *maximum* d'effet de l'aile; il en a donné l'équation différentielle; et il a montré la manière de l'appliquer : il a fait à ce sujet d'importantes remarques, pour lesquelles je renvoie à son ouvrage sur le *Calcul de l'effet des machines* (p. 210-230).

555. L'expérience avait encore à éclairer et même à décider la question. Elle a été consultée, avec beaucoup d'intelligence et non sans quelques succès, par Smeaton (1).

Cet ingénieur s'est servi d'un moulinet dont chacune des quatre ailes avait 0<sup>m</sup>46 de long et 0<sup>m</sup>14 de large; il l'établissait à l'extrémité d'une tige horizontale de 1<sup>m</sup>63, et dont l'autre extrémité était implantée sur un cylindre vertical mobile autour de son axe. Lorsqu'on lui imprimait un mouvement de rotation, le moulinet, emporté dans ce mouvement, choquait l'air avec une vitesse qui représentait celle avec laquelle le vent va choquer les ailes d'un moulin ordinaire, et que nous avons en conséquence prise pour elle. Par suite de ce choc, le moulinet tournait autour de son propre arbre, et, à l'aide d'un cordon enroulé sur cet arbre, il élevait des poids qui servaient de mesure à l'effet produit.

Smeaton a d'abord recherché la meilleure manière d'airer les ailes; et, avec une vitesse de vent de 1<sup>m</sup>83, il a fait diverses expériences, entre autres celles qui suivent.

Il a d'abord pris des ailes planes, et, suivant le précepte de Parent, il les a inclinées de 35° : un poids de 3<sup>k</sup>43 (comprenant la résistance des frottemens) a été élevé à 0<sup>m</sup>695 en une minute : ainsi, l'effet dynamique produit, pendant ce temps, a été

de . . . . . 1<sup>k</sup>m38.

De toutes les inclinaisons des ailes planes, celle de 15° a donné le plus grand effet, il a été de . . . . . 3,48.

En inclinant les différens barreaux d'une même aile

(1) De la construction et des effets des moulins à vent. Ce mémoire fait partie des *Recherches expérimentales sur l'eau et le vent*. Ouvrage traduit de l'anglais et accompagné d'une introduction par M. Girard.

de la quantité indiquée, pour chacun d'eux, par la règle de Maclaurin, l'inclinaison des barreaux extrêmes étant de  $32^{\circ}$  et de  $15^{\circ}$ , l'effet a été de . . . . . 3,95.

Enfin, en disposant ces mêmes barreaux d'après la méthode hollandaise, c'est-à-dire de manière que la toile présentât une légère concavité au vent, le plus grand effet a eu lieu lorsque les angles extrêmes ont été de  $23^{\circ}\frac{1}{2}$  et  $7^{\circ}\frac{1}{2}$ ; il s'est alors élevé à. . . . . 4,79.

En augmentant d'un quart la surface des voiles, à l'aide d'un ajoutier triangulaire, on a eu. . . . . 6,15.

D'après ses diverses observations sur le moulinet, ainsi que sur de grands moulins, et en supposant au vent sa vitesse ordinaire, lorsqu'il donne de bons effets, Smeaton prescrit de diviser la longueur de chaque bras en six parties égales : à l'extrémité de la première, à partir du centre de rotation, on place la première latte, que l'on incline de  $18^{\circ}$  sur le plan du mouvement; l'inclinaison de la seconde est de  $19^{\circ}$ ; celle de la troisième (milieu de l'aile) encore de  $18^{\circ}$ ; celle de la quatrième de  $16^{\circ}$ ; celle de la cinquième de  $12^{\circ}\frac{1}{2}$ , et à l'extrémité de l'aile on n'a plus que  $7^{\circ}$ .

Smeaton regarde encore comme avantageux de faire les ailes plus larges à leur extrémité, en leur donnant la forme d'un trapèze dont les deux bases seraient entre elles comme 5 à 3, et dont la plus grande aurait le tiers de la longueur du bras.

Lois  
du  
mouvement.

556. Ce même auteur conclut encore de plusieurs autres expériences faites avec des vitesses du vent de  $1^{\text{m}}33$  et  $2^{\text{m}}67$  :

1<sup>o</sup> Que lorsque les ailes sont airées de la manière la plus avantageuse et qu'elles ne portent aucune charge, la vitesse de leur extrémité est quatre fois plus grande que celle du vent.

2° Que lorsqu'elles sont chargées de manière à donner le *maximum* d'effet, cette vitesse de l'extrémité n'est plus que 2,7 fois celle du vent : 2,5 fois dans les moulins de la Flandre, d'après Coulomb.

3° Qu'en conséquence, dans les cas du plus grand effet, et dans ceux qui en sont voisins, la vitesse des ailes est en rapport constant avec celle du vent ; elle lui est proportionnelle.

4° Que, dans ces mêmes cas, les charges sont à peu près proportionnelles au carré de la vitesse du vent : ainsi les vitesses ayant augmenté dans le rapport de 1 à 2, les charges ont crû dans celui de 1 à 3,75.

5° Que, par suite, les effets, lesquels sont en raison composée des charges et des vitesses, seront à peu près comme les cubes des vitesses : dans ces expériences, les effets ont augmenté moyennement comme 1 à 7,02, les vitesses ayant été comme 1 à 2. Nous avons déjà vu qu'Euler avait admis ce rapport des effets aux cubes des vitesses, et cependant des expériences faites en Hollande et rapportées par ce géomètre indiquent qu'il est trop fort.

D'ailleurs Smeaton, ainsi qu'Euler et tous les auteurs regardent l'effet comme proportionnel à la surface des ailes (bien qu'ailleurs nous l'ayons vu plutôt proportionnel à  $s^{1,1}$ ).

557. Admettant les rapports qui viennent d'être indiqués, ainsi qu'une bonne disposition des ailes, l'expression de l'effet dynamique d'un moulin à vent serait  $nsV^3$  ;  $s$  étant la surface des quatre ailes,  $V$  la vitesse du vent, et  $n$  un coefficient constant, en supposant toutefois une densité moyenne à l'air. Ce coefficient sera donné par l'expérience.

Effet  
dynamique.

Smeaton en rapporte une où l'on avait  $s = 0^{\text{m}}2607$ ,  $V = 2^{\text{m}}667$  : le poids élevé était de  $7^{\text{k}}944$ , et la hauteur de l'élévation, en 1'', de  $0^{\text{m}}03109$ ; et par conséquent l'effet dynamique était de  $0^{\text{m}}2473$  : on avait donc  $0,2473 = n \times 0,2607 \times (2,667)^3$ ; d'où  $n = 0,0500$ . L'expérience que nous avons rapportée plus haut, où l'effet, en une minute, a été de  $4^{\text{m}}79$  avec une vitesse de vent égale à  $1^{\text{m}}83$ , aurait donné encore  $n = 0,0500$ . Ainsi, les expériences de Smeaton indiquent, pour valeur de l'effet *maximum*,  $0,050sV^3$ .

558. Mais une formule basée sur des observations faites à l'aide d'un petit moulinet recevant l'action du vent différemment des moulins ordinaires, peut-elle être appliquée avec confiance à la détermination des effets des grands moulins, effets qui sont deux, trois et quatre mille fois plus considérables ? La prudence exige au moins une vérification faite sur un de ces grands moulins. Une expérience exécutée par Coulomb, avec tout le discernement et l'exactitude que cet habile physicien a mis dans ses nombreux et utiles travaux, va nous mettre à même de la faire (1).

Autour de la ville de Lille il y a un fort grand nombre de ces moulins hollandais dont nous avons donné les principales dimensions; et Coulomb, remarquant que de petites variations dans la disposition de leurs ailes n'en apportaient aucune dans leur effet, en conclut que leur construction est bien près du *maximum* de perfection. Plusieurs y servent à l'extraction de l'huile de colza : pour cet objet,

(1) *Observations sur l'effet des moulins à vent dans les Mémoires de l'Académie des sciences, année 1781.*

leur arbre porte des cames qui soulèvent de gros pilons. Dans l'expérience en question, où la vitesse du vent était de  $6^m50$ , six pilons, pesant ensemble  $2741^k$ , étaient élevés, chacun 26 fois en une minute, à  $0^m4872$ ; par suite, l'effet utile en une seconde a été de. . . . .  $578^{mm}6$ .

Le frottement, d'après une observation spécialement faite pour le déterminer, a consommé une quantité d'action motrice égale à. . . . . 49, 0.

La perte de force vive occasionnée par le choc des cames contre les mentonnets des pilons, a été estimée, par le calcul, à. . . 43, 7.

En tout, pour l'effet dynamique. . . 671, 3.

On avait d'ailleurs  $s = 81^{mm}12$ ; ainsi,  $671,3 = n \times 81,12 (6,5)^3$ ; d'où l'on tire  $n = 0,0302$ .

559. Cette valeur de  $n$  donnerait des effets plus petits que ceux indiqués par les expériences de Smeaton, dans le rapport de 3 à 5. Quoique je n'élève aucun doute sur l'exactitude des observations de l'ingénieur anglais; cependant comme celles de Coulomb ont été faites sur des moulins plus analogues, par leur disposition et leur grandeur, à ceux sur lesquels on aura à appliquer les formules, je crois qu'on doit donner la préférence à leurs résultats; d'autant plus que dans l'estimation de l'effet des machines, une erreur en moins ne tire à aucune conséquence fâcheuse dans la pratique. Nous établirons donc pour expression générale de l'effet dynamique des moulins à vent,

$$0^{mm}03sV^3.$$

Au reste, nous n'admettrons cette formule que comme devant fournir une simple approximation; car il est douteux, d'après ce qui a été dit, que les effets soient exactement proportionnels aux surfaces des ailes et aux cubes des vitesses.

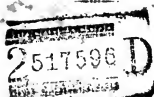
Cette expression est de même espèce que celle qui donne l'effet des moulins placés sur les rivières et que nous avons vu être de  $215V^3$  (333). Dans les deux cas, ce sont des roues qui se meuvent en un fluide indéfini; mais ici, le fluide étant 800 environ moins dense, son action devra être 800 moindre, et l'effet ne serait plus que  $0,0265V^3$ ; expression où le coefficient est encore plus petit que celui qu'indiquaient les observations de Coulomb.

Effet  
économique.

560. Nous avons admis que pour moudre un hectolitre de blé en une heure, il fallait imprimer à la meule du moulin une force de deux chevaux; ou de  $150^{\text{km}}$  en  $1''$  au moins. Quoique la force ci-dessus,  $0^{\text{km}}03V^3$ , ait été mesurée sur l'arbre tournant et qu'elle ait à subir une petite diminution en passant à la meule, on peut la conserver telle qu'elle est; et elle indiquera, pour la quantité de blé qu'un moulin à vent peut moudre en une heure, au plus;

$$0,00025V^3 \text{ hect.}$$

Coulomb rapporte que les moulins de la Flandre, avec un vent de  $5^{\text{m}}85$  de vitesse, débitent de 5,2 à 5,8 hectolitres par heure: un tel produit, et il me paraît bien fort, porterait moyennement l'effet économique à  $0,00034V^3$ .





# TABLE DES MATIÈRES.

|                                                      | <i>Pages.</i> |
|------------------------------------------------------|---------------|
| N° 1. Définition de l'hydraulique. . . . .           | 2             |
| 2—3. Définitions et distinction des fluides. . . . . | 2             |
| 4. Division de l'hydraulique. . . . .                | 2             |

## PREMIÈRE PARTIE.

### DE L'HYDRAULIQUE PROPREMENT DITE.

|                                           |   |
|-------------------------------------------|---|
| 5. Sa sous-division. . . . .              | 3 |
| <i>Observations préliminaires.</i>        |   |
| 6. Sur le poids de l'eau. . . . .         | 3 |
| 7—8. Sur la mesure de la gravité. . . . . | 4 |

## PREMIÈRE SECTION.

### DE L'ÉCOULEMENT DE L'EAU CONTENUE DANS UN RÉSERVOIR.

#### CHAPITRE PREMIER.

#### DE L'ÉCOULEMENT LORSQUE LE RÉSERVOIR EST CONSTAMMENT PLEIN.

|                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| 10. Définitions et divisions. . . . . | 7 |
|---------------------------------------|---|

#### ARTICLE 1<sup>er</sup>. *Principes généraux.*

##### 1. *Principes.*

|                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------|----|
| 11. Théorème de Toricelli. . . . .                                    | 9  |
| 12—13. Principe général pour tous les fluides. . . . .                | 10 |
| 14. Cas où une pression étrangère s'ajoute au poids de l'eau. . . . . | 12 |
| 15. De la dépense : dépense théorique. . . . .                        | 14 |
| 16. Dépense réelle : coefficient de contraction . . . . .             | 14 |

2. *Contraction de la veine et ses effets.*

|                                                                         |    |
|-------------------------------------------------------------------------|----|
| N <sup>o</sup> 17. Cause de la contraction. . . . .                     | 16 |
| 18—19. Nature de ses effets. . . . .                                    | 17 |
| 20—21. Veine contractée : sa forme, l'orifice étant circulaire. . . . . | 19 |
| 22. Effet de cette forme sur la dépense. . . . .                        | 23 |
| 23. Forme de la veine, les orifices étant polygonaux. . . . .           | 24 |
| 24. Du renversement de la veine. . . . .                                | 25 |

ART. 2. *De l'écoulement par des orifices.*1. *Orifices en mince paroi.*

|                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 25. Détermination du coefficient de contraction. . . . .                                              | 27 |
| 26. Expériences de MM. Poncelet et Lesbros à cet effet. . . . .                                       | 29 |
| 27. Le coefficient est indépendant de la figure de l'orifice. . . . .                                 | 32 |
| 28. Expériences sur des pertuis d'écluse. . . . .                                                     | 31 |
| 29—31. Action de deux orifices voisins. La dépense du second ne diminue pas celle du premier. . . . . | 33 |
| 32. Cas où la contraction est supprimée sur quelque partie de l'orifice. . . . .                      | 35 |
| 33. Orifices en parois non planes. . . . .                                                            | 38 |
| 34. Tubes pénétrant dans l'intérieur des vases. . . . .                                               | 39 |
| 35. Formule ordinaire de la dépense. . . . .                                                          | 41 |
| 36—37. Vitesse réelle de sortie. . . . .                                                              | 41 |
| 38. Dépense, le fluide arrivant à l'orifice avec une vitesse déjà acquise. . . . .                    | 44 |
| 39. Orifices avec des canaux additionnels. . . . .                                                    | 45 |

2. *Ajutages cylindriques.*

|                                                            |    |
|------------------------------------------------------------|----|
| 40—41. Dépense : son coefficient. . . . .                  | 48 |
| 42. Vitesse à la sortie de l'ajutage. . . . .              | 49 |
| 43—44. Augmentation de dépense : sa cause. . . . .         | 51 |
| 45. Pression négative sur les parois de l'ajutage. . . . . | 53 |

3. *Ajutages coniques (convergens).*

|                                                                                   |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----|
| 46—47. Du coefficient de la dépense, et de celui de la vitesse. . . . .           | 55 |
| 48—50. Expériences faites à Toulouse pour leur détermination : résultats. . . . . | 56 |
| 51. Dépense par de gros orifices ou buses. . . . .                                | 63 |

4. *Ajutages coniques divergens.*

|                                                                    |    |
|--------------------------------------------------------------------|----|
| N° 52. Ils augmentent la dépense. . . . .                          | 64 |
| 53 — 55. Expériences de Venturi et d'Eytelwein à ce sujet. . . . . | 65 |
| 56. Mesure de la force qui produit l'augmentation. . . .           | 68 |

ART. 3. *De l'écoulement sous de fort petites charges.*

|                                                                                                |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 57 — 58. Vitesse des divers filets à leur sortie. . . . .                                      | 69 |
| 59 — 61. Dépense et vitesse moyenne pour les orifices rectangulaires. . . . .                  | 70 |
| 62. La charge doit être mesurée en plein réservoir. . .                                        | 72 |
| 63. Cas des orifices non rectangulaires : orifices circulaires. . . . .                        | 73 |
| 64 — 67. Coefficients de réduction : expériences de MM. Poncelet et Lesbros. Exemples. . . . . | 73 |

ART. 4. *De l'écoulement par les déversoirs.*

|                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 68 — 71. Nature et formules de l'écoulement. . . . .                                              | 76 |
| 72. Expériences de M. Castel au château d'eau de Toulouse. . . . .                                | 78 |
| 73 — 77. Formule ordinaire. Ses divers coefficients. . . .                                        | 82 |
| 78. Observation sur une autre formule. . . . .                                                    | 89 |
| 79. Formule, lorsque l'eau arrive au déversoir avec une vitesse appréciable. . . . .              | 90 |
| 80. Déversoirs avec canaux additionnels. . . . .                                                  | 93 |
| 81. Demi-déversoirs. . . . .                                                                      | 95 |
| 82 — 83. Inflexion de la surface fluide vers le déversoir. Profils en travers et en long. . . . . | 96 |

## CHAPITRE II.

## DE L'ÉCOULEMENT LORSQUE LE RÉSERVOIR SE VIDE.

|                                                                                                     |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 84 — 85. Rapport entre la vitesse à l'orifice et la vitesse dans le réservoir. . . . .              | 100 |
| 86. Dans un vase prismatique, l'eau descend et elle sort d'un mouvement uniformément retardé. . . . | 102 |
| 87. Volume d'eau écoulé, comparativement au cas où le réservoir est entreteuu plein. . . . .        | 103 |
| 88 — 89. Temps qu'un bassin prismatique met à se vider en tout ou en partie. . . . .                | 103 |

| N°     |                                                                    | Pages. |
|--------|--------------------------------------------------------------------|--------|
| 90     | Volume écoulé en un temps donné. . . . .                           | 105    |
| 91—92. | Cas où le bassin reçoit un affluent pendant qu'il se vide. . . . . | 106    |
| 93.    | Cas où l'eau sort par un déversoir. . . . .                        | 108    |
| 94.    | Cas des bassins non prismatiques. . . . .                          | 109    |

## CHAPITRE III.

## DE L'ÉCOULEMENT LORSQUE L'EAU PASSE D'UN BASSIN DANS UN AUTRE.

|        |                                                                      |     |
|--------|----------------------------------------------------------------------|-----|
| 95—96. | Le niveau étant constant dans les deux bassins. . . . .              | 111 |
| 97—98. | Le niveau étant constant dans l'un et variable dans l'autre. . . . . | 113 |
| 99.    | Le niveau étant variable dans tous les deux. . . . .                 | 116 |

## SECONDE SECTION.

## DES EAUX COURANTES.

## CHAPITRE PREMIER.

## DES CANAUX.

|          |                                                                    |     |
|----------|--------------------------------------------------------------------|-----|
| 100—101. | Définitions. Pente, section, périmètre-mouillé d'un canal. . . . . | 119 |
|----------|--------------------------------------------------------------------|-----|

ART. 1<sup>er</sup>. *Nature du mouvement dans les canaux.*

|          |                                                                                     |     |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 102.     | Cause du mouvement. . . . .                                                         | 121 |
| 103.     | Mode d'action de la gravité : son expression. . . . .                               | 122 |
| 104.     | Force accélératrice. . . . .                                                        | 124 |
| 105—107. | Force retardatrice, Résistance du lit, sa nature, ses lois, son expression. . . . . | 124 |
| 108.     | Vitesse moyenne de l'eau dans le canal. . . . .                                     | 129 |
| 109.     | Rapport de cette vitesse à celle de la surface. . . . .                             | 129 |

ART. 2. *Formules du mouvement et applications.*

|                               |                                                     |     |
|-------------------------------|-----------------------------------------------------|-----|
| 110.                          | Deux sortes de mouvement. . . . .                   | 131 |
| 1. <i>Mouvement uniforme.</i> |                                                     |     |
| 111—112.                      | Équation fondamentale. . . . .                      | 132 |
| 113—115.                      | Expressions de la vitesse et de la dépense. . . . . | 133 |
| 116.                          | Calcul de la pente : observations. . . . .          | 134 |

| N°         |                                     | Pages. |
|------------|-------------------------------------|--------|
| 117 — 118. | Largeur et profondeur à déterminer. | 135    |
| 119 — 120. | Figure de plus grande dépense.      | 137    |
| 121.       | Canaux rectangulaires.              | 139    |
| 2.         | <i>Mouvement permanent.</i>         |        |
| 122.       | Caractères de ce mouvement.         | 139    |
| 123.       | Son équation.                       | 140    |
| 124.       | Expression de la dépense.           | 143    |
| 125 — 126. | Pente de la surface.                | 144    |

ART. 3. *Prise d'eau des canaux.*

|            |                                                                                                                |     |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.         | <i>Canal entièrement ouvert à son entrée.</i>                                                                  |     |
| 127.       | Chute à l'entrée du canal.                                                                                     | 146 |
| 128.       | Moyen de la diminuer et d'accroître la dépense.                                                                | 148 |
| 129.       | Pente effective.                                                                                               | 149 |
| 130.       | Formules de la dépense.                                                                                        | 150 |
| 131.       | Pente donnant la plus grande force (dynamique)<br>au courant.                                                  | 152 |
| 2.         | <i>Canal avec un vannage à l'entrée.</i>                                                                       |     |
| 132 — 133. | Dépense, l'ouverture de la vanne n'étant<br>pas entièrement recouverte par l'eau déjà passée<br>dans le canal. | 154 |
| 134.       | Dépense, l'ouverture étant entièrement recou-<br>verte.                                                        | 156 |

## CHAPITRE II.

## DES RIVIÈRES.

ART. 1<sup>re</sup>. *De l'établissement du lit.*

|            |                                                           |     |
|------------|-----------------------------------------------------------|-----|
| 135 — 136. | Formation du lit.                                         | 158 |
| 137.       | Établissement du régime : expériences de Dubuat.          | 162 |
| 138.       | Largeur du lit plus grande que la profondeur :<br>cause.  | 163 |
| 139.       | La surface est parallèle au fond.                         | 163 |
| 140.       | Remarque au sujet des grands travaux sur les<br>rivières. | 163 |

ART. 2. *Du mouvement de l'eau dans les rivières.*

|      |                                                                    |     |
|------|--------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.   | <i>Espèce, et son influence sur la forme de la surface fluide.</i> |     |
| 141. | Espèce de mouvement.                                               | 166 |

|                                                                                                                                                                                     | Pages. |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| N° 142 — 143. Figure longitudinale de la surface. . . . .                                                                                                                           | 166    |
| 144. Figure en travers. . . . .                                                                                                                                                     | 168    |
| 2. <i>De la vitesse.</i>                                                                                                                                                            |        |
| 145 — 150. Sa détermination par des hydromètres :<br>flotteurs, volant à aubes, pendule hydromé-<br>trique, tube de Pitot, tachimètre de Brunings,<br>moulinet de Woltmann. . . . . | 169    |
| 151 — 152. Diminution de la vitesse à mesure qu'on<br>s'enfonce. Loi de cette diminution. . . . .                                                                                   | 175    |
| 153. Vitesse moyenne dans une verticale. . . . .                                                                                                                                    | 178    |
| 154. Vitesse moyenne dans une section. . . . .                                                                                                                                      | 179    |
| 3. <i>Jaugeage des cours d'eau.</i>                                                                                                                                                 |        |
| 155 — 156. Par les mesures hydrométriques. . . . .                                                                                                                                  | 181    |
| 157. Par les formules du mouvement permanent. . . . .                                                                                                                               | 182    |
| 158 — 159. Par les déversoirs. . . . .                                                                                                                                              | 184    |
| 160. De la vitesse et dépense absolue des rivières. . . . .                                                                                                                         | 188    |
| ART. 3. <i>Des remous.</i>                                                                                                                                                          |        |
| 161. Acception donnée au mot remou. . . . .                                                                                                                                         | 190    |
| 1. <i>Remou produit par un barrage.</i>                                                                                                                                             |        |
| 162. Objets à considérer dans un remou. . . . .                                                                                                                                     | 190    |
| 163 — 166. Coarbe et hauteur des remous. . . . .                                                                                                                                    | 191    |
| 167. Amplitude des remous. . . . .                                                                                                                                                  | 197    |
| 168. Exemples divers. . . . .                                                                                                                                                       | 198    |
| 169 — 171. Remous particuliers à des cours d'eau ra-<br>pides et peu profonds. . . . .                                                                                              | 200    |
| 2. <i>Remou produit par un rétrécissement.</i>                                                                                                                                      |        |
| 172. Formule donnant la hauteur du remou. . . . .                                                                                                                                   | 204    |
| 173. Remous occasionnés par les ponts. Exemple. . . . .                                                                                                                             | 205    |
| 174. Chute de l'eau sous un pont. Ses effets. . . . .                                                                                                                               | 207    |
| ART. 4. <i>Considérations relatives à l'action de l'eau<br/>sur les constructions.</i>                                                                                              |        |
| 175. Action de l'eau lors des grandes crues. . . . .                                                                                                                                | 209    |
| 176. Observations concernant les affouillemens. . . . .                                                                                                                             | 211    |
| 177 — 178. Différence dans les effets de l'eau. . . . .                                                                                                                             | 212    |
| 179 — 180. Position et forme à donner aux barrages. . . . .                                                                                                                         | 214    |

## CHAPITRE III.

## DU MOUVEMENT DE L'EAU DANS LES TUYAUX DE CONDUITE.

| N°                                                                              | Page |
|---------------------------------------------------------------------------------|------|
| 181. Similitude entre ce mouvement et celui qui a lieu dans les canaux. . . . . | 218  |

ART. 1<sup>er</sup>. Des conduites simples.

## 1. Conduites rectilignes et de diamètre uniforme.

|                                                                          |     |
|--------------------------------------------------------------------------|-----|
| 182 — 183. Manière d'exprimer la résistance. . . . .                     | 220 |
| 184 — 186. Équation fondamentale du mouvement. . . . .                   | 222 |
| 187. Cas des grandes vitesses. . . . .                                   | 225 |
| 188. — 189. Expressions de la dépense. . . . .                           | 225 |
| 190. Expressions du diamètre. . . . .                                    | 226 |
| 191. Exemples. . . . .                                                   | 227 |
| 192 — 194. Cas où les conduites sont terminées par des ajutages. . . . . | 227 |

## 2. Conduites coudées et étranglées.

|                                                                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 195. Trois sortes de résistances (celle des parois, celle des coudes et celle des étranglements). . . . . | 230 |
| 196 — 198. Résistance des coudes : applications et remarques. . . . .                                     | 231 |
| 199. Effet des angles (vifs). . . . .                                                                     | 236 |
| 200 — 202. Résistance provenant des étranglements. . . . .                                                | 237 |
| 203. Effet des renflements. . . . .                                                                       | 240 |
| 204. Étranglement à l'entrée des conduites. . . . .                                                       | 240 |
| 205. Modifications aux formules pour l'application. . . . .                                               | 242 |
| 206. Du pouce d'eau des fontainiers. . . . .                                                              | 244 |

## 3. De la pression sur les parois des conduites.

|                                                                                    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 207 — 210. Sa nature et son expression. . . . .                                    | 245 |
| 211 — 212. Charge entière : charge effective, différence avec la pression. . . . . | 248 |
| 213. Du piézomètre et de ses indications. . . . .                                  | 249 |
| 214. Épaisseur à donner aux tuyaux de conduite. . . . .                            | 251 |

## ART. 2. Des systèmes de conduite.

|                                                      |     |
|------------------------------------------------------|-----|
| 215. Problème à résoudre. . . . .                    | 253 |
| 216. Des différentes pertes de charge. . . . .       | 254 |
| 217. Perte due à un changement de direction. . . . . | 255 |

| N°         |                                                                                               | Pages. |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 218 — 219. | Perte par l'effet d'une érogation ou prise d'eau sur une conduite. . . . .                    | 256    |
| 220 — 221. | Equations du mouvement dans un branchement. . . . .                                           | 258    |
| 222.       | Exemple d'une grande distribution d'eau, et détermination du diamètre de tous ses tuyaux. . . | 260    |
| 223.       | Observations pratiques sur l'établissement des conduites. . . . .                             | 268    |

## CHAPITRE IV.

## DES JETS D'EAU.

|            |                                                                                          |     |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 224.       | Hauteur à laquelle les eaux tendent à s'élever. . .                                      | 271 |
| 225 — 226. | Hauteur réelle de l'élévation, les orifices étant en mince paroi. . . . .                | 271 |
| 227.       | Effet des ajutages. . . . .                                                              | 275 |
| 228 — 230. | Amplitude et élévation des jets inclinés. . .                                            | 275 |
| 231 — 232. | Problème général des jets d'eau. Exemple pris d'une gerbe d'eaux jaillissantes . . . . . | 276 |

## TROISIÈME SECTION.

## DE L'EAU COMME MOTEUR.

## SOUS-SECTION I.

## DU CHOC ET DE LA RÉSISTANCE DE L'EAU.

## CHAPITRE PREMIER.

## DU CHOC OU DE LA PRESSION HYDRAULIQUE.

|      |                                     |     |
|------|-------------------------------------|-----|
| 233. | Nature du choc des fluides. . . . . | 281 |
|------|-------------------------------------|-----|

ART. 1<sup>er</sup>. *Choc d'une veine isolée.*

|            |                                                             |     |
|------------|-------------------------------------------------------------|-----|
| 234.       | Expression théorique du choc direct d'une veine. .          | 282 |
| 235 — 238. | Lois et expression de ce choc d'après l'expérience. . . . . | 284 |
| 239.       | Effet des rebords qui entourent une plaque choquée. . . . . | 286 |
| 240.       | Premier coup du choc (véritable choc). . . . .              | 288 |
| 241.       | Choc oblique. . . . .                                       | 289 |



|                                                                                               |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| N <sup>o</sup> 242 — 243. Choc direct et choc oblique contre une plaque en mouvement. . . . . | 290 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

## ART. 2. *Choc d'un fluide indéfini.*

|                                                                                                                                               |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 244. Circonstances du mouvement et de l'action d'un tel fluide . . . . .                                                                      | 292 |
| 245 — 247. Mesure des pressions exercées sur les corps entièrement plongés dans le fluide (pression à l'avant, pression à l'arrière). . . . . | 294 |
| 248. Mesure des pressions sur les corps flottans. . . . .                                                                                     | 297 |
| 249 — 250. Expression générale de l'effort du choc. . . . .                                                                                   | 298 |
| 251. Cas où le choc est oblique. . . . .                                                                                                      | 299 |

## ART. 3. *Choc d'un fluide contenu dans un coursier.*

|                                                      |     |
|------------------------------------------------------|-----|
| 252. Expression de son effort. . . . .               | 299 |
| 253. Effet des rebords de la plaque choquée. . . . . | 300 |

# CHAPITRE II.

## DE LA RÉSISTANCE DE L'EAU.

### ART. 1<sup>er</sup>. *Dans un large lit.*

|                                                                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 254. Différence entre le choc et la résistance . . . . .                                                                    | 302 |
| 255 — 258. Lois de la résistance : rapport de la résistance à la vitesse et à la surface ; son expression générale. . . . . | 303 |
| 259. Résistance absolue des corps prismatiques. . . . .                                                                     | 306 |
| 260 — 261. Résistance éprouvée par des faces obliques. . . . .                                                              | 307 |
| 262 — 263. Soulèvement et émergence des bateaux dans les grandes vitesses. . . . .                                          | 309 |
| 264 — 265. Effets des proues, des poupes. . . . .                                                                           | 311 |
| 266 — 267. Effet des surfaces courbes. Ancienne théorie. . . . .                                                            | 312 |
| 268. Résistance de la sphère. . . . .                                                                                       | 314 |
| 269. L'arrière d'un bateau doit être plus aigu que l'avant. . . . .                                                         | 315 |
| 270. Résistance des vaisseaux. . . . .                                                                                      | 316 |
| 271. Forme à donner aux vaisseaux. . . . .                                                                                  | 317 |

### ART. 2. *Résistance dans un canal étroit.*

|                                                                                                          |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 272 — 273. Résistance dans les petites vitesses. Exemple pris des barques du canal de Languedoc. . . . . | 319 |
| 274. Résistance dans les grandes vitesses. . . . .                                                       | 323 |

|                                                                                         | Pages.     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| N° 275. Rapport à établir entre la vitesse du bateau et la profondeur du canal. . . . . | 326        |
| <u>276. Moindre dégradation des rives dans les grandes vitesses . . . . .</u>           | <u>327</u> |

## SOUS-SECTION II.

## DES MACHINES HYDRAULIQUES.

|                                                      |            |
|------------------------------------------------------|------------|
| <u>277. Machines objet de cette section. . . . .</u> | <u>330</u> |
|------------------------------------------------------|------------|

## CHAPITRE PREMIER.

## DES MOTEURS ET DES EFFETS.

ART. 1<sup>er</sup> Des moteurs.

|                                                                                                                      |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <u>278 — 279. De la force des moteurs en général ou de la force dynamique : sa nature et son expression. . . . .</u> | <u>331</u> |
| <u>280. Force d'un courant d'eau. . . . .</u>                                                                        | <u>334</u> |
| <u>281. Force des moteurs animés. . . . .</u>                                                                        | <u>335</u> |
| <u>282. Force du cheval-vapeur. . . . .</u>                                                                          | <u>336</u> |

ART. 2. Des effets.

|                                                                                                              |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <u>283. Effets, résistances ; leurs espèces. . . . .</u>                                                     | <u>337</u> |
| <u>284 — 285. Effet dynamique ou total ; son expression. . . . .</u>                                         | <u>339</u> |
| <u>286. Effet utile. . . . .</u>                                                                             | <u>341</u> |
| <u>287. L'effet total est égal à la force imprimée. . . . .</u>                                              | <u>341</u> |
| <u>288 — 289. Rapport de l'effet réel à la force imprimée à la machine, et à la force du moteur. . . . .</u> | <u>342</u> |
| <u>290. Limite des effets . . . . .</u>                                                                      | <u>343</u> |
| <u>291. Unité dynamique. Force d'un cheval attelé à un manège . . . . .</u>                                  | <u>344</u> |
| <u>292 — 293. Mesure directe des effets. Frein dynamométrique. . . . .</u>                                   | <u>345</u> |
| <u>294. Résumé : Force du moteur, force imprimée à la machine ou effet dynamique, effet utile. . . . .</u>   | <u>349</u> |

## CHAPITRE II.

## DES ROUES HYDRAULIQUES.

|                                                                                                                                                                                                        |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <u>295. Diverses espèces de roues. . . . .</u>                                                                                                                                                         | <u>350</u> |
| <u>296 — 299. Des modes d'action de l'eau ; poids ; choc, avec des considérations sur un principe, des forces vives, et sur la théorie générale des machines, force centrifuge ; réaction. . . . .</u> | <u>352</u> |

|                                                                     |     |
|---------------------------------------------------------------------|-----|
| N° 300. Annotations admises dans nos calculs des machines . . . . . | 356 |
|---------------------------------------------------------------------|-----|

# ART. 1<sup>er</sup>. *Des roues verticales.*

## 1. *Roues à aubes planes dans un coursier rectiligne.*

|                                                                                                                                        |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 301. Roue à aubes : ses parties principales . . . . .                                                                                  | 358 |
| 302 — 303. Des vannages et des coursiers . . . . .                                                                                     | 359 |
| 304 — 308. Des aubes : leurs dimensions, leur nombre comparativement au diamètre de la roue, leur inclinaison, leurs rebords . . . . . | 362 |
| 309. Mise en mouvement de la roue . . . . .                                                                                            | 365 |
| 310. Expression analytique de l'effet . . . . .                                                                                        | 366 |
| 311. Vitesse, charge, et effet dans le cas du <i>maximum</i> d'effet . . . . .                                                         | 366 |
| 312 — 316. Expériences de Smeaton : leurs conséquences sur l'effet, etc., pour le <i>maximum</i> . . . . .                             | 368 |
| 317 — 320. Formule générale. Exemple pris d'une machine soufflante . . . . .                                                           | 373 |

## 2. *Roues à aubes planes dans un coursier circulaire.*

|                                                                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 321 — 322. Forme et disposition d'une telle roue . . . . .                                                | 376 |
| 323 — 324. Effet théorique. Formules . . . . .                                                            | 378 |
| 325 — 327. Effet réel. Coefficients. Exemples pris d'un laminoir . . . . .                                | 380 |
| 328. Roues avec une grande chute au-dessus du coursier. Exemple ou roue des forges des Pyrénées . . . . . | 384 |

## 3. *Roues se mouvant dans un fluide indéfini.*

|                                                                |     |
|----------------------------------------------------------------|-----|
| 329. Dimensions principales d'une telle roue . . . . .         | 386 |
| 330. Observation sur l'inclinaison des aubes . . . . .         | 387 |
| 331. Effet théorique. Théorie de Parent et de Borda . . . . .  | 388 |
| 332 — 333. Effet réel . . . . .                                | 390 |
| 334. Note sur l'effet des roues des bateaux à vapeur . . . . . | 392 |

## 4. *Roues à aubes courbes. (Roues de M. Poncelet.)*

|                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------|-----|
| 335 — 336. Motifs et principe de leur établissement . . . . . | 393 |
| 337. Expériences de M. Poncelet; leurs conséquences . . . . . | 395 |
| 338. Expression de l'effet . . . . .                          | 397 |
| 339. Règles relatives aux aubes . . . . .                     | 398 |
| 340. Exemple pris d'un moulin à scie . . . . .                | 399 |

## 5. Roues à augets.

## a. Recevant l'eau sur le sommet.

|                                                                                                                                                                                                                                     |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| N° 342 — 345. Parties d'une roue à augets en bois : arbre, bras, couronne.....                                                                                                                                                      | 400 |
| 346 — 347. Tracé des augets.....                                                                                                                                                                                                    | 404 |
| 348. Mode de donner l'eau aux augets.....                                                                                                                                                                                           | 407 |
| 349. Largeur à donner à la roue.....                                                                                                                                                                                                | 408 |
| <i>Effet théorique.</i>                                                                                                                                                                                                             |     |
| 350. De l'effet ou plus directement de la force imprimée à la roue.....                                                                                                                                                             | 409 |
| 351. Force imprimée par l'eau contenue dans les augets.....                                                                                                                                                                         | 410 |
| 352 — 355. Pertes de force ou de chute, au-dessus de l'arc chargé d'eau.....                                                                                                                                                        | 411 |
| 356 — 361. Pertes au-dessous de l'arc chargé d'eau : 1° par la forme des augets; 2° par la force centrifuge. Théorie de M. Poncelet sur ces dernières pertes; application aux vitesses ordinaires et aux très grandes vitesses..... | 415 |
| 362. Expression analytique de l'effet.....                                                                                                                                                                                          | 423 |
| <i>Effet réel.</i>                                                                                                                                                                                                                  |     |
| 363. Expériences de Smeaton : conséquences.....                                                                                                                                                                                     | 424 |
| 364. Expériences faites à Poulhaouen.....                                                                                                                                                                                           | 426 |
| 365 — 368. Effet réel, comparativement à la force imprimée à la machine, ainsi qu'à la force du moteur. Exemple pris d'une machine d'extraction pour les mines.....                                                                 | 428 |
| 369 — 371. Roues avec une grande hauteur d'eau sur le sommet. Roues des marteaux des forges.....                                                                                                                                    | 431 |
| b. Roues recevant l'eau au-dessous du sommet.                                                                                                                                                                                       |     |
| 372. Caractère et avantages de ces roues.....                                                                                                                                                                                       | 435 |
| 373. Manière de leur donner l'eau.....                                                                                                                                                                                              | 436 |
| 374 — 375. De leur effet.....                                                                                                                                                                                                       | 437 |

## ART. 2. Des roues horizontales.

|                                                                |     |
|----------------------------------------------------------------|-----|
| 376. Différentes sortes de ces roues.....                      | 440 |
| 1. Roues mues par le choc d'une veine isolée.                  |     |
| 377. Leur forme.....                                           | 442 |
| 378. Leur effet théorique.....                                 | 443 |
| 379. Leur effet réel. Expériences de MM. Tardy et Piobert..... | 443 |

*2. Roues des moulins à eau.*

|                                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----|
| N° 380. Dispositions principales.....                                          | 445 |
| 381. Mode d'action de l'eau.....                                               | 447 |
| 382 — 383. Théorie pour les aubes courbes en général.<br>Théorie de Borda..... | 448 |
| 384. Effet réel. Expériences de MM. Tardy et Piobert..                         | 451 |
| 385. Ces roues travaillent aussi sous l'eau.....                               | 452 |

*3. Turbines de M. Fourneyron.*

|                                                                                                        |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 386. Leur principe caractéristique.....                                                                | 453 |
| 387. Notice historique.....                                                                            | 454 |
| 388 — 389. Description succincte de deux turbines....                                                  | 455 |
| 390 — 394. Effet théorique. (Théorèmes concernant la<br>force centrifuge.) Théorie de M. Poncelet..... | 458 |
| 395. Effet réel. Expériences.....                                                                      | 467 |
| 396. Avantages des turbines.....                                                                       | 470 |
| 397. Préceptes relatifs à leur construction.....                                                       | 471 |

*4. Roues à couloirs.*

|                                                    |     |
|----------------------------------------------------|-----|
| 398. Turbine de M. Burdin.....                     | 473 |
| 399. Roue à noyau conique (ou en poire).....       | 475 |
| 400. <i>Danavdes</i> de MM. Manouri et Burdin..... | 476 |

*5. Roues à réaction.*

|                                                                                      |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 401. De la réaction.....                                                             | 477 |
| 402 — 405. Roues de Segner, Manoury, Euler, M. Bur-<br>din (turbine à réaction)..... | 478 |
| 406. Note sur la théorie des roues à réaction.....                                   | 482 |

*Appendice sur l'effet des moulins.*

|                                                                              |     |
|------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 407. Effet d'une meule (d'après une observation de<br>Fabre).....            | 484 |
| 408 — 409. Force nécessaire pour moudre une certaine<br>quantité de blé..... | 484 |
| 410. Effet utile de divers moulins, d'après l'expérience.                    | 486 |

## CHAPITRE III.

## DES MACHINES A MOUVEMENT ALTERNATIF.

*ART. 1<sup>er</sup>. Machines à colonne d'eau.*

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| 411. Notice historique..... | 489 |
|-----------------------------|-----|

|                                                                                                | Pages. |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| N <sup>o</sup> 412 — 413. Machines de M. Juncker, à Huelgoat : leur système de régulation..... | 490    |
| 414. Effet des machines à colonne.....                                                         | 495    |
| <b>ART. 2. Béliet hydraulique.</b>                                                             |        |
| 415 — 416. Ses parties et son jeu.....                                                         | 497    |
| 417 — 420. Effet utile réel : son expression algébrique.....                                   | 500    |
| 421. Observation sur l'usage du béliet.....                                                    | 504    |

## QUATRIÈME SECTION.

### DES MACHINES A ÉLEVER L'EAU.

|                                                   |     |
|---------------------------------------------------|-----|
| 422. Machines considérées dans cette section..... | 505 |
|---------------------------------------------------|-----|

## CHAPITRE PREMIER.

### DES POMPES.

|                                                                                                                                                                        |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 423 — 427. Parties constituant les pompes : corps de pompe, pistons, soupapes, tuyaux d'aspiration et d'aspiration.....                                                | 505 |
| 428. Diverses espèces de pompes.....                                                                                                                                   | 511 |
| <b>ART. 1<sup>er</sup>. Des pompes aspirantes.</b>                                                                                                                     |     |
| 429. Parties qui les constituent.....                                                                                                                                  | 511 |
| 430 — 433. Hauteur à laquelle l'aspiration peut y élever l'eau : règles à ce sujet.....                                                                                | 512 |
| 434. Pompes élévatoires (pompe de Huelgoat).....                                                                                                                       | 515 |
| 435. Charge d'eau que supporte le piston.....                                                                                                                          | 517 |
| 436 — 441. Résistances passives : frottement du piston, frottement de l'eau dans les tuyaux, étranglement aux soupapes et à l'entrée, poids des soupapes, inertie..... | 518 |
| 442. Calcul de ces diverses résistances dans une pompe : comparaison avec l'expérience.....                                                                            | 523 |
| 443. Effort nécessaire pour lever le piston.....                                                                                                                       | 525 |
| 444. Effort pour le baisser.....                                                                                                                                       | 527 |
| 445. Réunion de deux pompes en un couple.....                                                                                                                          | 527 |
| 446. Quantité d'eau élevée par une pompe : déchet.....                                                                                                                 | 528 |
| 447. Vitesse à donner au piston.....                                                                                                                                   | 529 |
| <b>ART. 2. Des pompes foulantes.</b>                                                                                                                                   |     |
| 448 — 449. Leur caractère et leurs espèces.....                                                                                                                        | 531 |

## TABLE DES MATIÈRES.

641

|                                                                                         |               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| N° 450. Charge qu'elles ont à élever.....                                               | Pages.<br>532 |
| 451. Résistance au clapet de retenue provenant de l'inégalité de ses deux surfaces..... | 532           |

ART. 3. *Des pompes aspirantes et foulantes.*

|                                                         |     |
|---------------------------------------------------------|-----|
| 452. Leurs parties.....                                 | 533 |
| 453. Leur effet dynamique.....                          | 534 |
| 454. Description succincte d'un équipage de pompes..... | 535 |
| 455. Pompe d'incendie.....                              | 536 |
| 456. Presse hydraulique.....                            | 537 |
| 457. Pompes rotatives : pompe de Diets.....             | 538 |

## CHAPITRE II.

## DE LA VIS D'ARCHIMÈDE.

|                                                                                                                                                                                              |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 458 — 459. Ses parties, ses dimensions ordinaires, et son usage.....                                                                                                                         | 540 |
| 460. Sa manière d'agir.....                                                                                                                                                                  | 542 |
| 461 (et 465). Quantité dont l'extrémité de la vis doit plonger dans l'eau à épuiser.....                                                                                                     | 544 |
| 462 — 466. Théorie de la vis dans la supposition d'un canal hélicoïde de très petite section : longueur de l'arc hydrophore, effet utile, limites de cet effet, influence de la vitesse..... | 545 |
| 467. Effet réel de la vis d'Archimède.....                                                                                                                                                   | 548 |
| 468. Nombre d'ouvriers à y employer.....                                                                                                                                                     | 550 |
| 469. De la vis hydraulique.....                                                                                                                                                              | 551 |
| 470. Pompe spirale.....                                                                                                                                                                      | 551 |
| 471. Vis soufflante (Cagniardelle).....                                                                                                                                                      | 552 |

## CHAPITRE III.

## DES MACHINES À SEAUX.

|                                                                                  |     |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 472. Moteurs ordinaires de ces machines.....                                     | 553 |
| ART. 1 <sup>er</sup> . <i>Élévation de l'eau avec des seaux.</i>                 |     |
| 473. Baquetage.....                                                              | 553 |
| 474. Seau suspendu à une hascule.....                                            | 554 |
| 475. Seaux élevés à l'aide d'un treuil. Travail de l'homme sur la manivelle..... | 554 |
| 476. Seaux élevés à l'aide d'une corde passant sur une poulie fixe.....          | 557 |

ART. 2. *Des norias.*

Pages.

|                                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----|
| N° 477—478. Idée de ces machines : leurs avantages et leurs inconvénients..... | 557 |
| 479. Description succincte d'une noria.....                                    | 558 |
| 480. Son effet utile : nombre de chevaux à y employer.                         | 560 |
| 481. Observation de M. Emmery relative à l'effet dynamique .....               | 561 |

ART. 3. *Des chapelets.*

|                                                   |     |
|---------------------------------------------------|-----|
| 482—483. Chapelet vertical : son effet utile..... | 563 |
| 484—485. Chapelet incliné : son effet.....        | 565 |

ART. 4. *Des roues à godets.*

|                                               |     |
|-----------------------------------------------|-----|
| 486—487. Roue à godets : son effet utile..... | 566 |
| 488. Tympan des anciens.....                  | 567 |
| 489. Tympan de Lafaye : son effet.....        | 568 |

## SECONDE PARTIE.

## DE L'AÉROMÉTRIE.

## PRÉLIMINAIRES.

## PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'AIR.

|                                                                                        |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 491—492. Homogénéité. Elasticité. Manomètre.....                                       | 569 |
| 493. Compressibilité .....                                                             | 570 |
| 494. Dilatabilité par la chaleur.....                                                  | 571 |
| 495. Poids spécifique de l'air de l'atmosphère, sec ou chargé de vapeurs aqueuses..... | 571 |
| 496—497. Poids de l'air, comparativement à l'eau et au mercure.....                    | 573 |
| 498. Poids spécifique d'un fluide aériforme quelconque.                                | 574 |

## PREMIÈRE SECTION.

## DU MOUVEMENT DE L'AIR SORTANT D'UN RÉSERVOIR OÙ IL EST COMPRIMÉ.

|                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------|-----|
| 499. Force, ou effort, en vertu de laquelle l'air sort... | 575 |
| 500. Vitesse de sortie : son expression.....              | 576 |



|                                                                                                                                                                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| N° 501—508. Dépense : détermination du coefficient de contraction ; expériences faites à Toulouse pour cet objet , sur des orifices en mince paroi , sur des ajutages cylindriques et sur des ajutages coniques..... | 576 |
| 509—511. Dépenses par les buses ordinaires : son expression , soit en volume , soit en poids.....                                                                                                                    | 581 |
| 512. Dépense d'un fluide aériforme quelconque.....                                                                                                                                                                   | 583 |
| 513—515. Exemples divers.....                                                                                                                                                                                        | 584 |

## SECONDE SECTION.

## CHAPITRE PREMIER.

## DU MOUVEMENT DE L'AIR DANS LES TUYAUX DE CONDUITE.

|                                                                                                                                                                         |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 516. Résistance des tuyaux : son expression.....                                                                                                                        | 586 |
| 517—522. Equation fondamentale du mouvement de l'air , etc. : détermination du coefficient constant , expériences faites à ce sujet , sur mines de Rancié (Ariège)..... | 587 |
| 523. Pression exercée par l'air sur les parois de la conduite , près de son extrémité.....                                                                              | 592 |
| 524. Expression générale de la dépense.....                                                                                                                             | 593 |
| 525. Cas où les conduites sont entièrement ouvertes à leur extrémité : comparaison avec l'expérience.                                                                   | 593 |
| 526. Rapport entre les volumes d'air et d'eau dépensés par des conduites égales et sous des charges ou pressions égales.....                                            | 594 |
| 527. Dépense pour un gaz quelconque.....                                                                                                                                | 595 |
| 528. Observations sur la résistance des coudes.....                                                                                                                     | 595 |
| 529. Remarque sur la résistance des étranglements...                                                                                                                    | 596 |
| 530—531. Exemples pris des gazomètres , etc.....                                                                                                                        | 596 |

## CHAPITRE II.

## DES MACHINES SOUFFLANTES.

|                                                                                               |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 532. Leurs espèces.....                                                                       | 597 |
| 533—538. Effets des machines soufflantes : effet utile : effet total ou force à imprimer..... | 599 |
| 539. Equation fondamentale , ou relation entre l'effet et la force du moteur.....             | 603 |

|                                                                                                                                                | Pages. |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| N° 540. Coefficient ou rapport moyen de l'effet utile à la force du moteur dans chaque espèce de machine.                                      | 603    |
| 541. Expression de la dépense, en fonction de la force du moteur.....                                                                          | 604    |
| 542. Expression du diamètre à donner à une conduite.                                                                                           | 604    |
| 543. Conduites traversant un foyer qui chauffe l'air qu'elles mènent.....                                                                      | 605    |
| 544. Exemples : preuves qu'il est très avantageux de donner aux conduites un grand diamètre par rapport à celui des buses qui les terminent... | 606    |
| <i>Note</i> historique concernant la théorie du mouvement de l'air dans les conduites.....                                                     | 608    |

### TROISIÈME SECTION.

#### CHAPITRE PREMIER.

##### DU CHOC ET DE LA RÉISTANCE DE L'AIR.

|                                                                                                             |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 545. Manière de constater la résistance.....                                                                | 611 |
| 546—548. Lois de la résistance, en fonction de la surface choquée, de la densité et de la vitesse de l'air. | 612 |
| 549. Expression de la résistance éprouvée par les surfaces planes des corps minces.....                     | 614 |
| 550. Choc oblique.....                                                                                      | 615 |
| 551. Résistance éprouvée par des solides de différente forme.....                                           | 616 |
| 552. Exemples. Force du vent à diverses vitesses....                                                        | 617 |

#### CHAPITRE II.

##### DES MOULINS A VENT.

|                                                                                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 553. Leurs parties et dimensions principales.....                                     | 619 |
| 554—555. De la meilleure disposition à donner aux ailes : expériences de Smeaton..... | 620 |
| 556. Lois du mouvement des moulins déduites de ces expériences .....                  | 622 |
| 557—559. Effet dynamique : expérience de Coulomb.                                     | 623 |
| 560. Effet économique.....                                                            | 626 |

FIN.

Fig. 6.

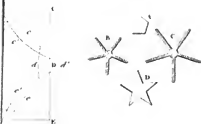


Fig. 7.



Fig. 12.

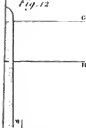


Fig. 13.

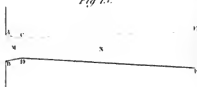


Fig. 18.

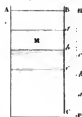


Fig. 19.



Fig. 20.



Fig. 23.

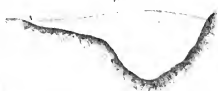


Fig. 26.



Fig. 32.

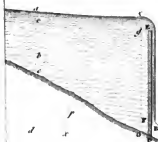


Fig. 33.



Fig. 36.

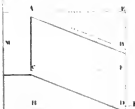


Fig. 37.



Fig. 42.



Fig. 43.

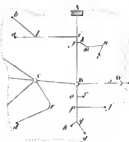
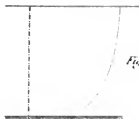


Fig. 48.



Fig. 49.



dessiné par Adam



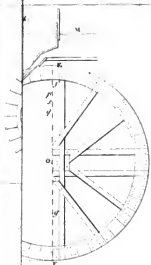


Fig. 59.

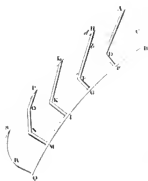


Fig. 61.



Fig. 63.



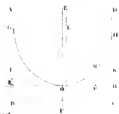
Fig. 65.



Fig. 67.



Fig. 69.



(Les Figs 68<sup>me</sup> et 69<sup>me</sup> sont à la fin de la Pl. V)

pour le plan de l'axe



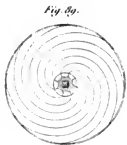
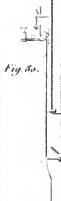
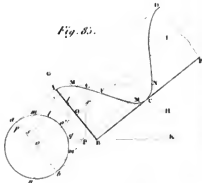
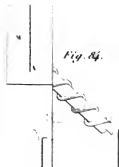
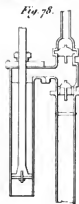
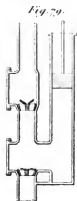
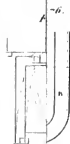


Fig. 94.



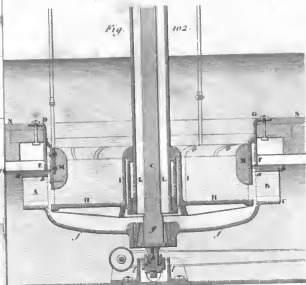
Fig. 95.



Fig.

102.

Fig. 96.



avec une table







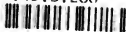








B. 15.3.286



BNCF

